

MAßSTABEFFEKT UND DUKTILITÄT VON BETON- UND STAHLBETONKONSTRUKTIONEN

Zur Erlangung der venia legendi für das Fachgebiet
"Numerische Modellierung von Werkstoffen"
der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen
der Universität Stuttgart

H a b i l i t a t i o n s s c h r i f t

vorgelegt von

Dr.-Ing. Joško Ožbolt
aus Zagreb/Kroatien

Hauptberichter: Prof. Dr.-Ing. R. Eligehausen

Mitberichter: Prof. Dr.-Ing. E. Ramm
Prof. Dr.-Ing. R. de Borst
Prof. Dr.-Ing. J.C. Walraven

Tag der mündlichen Prüfung: 26. Juni 1995

Institut für Werkstoffe im Bauwesen
der Universität Stuttgart

1995

Mitteilungen des Instituts für Werkstoffe im Bauwesen; Band 1995/2

Ozbolt, J.: Maßstabeffekt und Duktilität von Beton- und Stahlbetonkonstruktionen

Herausgeber: Institut für Werkstoffe im Bauwesen der Universität Stuttgart
o. Prof. Dr.-Ing. H.-W. Reinhardt

Prof. Dr.-Ing. Rolf Eligehausen

Anschrift: Institut für Werkstoffe im Bauwesen
Pfaffenwaldring 4
70569 STUTTGART

oder: Universität Stuttgart
Institut für Werkstoffe im Bauwesen
70550 STUTTGART

Telefon (0711) 685 3324

Telefax (0711) 685 3349

Redaktion: Dr.-Ing. Joachim Schwarte

D 93

© IWB; Stuttgart 1995

Alle Rechte vorbehalten

ISSN 0932-5921

ISBN 3-9803044-7-7

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Werkstoffe im Bauwesen der Universität Stuttgart. Sie stellt einen Teil der Ergebnisse, die ich im Rahmen des DFG- Schwerpunktprogramms "Bewehrte Bauteile unter Betriebsbedingungen – FE-Analyse von Stahlbetontragwerken" erarbeitet habe, dar.

Ich bin Herrn Professor Dr.-Ing. R. Eligehausen für die Übernahme des Hauptberichtes sowie den wertvollen fachlichen Diskussionen und redaktionellen Hinweisen zu Dank verpflichtet.

Herrn Prof. Dr.-Ing. E. Ramm, Herrn Prof. Dr.-Ing. R. de Borst und Herrn Prof Dr.-Ing. J.C. Walraven danke ich für die Übernahme des Mitberichtes. Weiterhin möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. H.W. Reinhardt für die Unterstützung, während meiner Tätigkeit am IWB recht herzlich bedanken.

Ich bin Herrn Dipl.-Ing. U. Mayer sehr dankbar für die Hilfe bei der Formulierung des Textes. Schließlich danke ich meiner Familie sehr für das Verständnis und die moralische Unterstützung während meiner Arbeit.

Stuttgart, November 1995

Der Verfasser

Inhalt

1 Einführung	1
2 Beschreibung und Erklärung des Maßstabeffekts	4
3 Überblick über vorliegende Beweise für den Maßstabeffekt	7
3.1 Versuchsergebnisse	7
3.2 Theoretische Argumente	15
3.3 Zusammenfassung der experimentellen und theoretischen Beweise	15
4 Maßstabsgesetze – Übersicht über die wichtigsten Ansätze	17
5 Maßstabsgesetze – eine neue Betrachtungsweise des Rißwachstums und zugehörige Bauteilausbildungen	21
5.1 Einzelrißwachstum, Rißart-I	21
5.2 Typische Konfigurationen in Verbindung mit dem Wachstum eines Einzelrisses	23
5.3 Maßstabsgesetze für typische Beton- und Stahlbetongeometrien	24
5.3.1 Einzelriß – instabiles Rißwachstum	25
5.3.2 Einzelriß – stabiles Rißwachstum	27
5.3.3 Komplexe Bauteilgeometrien	29
6 Nichtlokale Finite-Element-Analyse	31
6.1 Einführung	31
6.2 Nichtlokalität infolge der Mikroriß-Interaktion	33
6.3 Allgemeines Verfahren und Annahmen für die Finite-Element-Implementierung	39
6.4 Lösungsstrategien	41
6.5 Nichtlokale Materialmodellparameter	44
6.5.1 Lokales Materialmodell – Microplane Materialmodell für Beton	44
6.5.2 Identifikation von nichtlokalen Materialmodellparametern	45
6.6 Numerische Studien	52
6.6.1 Der Einfluß der Mikrorißinteraktion	52
6.6.2 Netzempfindlichkeitsstudie	55
6.6.3 Studien zum Maßstabseffekt bei typischen Bauteilen	55
6.7 Schlußfolgerungen	58
7 Maßstabseffekt in einigen typischen Fällen der Ingenieurpraxis	60
7.1 Einführung	60
7.2 Dreipunktbiegung von unbewehrten Betonbalken	61
7.2.1 Einführung	61

7.2.2	Literaturübersicht	61
7.2.3	Numerische Studien	62
7.2.3.1	Balkengeometrien und Materialeigenschaften	62
7.2.3.2	Ergebnisse – gekerbte Balken	63
7.2.3.3	Ergebnisse – ungekerbte Balken	64
7.2.4	Erläuterung und Diskussion der Ergebnisse	66
7.2.5	Schlußfolgerungen	70
7.3	Stahlbetonbalken auf 2 Stützen	71
7.3.1	Einführung	71
7.3.2	Einige mechanische Überlegungen	72
7.3.3	Numerische Analyse	74
7.3.3.1	Geometrie und Materialeigenschaften	74
7.3.3.2	Stahlbetonbalken ohne Schubbewehrung	75
7.3.3.2.1	Last-Verschiebungskurven und Versagensarten	75
7.3.3.2.2	Mindestbewehrung	81
7.3.3.2.3	Anteil der Betonzugfestigkeit an der Höchstlast	85
7.3.3.3	Stahlbetonbalken mit Schubbewehrung	87
7.3.3.3.1	Duktiles Versagen – Versagen der Bewehrung	88
7.3.3.3.2	Sprödes Versagen – Bruch der Betondruckzone	91
7.3.3.4	Diskussion der numerischen Ergebnisse	93
7.3.4	Schlußfolgerungen	94
7.4	Maßstabseffekt auf die Querkrafttragfähigkeit von schlanken Stahlbetonbalken ohne Schubbewehrung	96
7.4.1	Einführung	96
7.4.2	Numerische Analyse	98
7.4.2.1	Geometrie und Materialeigenschaften	98
7.4.2.2	Versagensarten, die in der Analyse beobachtet wurden	99
7.4.2.3	Diagonalschubbruch – Last-Verschiebungskurven und Versagensarten	100
7.4.2.4	Maßstabseffekt auf die Schubfestigkeit	105
7.4.2.5	Einfluß der Bruchenergie und der Zugfestigkeit des Betons auf die Versagenslast	109
7.4.2.6	Einfluß der Biegebewehrungsfläche	111
7.4.2.7	Diskussion der numerischen Ergebnisse	113
7.4.3	Schlußfolgerungen	114
7.5	Gedrungene Stahlbetonbalken ohne Schubbewehrung	116
7.5.1	Einführung	116
7.5.2	Rechnerische Untersuchung	117
7.5.2.1	Geometrie und Materialeigenschaften	117
7.5.2.2	Last-Verschiebungsverhalten und Versagensmechanismus	118
7.5.2.3	Maßstabseffekt auf die Schubfestigkeit	122
7.5.2.4	Einfluß der Biegebewehrung auf die Versagensart und die Schubfestigkeit	123
7.5.3	Schlußfolgerungen	125

7.6	Maßstabseffekt beim Ausziehen von Kopfbolzen aus einem Betonblock	127
7.6.1	Einführung	127
7.6.2	Experimentelle Beweise für den Maßstabseffekt	127
7.6.3	Numerische Studie	128
7.6.3.1	Versuchskörpergeometrie und Materialeigenschaften	128
7.6.3.2	Ergebnisse der Analyse	130
7.6.3.3	Diskussion der Ergebnisse	132
7.6.4	Schlußfolgerungen	135
8	Zusammenfassung	136
9	Literaturverzeichnis	139
	Anhang	149

1 Einführung

Das Phänomen, daß die Nenntragfähigkeit (auf die charakteristische Größe der Konstruktion (Fläche) bezogene Versagenslast) bei abnehmender Bauteilgröße zunimmt, wird als Maßstabseffekt bezeichnet. Aufgrund zahlreicher experimenteller und theoretischer Studien, z.B. von Humphreys (1957), Rüsch et al. (1962), Leonhardt und Walter (1962), Kani (1967), Bhal (1968), Hsu (1968), McMullen und Daniel (1972), Taylor (1972), Hillerborg, Modéer und Petersson (1976), Walsh (1976), Walraven (1978, 1990), Chana (1981), Petersson (1981), Reinhardt (1981 a,b), Hawkins (1984), Iguro et al. (1985), Hillerborg (1985,1989), Ingraffea (1985), Rots (1988), Reineck (1990) und anderen, ist bekannt, daß die Bruchlast von Betonbauteilen durch einen Maßstabseffekt beeinflusst wird. Lange Zeit wurde dieser Maßstabseffekt als Folge der Materialfestigkeit statistisch erklärt. Dies geschah insbesondere aufgrund der Tatsache, daß es bei einer größeren Konstruktion wahrscheinlicher ist, auf eine Materialstelle mit geringerer Festigkeit zu treffen. Die verschiedenen Versuchsdaten, die den Maßstabseffekt zum Inhalt haben, wurden im Sinne von Weibulls Theorie des schwächsten Gliedes interpretiert (z.B. Mihashi und Zaitsev, 1981; Mihashi, 1983). Später wurde von Bažant (1984,1986); Bažant, Ozbolt und Eligehausen (1994), nachgewiesen, daß immer dann, wenn das Versagen nicht bei beginnender Rißbildung eintritt, der Maßstabseffekt mit der Energiefreisetzung erklärt werden kann. Diese Energiefreisetzung wird vom Rißwachstum hervorgerufen. Weiterhin wurde nachgewiesen, daß die statistische Verteilung der Brucheigenschaften eines Materials einen vernachlässigbaren Einfluß auf die Versagenslast hat (Bažant und Xi, 1991).

Die Freisetzung von Dehnungsenergie aufgrund des Rißwachstums, das örtliche Schädigungen und Instabilitäten hervorruft, führt zum Maßstabseffekt. Vor dem lokalen Versagen ist eine verschmierte Schädigung, die sich hauptsächlich durch Mikrorißbildung ausdrückt, örtlich auf eine schmale Bruchprozeßzone begrenzt. Die örtliche Lokalisierung der Dehnungen wird durch die Freisetzung von gespeicherter Dehnungsenergie aus der Konstruktion gesteuert. Bei einem größeren Bauteil wird die Dehnungsenergie aus einem größeren Bereich freigesetzt. Dadurch ist die Gesamtenergie, die pro Einheit des Rißfortschritts frei wird, größer, obwohl die Nennspannung gleich ist. Da jedoch die Energie, die erforderlich ist, um eine einheitliche Bruchausdehnung hervorzurufen, näherungsweise von der Größe der Konstruktion unabhängig ist, muß die Nennspannung beim Versagen eines größeren Bauteils niedriger sein als bei kleineren Bauteilen, da die Energiefreisetzung genau der Energie entspricht, die zur Bruchbildung erforderlich ist. Diese mechanische Überlegung gilt nur dann, wenn ein stabiles Rißwachstum vor Erreichen der Höchstlast einer Beton- Stahlbetonkonstruktion beliebiger Größe auftritt.

Wenn die Rißbildung ein Teil des Widerstands des Bauteils ist, hängt die Nennfestigkeit nicht nur von den Brucheigenschaften eines Materials, sondern auch von Größe und Form der Konstruktion ab. Durch geometrische Parameter wird nämlich in Verbindung mit der Belastungsart die Freisetzung von Bauteilenergie infolge Rißbildung gesteuert. In der Ingenieurpraxis existiert eine Vielzahl von Beton- und Stahlbetonbauteilen verschiedenster Form. Die zugehörigen Versagensmechanismen sind aufgrund von Mehrfachrissen sehr un-

terschiedlich und schwer zu erfassen. Außerdem ist das Verhalten von Beton in hohem Maße nichtlinear, infolgedessen kann sich mit zunehmender Bauteilgröße der Versagensmechanismus ändern. Wegen der Komplexität des Problems ist es daher unwahrscheinlich, daß ein allgemeines Gesetz den Maßstabseffekt für alle Bauteile beschreibt.

Die zahlreichen in der Literatur vorhandenen Versuchsdaten haben sich als unzulänglich zum Verständnis des Phänomens des Maßstabeffekts erwiesen. Da das Bestehen des Maßstabeffekts von den meisten Forschern nicht vermutet wurde und andere davon ausgingen, daß er durch statistische Überlegungen berücksichtigt und somit Sicherheitsfaktoren zugeschrieben werden kann, wurde der Maßstabseffekt in der großen Zahl der experimentellen Untersuchungen des spröden Versagens von Betonbauteilen nicht untersucht. Die wenigen Studien erforschten außerdem nur einen ziemlich begrenzten Größenbereich und hielten sich in den meisten Fällen unglücklicherweise nicht an die Anforderungen der geometrischen Ähnlichkeit. Infolgedessen wurde der Maßstabseffekt in den meisten Versuchen mit vielen anderen Effekten vermischt, z.B. mit denen der geometrischen Form, des Bewehrungsgrades, dem Durchmesser der Bewehrungsstäbe, der Dicke der Betondeckung. Untersuchungen, die darauf ausgerichtet waren, diese Nebeneffekte herauszufiltern und den Maßstabseffekt zu isolieren, waren wegen der Streuung der Versuchsergebnisse und dem begrenzten Wissen über den Einfluß der anderen Faktoren, welche die Versagenslast bestimmen, von geringem Wert (siehe z.B. Bazant und Kim, 1984, sowie Bazant und Sun, 1987).

Zu Beginn der achtziger Jahre wurden daher systematische experimentelle Studien an Betonbauteilen verschiedener Art in die Wege geleitet (Eligehausen et al., 1988; Eligehausen und Sawade, 1989; Walraven, 1990; Marti, 1989; Wittman, Mihashi und Nomura, 1990; Bocca et al., 1990; Eligehausen et al. 1992). Zu den ersten Studien, in denen vorgeschlagen wurde, daß der Maßstabseffekt nicht nur für Probekörper mit Kerben, sondern auch für Betonbauteile mit Hilfe der Bruchmechanik erklärt werden sollte, gehörten die von Hillerborg, Modéer und Petersson (1976) sowie Reinhardt (1981 a,b). Allerdings ergab die Verwendung der linearelastischen Bruchmechanik in der Studie von Reinhardt (1981a,b) einen Maßstabseffekt, der für die meisten praktischen Anwendungen zu stark ist. Die labormäßigen Beweise für einen Maßstabseffekt bruchmechanischer Art sind inzwischen für die grundlegenden Formen eines Sprödversagens von Stahlbetonkonstruktionen sehr umfangreich. Versuchsdaten für größere Bauteile von verschiedenen Anwendungen fehlen jedoch. Da eine Extrapolation auf der Grundlage der Ergebnisse, die für einen begrenzten Größenbereich erzielt wurden, nicht möglich ist, sind zusätzliche experimentelle und theoretische Untersuchungen für größere Konstruktionen unterschiedlicher Art erforderlich.

Das Hauptziel der vorliegenden Arbeit besteht in der Überprüfung der vorhandenen experimentellen und theoretischen Beweise für den Maßstabseffekt und die Festlegung von Kriterien zur Einstufung von Beton- und Stahlbetonbauteilen bezüglich des Maßstabeffektes. Das Problem wird nur vom deterministischen Standpunkt aus behandelt. Gegenwärtig sind die verfügbaren Versuchsergebnisse für verschiedene Anwendungen hauptsächlich aus Kostengründen auf relativ kleine Konstruktionen beschränkt. Für größere Bauteile müssen daher hochentwickelte numerische Verfahren eingesetzt werden, um Hypothesen zu beweisen oder zu widerlegen, die in den Ableitungen von Maßstabsgesetzen Anwendung finden. Die numerischen Verfahren, die für die Bruchanalyse verwendet werden, müssen so beschaffen sein, daß die Ergebnisse der Analyse sowohl von der Form als auch von der Größe der räumlichen Diskretisierung (Finite-Elemente-Diskretisierung) unabhängig sind. Gegenwärtig

sind zwei verschiedene Methoden in Gebrauch: (1) Die Methode der verschmierten Risse und (2) die Methode der diskreten Risse. Die Anwendung der Methode der diskreten Risse ist in einer allgemeinen Mehrfachrißsituation schwierig. Daher muß die Methode der verschmierten Risse zusammen mit einer realistischen Lokalisierungsbegrenzung Anwendung finden, die die örtliche Begrenzung einer Schädigung auf ein Nullvolumen verhindert (de Borst, 1991; Bazant, Ožbolt und Eligehausen, 1994). Um den Maßstabseffekt im Falle extrem großer Beton- und Stahlbetonbauteile zu untersuchen, wurde die Methode der nichtlokalen verschmierten Risse auf der Grundlage der Mikrorißwechselwirkung entwickelt und in ein Finite-Element-Programm eingebaut. Die Methode wird in der vorliegenden Studie näher beschrieben.

Um die theoretischen Ansätze für den Maßstabseffekt, die in den folgenden Abschnitten besprochen werden, zu kontrollieren, werden Finite-Element-Analysen von verschiedenen Konstruktionen unterschiedlicher Größe unter Verwendung eines neuen nichtlokalen Finite-Element-Programms durchgeführt. Einige für die Praxis typische Fälle werden detailliert untersucht: (1) Dreipunktbiegung von unbewehrten Betonbalken, (2) Stahlbetonbalken, die durch Dreipunktbiegung belastet werden, (3) Diagonalschubbruch im Falle von schlanken Stahlbetonbalken ohne Schubbewehrung, (4) Diagonalschubbruch von kurzen Stahlbetonbalken ohne Schubbewehrung und (5) Ausziehen von Kopfbolzen aus einem unbewehrten Betonblock. In jedem untersuchten Fall werden die numerischen Ergebnisse mit den vorhandenen experimentellen Ergebnissen und den Empfehlungen der Bemessungsvorschriften verglichen. Abschließend wird die grundlegende Frage behandelt, ob für kleine und große Beton- und Stahlbetonbauteile dieselben Bemessungsregeln und -verfahren angewendet werden können.

2 Beschreibung und Erklärung des Maßstabeffekts

Der Maßstabeffekt ist definiert durch den Vergleich der Nennfestigkeit (Nennspannung beim Versagen) σ_N geometrisch ähnlicher Bauteile von unterschiedlicher Größe. Bei zweidimensionaler (2D-) Ähnlichkeit gilt $\sigma_N = c_n F_u / (bd)$, bei einer dreidimensionalen Ähnlichkeit kann für $\sigma_N = c_n F_u / d^2$ angegeben werden. Hierbei sind F_u = Höchstlast (Bruchlast), b = Bauteildicke, d = charakteristische Größe, die als beliebige Bauteilabmessung (zum Beispiel Balkenhöhe, Verankerungstiefe usw.) eingesetzt werden kann. Der Beiwert c_n wird aus Gründen der Zweckmäßigkeit eingesetzt. Man kann $c_n = 1$ setzen, oder c_n so wählen, daß sich für σ_N eine allgemeingültige Spannungsformel ergibt. Zum Beispiel können im Falle eines einfach gelagerten Balkens mit der Spannweite L und einem rechteckigen Querschnitt mit der Höhe H , der in Feldmitte durch eine Einzellast F belastet ist, folgende Werte angegeben werden: $d = H$ und $c_n = 3L/2H$. In diesem Fall ist $\sigma_N = 3FL/(2bH^2)$ die maximale elastische Biegespannung (es ist zu beachten, daß L/H und b bei einer 2D-Ähnlichkeit konstant sind).

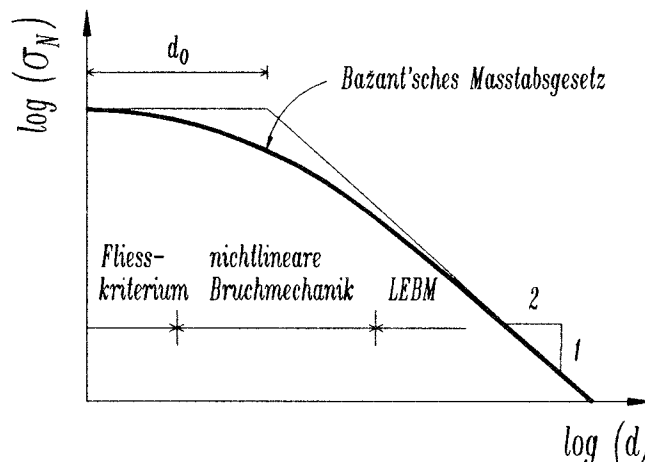


Abb. 2.1 Von Bazant (1984) vorgeschlagenes Maßstabgesetz

Der Maßstabeffekt wird als die Abhängigkeit der Nennfestigkeit σ_N von der Bauteilgröße d (charakteristische Größe) verstanden. Wenn eine starke Schwankung der Nennfestigkeit gegenüber der Bauteilgröße besteht, ist der Maßstabeffekt stark. Nach der Plastizitätstheorie sowie anderer Theorien, in denen das Materialversagen nur im Sinne von Bruchspannungen oder Versagensdehnungen gekennzeichnet ist, ist σ_N unabhängig von der Bauteilgröße, d.h. es gibt keinen Maßstabeffekt (dies kann z.B. durch elastische oder plastische Formeln für Balken illustriert werden, die Biege-, Schub- oder Torsionskräften unterliegen). Im Gegensatz zur Elastizitäts- oder Plastizitätstheorie nimmt in der linearelastischen Bruchmechanik (LEBM), bei der angenommen wird, daß der gesamte Bruchprozeß an einer Stelle—der Rißspitze—auftritt, σ_N im Verhältnis zu $d^{-1/2}$ ab. Dies bedeutet, daß sich bei der graphischen Darstellung von $\log \sigma_N$ über $\log d$ eine Gerade mit der Neigung $-1/2$ ergibt (Abb. 2.1). Voraussetzung für die LEBM ist, daß die Rißlänge zum Zeitpunkt des Versagens von Konstruktionen unterschiedlicher Größe geometrisch ähnlich ist. Wenn daher die Grundvoraus-

setzungen der LEBM erfüllt sind, ist der Maßstabeffekt maximal, und für $d \rightarrow \infty$ gilt $\sigma_N \rightarrow 0$.

Um zu verstehen, was der mechanische Hauptgrund für die Existenz des Maßstabeffekts ist, wollen wir einfache, geometrisch ähnliche Scheibenkonstruktionen betrachten (Abb. 2.2), die einer gleichmäßigen Zugspannung ausgesetzt sind (Bažant, 1984). Es wird angenommen, daß die unterschiedlich großen Scheiben jeweils in der Mitte der linken Seite eine Schwachstelle aufweisen, von der der Bruch ausgeht. Die Rißspitze kann als Rißband mit einer bestimmten Breite h angesehen werden. Da das Rißband annähernd wie eine Materialeigenschaft interpretiert werden kann, ist es von der Bauteilgröße unabhängig. Weiterhin wird angenommen, daß bei Höchstlast die Länge des Risses, a , proportional zur Scheibendicke d , d.h. $a/d = \text{konstant}$, ist. Die Bildung eines Rißbands kann man sich folgendermaßen vorstellen. Die Spannung nimmt ab und die anfängliche Dehnungsenergie mit einer Dichte $\sigma^2/(2E)$ aus den schraffierten Bereichen in Abb. 2.2 wird freigesetzt (E = Elastizitätsmodul von Beton). Wenn sich der Riß um Δa verlängert, kommt die anfängliche Dehnungsenergie, die in der Rißspitze freigesetzt wird, aus dem gepunkteten Streifen mit der horizontalen Abmessung Δa . (Obwohl die Vorstellung von der Spannungsentlastungszone natürlich nur eine grobe Annäherung darstellt, ergibt diese Art der Analyse die Formel (2.1) korrekt wieder. Dies kann mittels der linearelastischen Bruchmechanik kontrolliert werden).

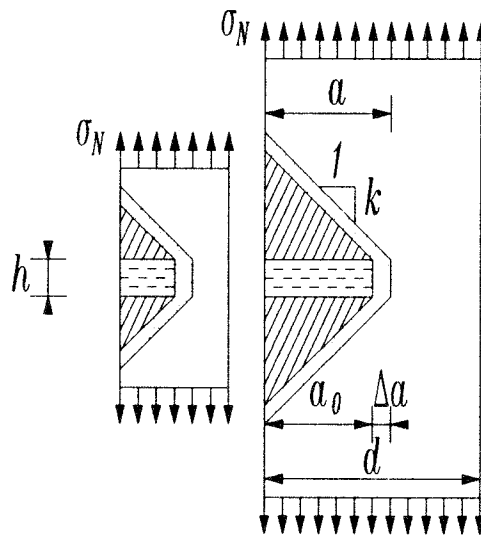


Abb. 2.2 Rißbandausbreitung, nach Bažant (1984).

Es ist aufschlußreich festzustellen, daß bei einem größeren Bauteil die Energie, die bei einer Rißverlängerung Δa abgegeben wird, größer ist, obwohl der Wert von σ_N konstant gehalten wird. Dies ist darauf zurückzuführen, daß die Energie (bei $a/d = \text{konst.}$) aus einem größeren Bereich freigesetzt wird. Da es sich bei der Energie, die in Bruchoberfläche aufgenommen werden kann, annähernd um eine Materialkonstante handelt und sie gleich der Bruchenergie des Materials G_f ist, müssen die Rißlänge a und damit der Wert von σ_N bei einer größeren Scheibe geringer sein als bei einer kleineren Scheibe. Nur dadurch kann die Gesamtenergieabgabe gleich bleiben. Das erklärt den Maßstabeffekt. Nun läßt sich die Dehnungsenergie, die aus dem gepunkteten Streifen bei Höchstlast abgegeben wird, quantitativ zu $\Delta W = (h\Delta a + 2ka\Delta a)\sigma_N^2/(2E)$ bestimmen. Wenn man $\Delta W = G_f\Delta a =$

als abgeleitete Energie ansetzt, erhält man $\sigma_N^2[h + 2k(a/d)d] = 2EG_f$. Nach σ_N aufgelöst, ergibt sich (Bažant, 1984):

$$\sigma_N = Bf_t(1 + \beta)^{-1/2} \quad (2.1)$$

mit $\beta = d/d_0$, $B = (2EG_f/(hf_t^2))^{1/2}$, f_t = Zugfestigkeit und $d_0 = hd/(2ak)$. Dabei ist d/a = im Falle einer geometrischen Ähnlichkeit konstant. Die obige Beziehung zwischen der Nennfestigkeit und der Scheibengröße ist als Bažant'sches Maßstabgesetz für Betonbauteile (Bažant, 1984) bekannt. Für $d \rightarrow 0$ verschwindet der Maßstabseffekt, für $d \rightarrow \infty$ ist der Maßstabseffekt am stärksten (LEBM). Hierbei ist jedoch zu beachten, daß dies nur gilt, wenn die Bedingung der Proportionalität der Rißlänge bei Höchstlast annähernd erfüllt ist.

Das obige einfache Beispiel beweist, daß der Maßstabseffekt durch die Energiefreisetzung infolge der Rißbildung hervorgerufen wird. Wenn ein ausgedehntes Rißwachstum vor dem Erreichen der Bruchlast möglich ist, muß es einen Maßstabseffekt geben. Im Gegensatz dazu gibt es keinen Einfluß der Größe des Bauteils, wenn die Konstruktion bei beginnender Rißbildung versagt. Für praktische Anwendungen ist es daher wichtig zu untersuchen, bei welchen Beton- bzw. Stahlbetonbauteilen ein ausgedehntes Rißwachstum vor Erreichen der Höchstlast in Abhängigkeit ihrer Größe möglich ist. Da die meisten Beton- und Stahlbetonbauteile aber nicht nur an einer einzelnen Stelle reißen, sondern sich ein Rißbild mit mehreren Rissen einstellt, gestaltet sich diese Untersuchung als schwierig. Sowohl das Auftreten als auch das Wachstum der Risse hängen in hohem Maße von der Bauteilgröße und -geometrie sowie vom Bewehrungsgrad und der Bewehrungsanordnung ab.

3 Überblick über vorliegende Beweise für den Maßstabseffekt

Die Existenz des Maßstabeffekts ist mittlerweile anhand von experimentellen und theoretischen (numerischen) Untersuchungen gut belegt. Die vorliegenden, in der Vergangenheit durchgeführten Studien lassen sich wie folgt kurz zusammenfassen. Für alle Beispiele werden die Versuchs- und/oder die rechnerischen Ergebnisse mit dem Bažant'schen Maßstabsgesetz (Gl. 2.1) verglichen. Die Konstanten B und d_0 werden mittels linearer Regression aus den Versuchsdaten errechnet.

3.1 Versuchsergebnisse

Die Versuche können folgendermaßen zusammengefaßt werden:

a) Diagonalschubbruch von Stahlbetonbalken ohne Bügel unter Biegebeanspruchung.

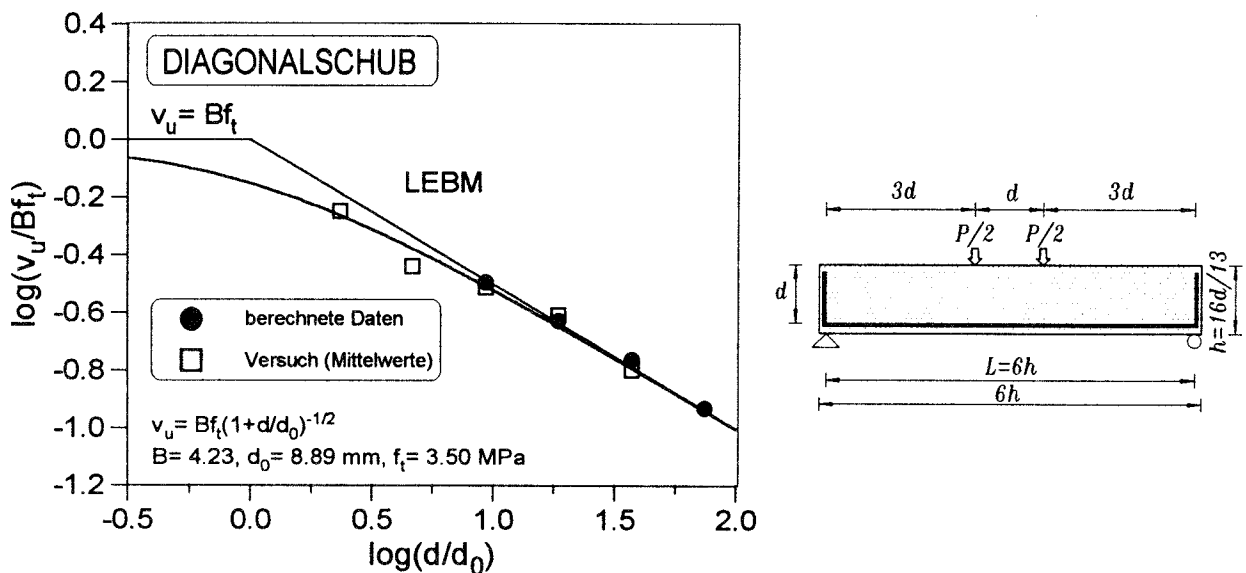


Abb. 3.1 Diagonalschub von schlanken Stahlbetonbalken ohne Schubbewehrung – Versuchsergebnisse von Bažant und Kazemi (1991) und numerische Ergebnisse (Ožbolt und Eligehausen, 1991) im Vergleich zum Bažant'schen Maßstabsgesetz; $v_u = \sigma_N = F_u/(2bd)$, mit F_u = Höchstlast, d = wirksame Balkenhöhe und b = Balkenbreite, nach Bažant et al. (1994).

Der Maßstabseffekt von schlanken Stahlbetonbalken bei Schubversagen wurde in einer Reihe von Versuchen bestätigt (Leonhardt und Walter, 1962; Rüsch, Haugli und Mayer, 1962; Kani, 1967; Walraven 1978; Walraven und Lehwalter, 1990; Bažant und Kazemi, 1991). Die Mittelwerte der Versuchsergebnisse von Bažant und Kazemi (1991) sind in Abb. 3.1 graphisch

dargestellt. Der stark ausgeprägte Maßstabseffekt ist aus Abb. 3.1 deutlich zu erkennen. Die Berechnung mittels der LEBM stellt eine gute Näherung der Versuchsergebnisse dar. Dabei ist jedoch zu beachten, daß die Versuchskörper von Bažant und Kazemi (1991) eine Balkenhöhe von $d \leq 400$ mm aufwiesen.

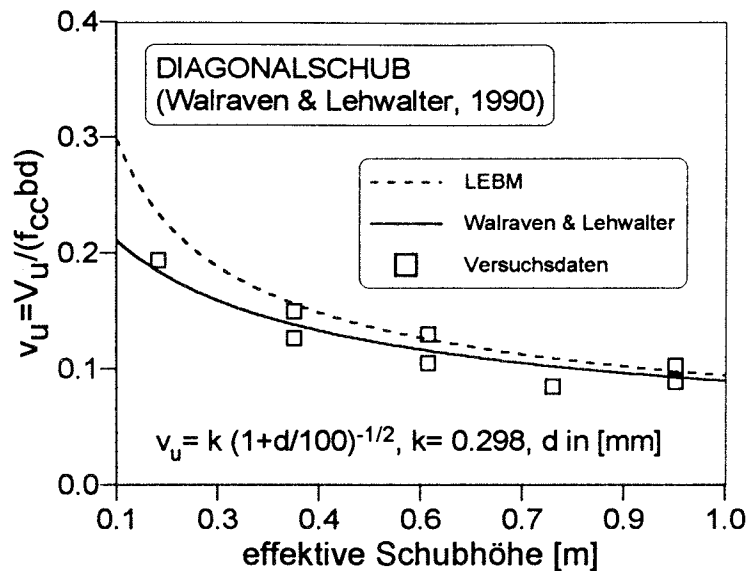


Abb. 3.2 Maßstabseffekt bei Schubversagen von gedungenen Balken ohne Schubbewehrung; Vergleich zwischen Versuchsergebnissen (Walraven und Lehwalter, 1990) und einer von den Autoren vorgeschlagenen Formel, die auf dem Bažant'schen Maßstabgesetz beruht, nach Bažant et al. (1994).

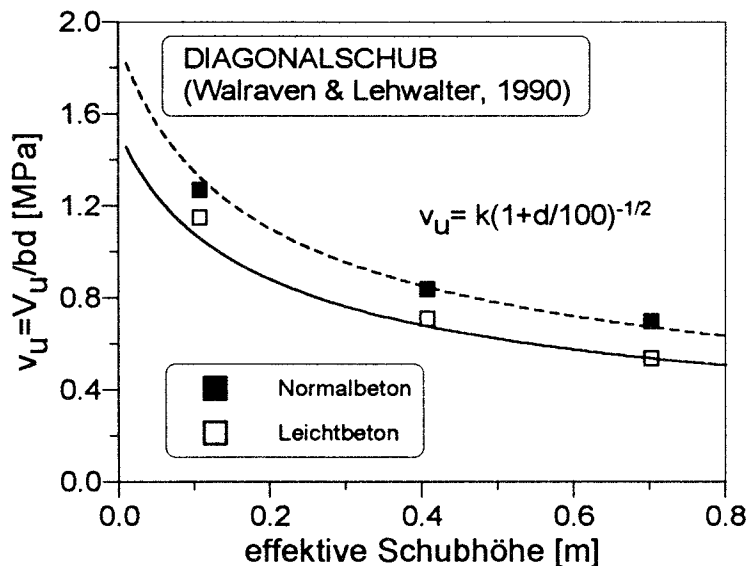


Abb. 3.3 Maßstabseffekt bei Schubversagen von schlanken Balken ohne Schubbewehrung; Vergleich zwischen Versuchsergebnissen, einer von Walraven und Lehwalter (1990) vorgeschlagenen Formel und LEBM, nach Bažant et al. (1994).

Walraven und Lehwalter (1990) haben den Einfluß der Bauteilgröße auf die Schubfestigkeit von schlanken Stahlbetonbalken (untersuchter Größenbereich bis zu ungefähr 1000 mm) und von gedrunenen Balken (untersuchter Größenbereich bis zu ungefähr 800 mm) jeweils ohne Schubbewehrung untersucht. Weiterhin wurden die Ergebnisse verschiedener anderer Autoren analysiert. Die Versuchskörper waren speziell zum Studium des Maßstabeffekts konzipiert. Es zeigt sich, daß die Versuchsergebnisse ziemlich gut durch das Bažant'sche Maßstabsgesetz beschrieben werden. Dies gilt sowohl für schlanke (Abb. 3.2) als auch für gedrungene Balken mit Balkenhöhen bis zu etwa 1 m (Abb. 3.3).

b) Torsionsbruch von längsbewehrten Balken ohne Bügelbewehrung.

Es wurden einige experimentelle und theoretische Untersuchungen zum Verhalten von auf Torsion beanspruchten Betonbalken durchgeführt (Bažant, Senar und Prat, 1988; Ožbolt und Eligehausen, 1992). Den Vergleich zwischen Versuchsergebnissen, Berechnungsergebnissen und dem Bažant'schen Maßstabsgesetz zeigt Abb. 3.4. Für die untersuchten Versuchskörpergrößen ($d_{max} = 150$ mm) ist ein starker Maßstabseffekt ersichtlich.

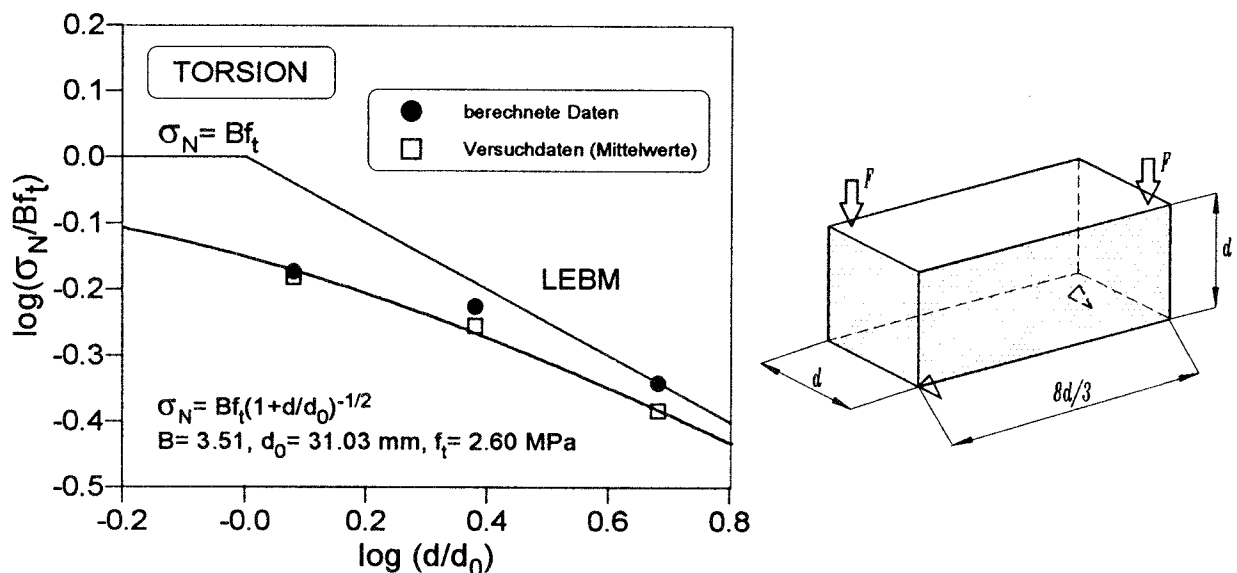


Abb. 3.4 Torsion unbewehrter Betonbalken – Versuchsergebnisse (Bažant, Senar und Prat, 1988) und numerische Ergebnisse (Eligehausen und Ožbolt, 1992) im Vergleich mit dem Bažant'schen Maßstabsgesetz; $\sigma_N = M_{tu} 0.208d^3$, mit M_{tu} = Torsionsmoment bei Höchstlast, d = Balkenhöhe und Balkenbreite, nach Bažant et al. (1994).

c) Durchstanzen von Platten mit einseitiger Bewehrung (Mattenbewehrung).

Bažant und Cao (1987) führten Durchstanzversuche an Stahlbetonplatten mit einer Dicke von $d_{max} = 110$ mm durch. Die Versuchsergebnisse (siehe Abb. 3.5) zeigen, daß die nominale Bruchlast mit zunehmender Plattendicke abnimmt. Für die untersuchte Plattendicke ist im Mittel eine gute Übereinstimmung der Versuchsergebnisse mit dem Bažant'schen Maßstabsgesetz zu erkennen.

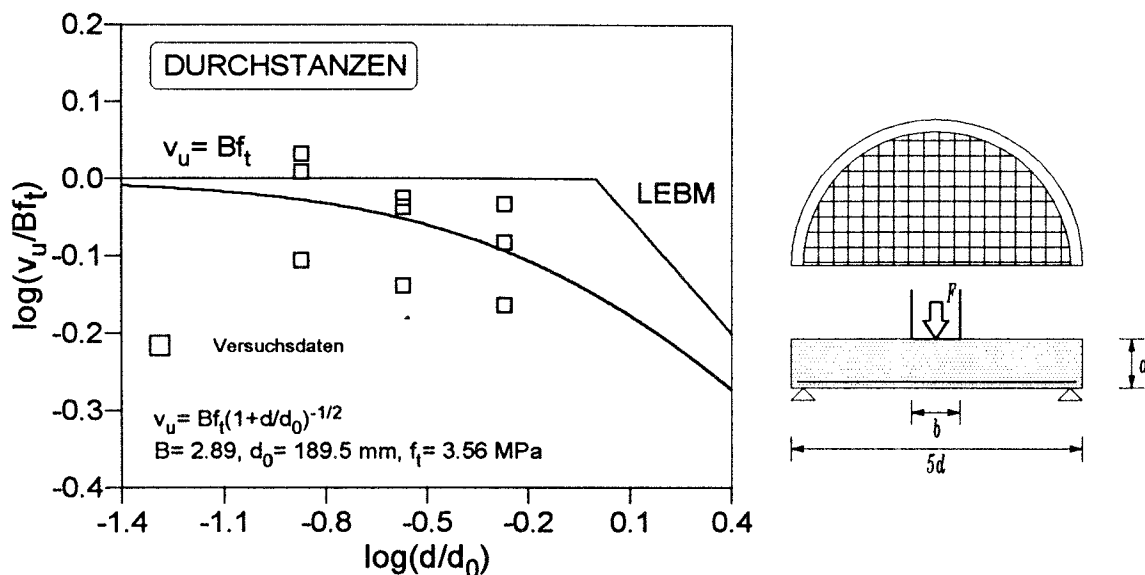


Abb. 3.5 Durchstanzen von Platten (Bažant und Cao, 1987) – Versuchsergebnisse im Vergleich mit dem Bažant'schen Maßstabgesetz; $v_u = \sigma_N = F_u/(\pi bd)$, mit d = Plattendicke und b = Durchmesser der Belastungsplatte, nach Bažant et al. (1994).

d) Ausziehen von gerippten Bewehrungsstäben aus Beton.

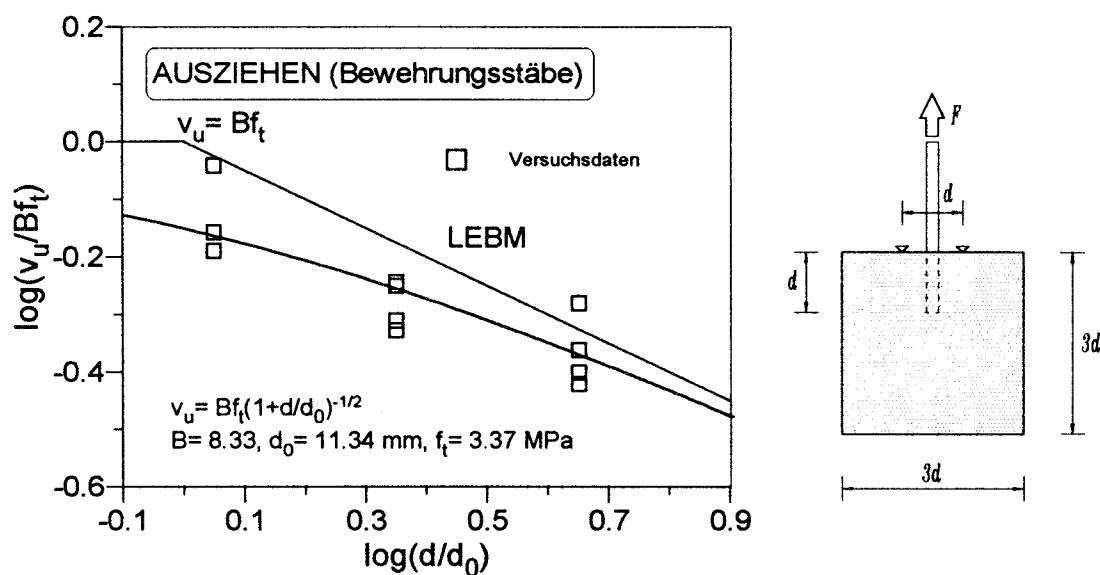


Abb. 3.6 Ausziehen eines gerippten Bewehrungsstabes (Bažant und Sener, 1988) – Versuchsergebnisse im Vergleich mit dem Bažant'schen Maßstabgesetz; $v_u = \sigma_N = F_u/(d_b \pi d)$, mit d = Verankerungstiefe und d_b = Stabdurchmesser, nach Bažant et al. (1994).

Über Ausziehversuche mit gerippten Bewehrungsstäben berichten Bažant und Senar (1988). Die Versuchsergebnisse sind aus Abb. 3.6 ersichtlich. Für die Versuche kann ein aus-

geprägter Maßstabseffekt in Abhängigkeit der Verankerungstiefe ($d_{max} = 50$ mm) festgestellt werden. Die LEBM- Berechnung stellt eine brauchbare Annäherung an die Versuchsergebnisse dar.

e) Ausziehen von Kopfbolzen aus einem Betonblock.

Eligehausen und Sawade (1989) führten Ausziehversuche an Kopfbolzen bei verschiedenen Verankerungstiefen ($d = 130, 260$ und 520 mm) durch. Die Betonmischung war konstant (Größtkorn = 16 mm). Das Versagen erfolgte durch Ausbruch eines Betonkegels. Die Mittelwerte der Versuchsergebnisse sind in Abb. 3.7 graphisch dargestellt. Sie zeigen gute Übereinstimmung mit dem Bažant'schen Maßstabsgesetz. In einer weiteren Studie zum Tragverhalten von Kopfbolzen bei Betonausbruch wurden sämtliche Bauteilabmessungen proportional zur Verankerungstiefe ($d = 50 - 450$ mm) gewählt (Eligehausen et al., 1992). Die erzielten Bruchlasten können ebenfalls gut mit dem Bažant'schen Maßstabsgesetz beschrieben werden.

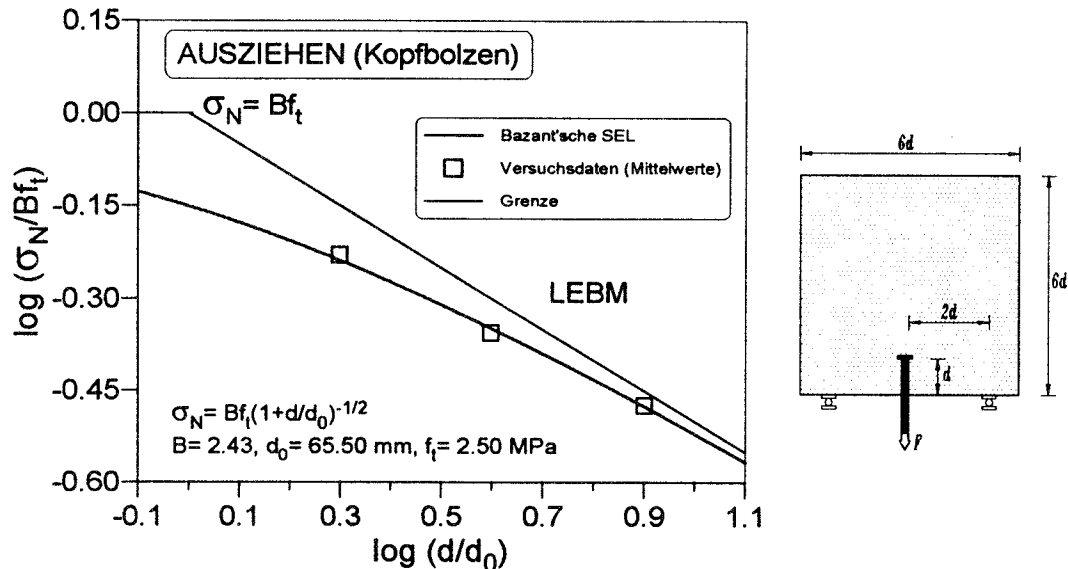


Abb. 3.7 Ausziehen von Kopfbolzen aus einem Betonblock (Geometrie in Abhängigkeit der Verankerungstiefe); Mittelwerte der Bruchlasten (Eligehausen und Sawade, 1989) im Vergleich zu Bažant'schem Maßstabsgesetz; $\sigma_N = F_u/A$, mit A = Oberfläche des Ausziehkegels, definiert durch einen mittleren Winkel zwischen Betonkegel und Betonoberfläche von $\alpha = 35^\circ$, nach Bažant et al. (1994).

Weiterhin wurden von Eligehausen et al. (1992) die Ergebnisse von 209 Ausziehversuchen mit Kopfbolzen ausgewertet. Diese Versuche wurden in verschiedenen Labors durchgeführt. Die Versagensursache war in allen Fällen kegelförmiger Betonausbruch. Der verwendete Beton entstammte unterschiedlichen Mischungen und besaß unterschiedliche Festigkeiten. Die gemessenen Bruchlasten wurden daher auf eine Würfeldruckfestigkeit $f_{cc} = 25$ MPa normiert (Multiplikator $\sqrt{25/f_{cc}}$). Die auf die gleiche Betonfestigkeit bezogene Bruchlast steigt etwa proportional zu $d^{1.5}$ an, d.h. die bezogene Bruchlasten folgen der Lösung der linearelastischen

Bruchmechanik (LEBM). Dieser ausgeprägte Maßstabseffekt wurde erwartet, da die Bruchprozeßzone relativ klein (Eligehausen und Sawade, 1989; Eligehausen und Ožbolt, 1990) und das Rißwachstum stabil ist. Ähnliche Ergebnisse wurden bei Versuchen mit Spreiz- und Hinterschnittdübeln (Eligehausen, Fuchs und Mayer, 1988) gefunden.

f) Stempeldruckbruch von Zylindern.

Von Marti (1989) wurden Versuche an Betonzylindern unterschiedlicher Größe durchgeführt. Die Zylinder wurden durch einen Betonstempel bis zum Bruch belastet. Es wurde Normalbeton mit konstanter Kornzuschlagsgröße von maximal 10 mm verwendet. Die Durchmesser der Zylinder wurden im Bereich $4d = 76$ bis 1220 mm (1:16) proportional verändert. Wie aus Abb. 3.8 ersichtlich ist, zeigen die Ergebnisse der Studie eine gute Übereinstimmung mit dem Bažant'schen Maßstabsgesetz.

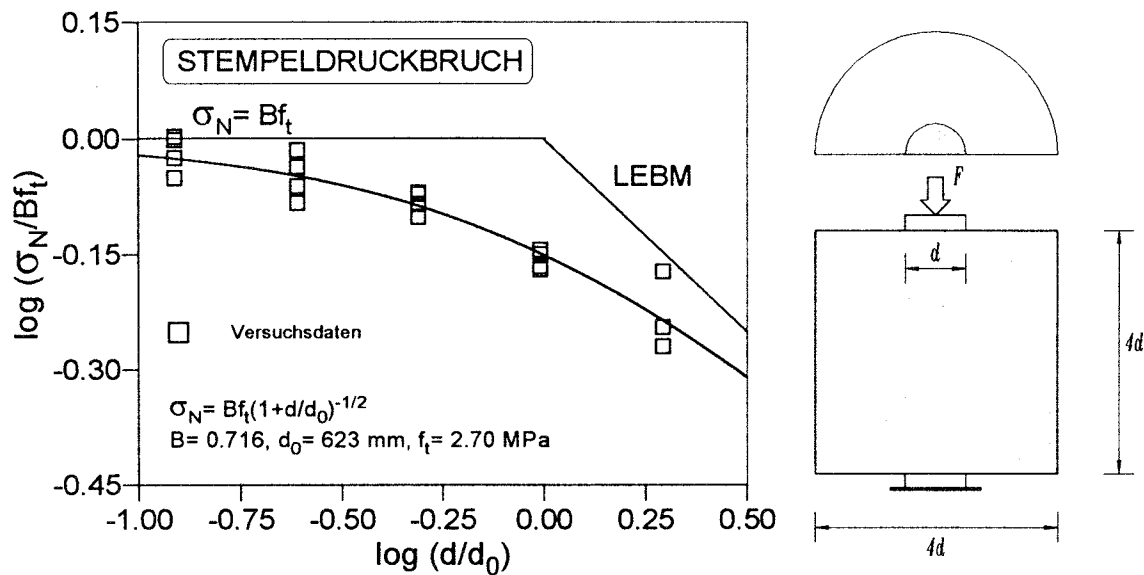


Abb. 3.8 Stempeldruckversuche an Betonzylindern (Marti, 1989) – Versuchsergebnisse im Vergleich zu Bažant'schem Maßstabsgesetz; $v_u = \sigma_N = 0.4F_u/d^2$, wobei d = Stempeldurchmesser, nach Bažant et al. (1994).

g) Druckbruch von kurzen schlanken Stützen mit Bügelbewehrung.

Bažant und Kwon (1991) führten Versuche an Stahlbetonstützen unterschiedlicher Größe durch. Die Kantenlängen der Quadrat-Stützen wurden im Bereich von $d = 12$ bis 48 mm variiert. Die Stützengeometrie sowie die Bewehrungsfläche wurden proportional verändert. Wie aus Abb. 3.9 zu sehen ist, nimmt die nominale Bruchlast mit zunehmender Körpergröße ab.

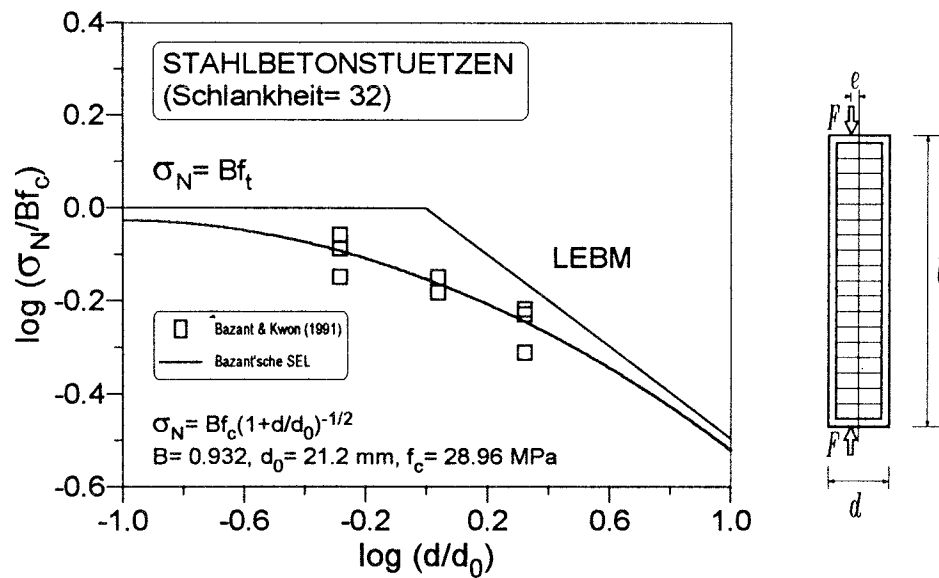


Abb. 3.9 Stahlbetonstützen unter Druckbeanspruchung (Schlankheit = 32, Bažant und Kwon; 1991) – Versuchsergebnisse im Vergleich mit dem Bažant'schem Maßstabsgesetz; $\sigma_N = F_u/d^2$ mit d = Kantenlänge, nach Bažant et al. (1994).

h) Spaltzugprüfung.

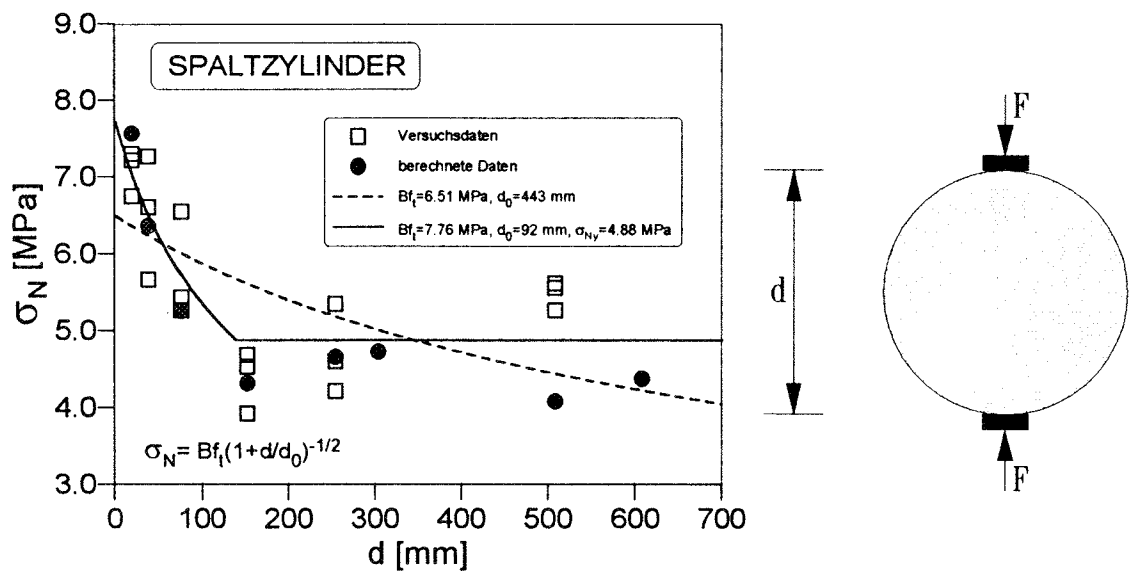


Abb. 3.10 Spaltzugprüfung – Versuchsergebnisse von Bažant, Kazemi, Hasegawa und Mazars (1991) und numerische Ergebnisse von Bažant et al. (1994), im Vergleich zu Bažant'schem Maßstabsgesetz; $\sigma_N = 2F_u/(\pi bd)$, mit b = Zylinderlänge und d = Zylinderdurchmesser, nach Bažant et al. (1994).

Die Versuchsergebnisse (Bažant, Kazemi, Hasegawa und Mazars, 1991) sowie die Ergebnisse der numerischen Untersuchungen (Bažant et al., 1994) der Spaltzugprüfungen an

Betonzylindern unterschiedlicher Größe sind in Abb. 3.10 dargestellt. Die Zylinderdurchmesser wurden im Bereich $d = 20 - 500$ mm variiert. Bis zu einem Zylinderdurchmesser von etwa $d = 150$ mm ist mit zunehmendem Durchmesser eine Abnahme der Bruchlast bzw. der Nennfestigkeit zu beobachten. Bei weiter steigendem Durchmesser des Betonzylinders ($150 \text{ mm} < d \leq 500 \text{ mm}$) bleibt die Bruchlast annähernd konstant.

- i) Dreipunktbiegung von gekerbten (konstante Anrisslänge) und ungekerbten unbewehrten Betonbalken.

Von Malkov und Karavaev (1968) wurden unbewehrte Betonbalken unter Biegebeanspruchung (Dreipunktbiegung) untersucht. Die Balken hatten keinen vordefinierten Riß (Kerbe). Im Gegensatz dazu führte Alexander (1987) die entsprechenden Versuche mit einer Kerbe mit konstanter absoluter Länge durch. Der Vergleich dieser Versuchsergebnisse mit dem Maßstabgesetz nach Baant ist in Abb. 3.11 dargestellt. Es ist zu erkennen, daß die nominale Biegezugfestigkeit mit zunehmender Balkenhöhe abnimmt ($d \leq 500$ mm). Ab einer Balkenhöhe von etwa $d = 500$ mm ist mit steigender Balkenhöhe keine wesentliche Abnahme der Biegezugfestigkeit mehr zu verzeichnen. D.h. die Biegezugfestigkeit bleibt in etwa konstant und ist von der Bauteilhöhe unabhängig.

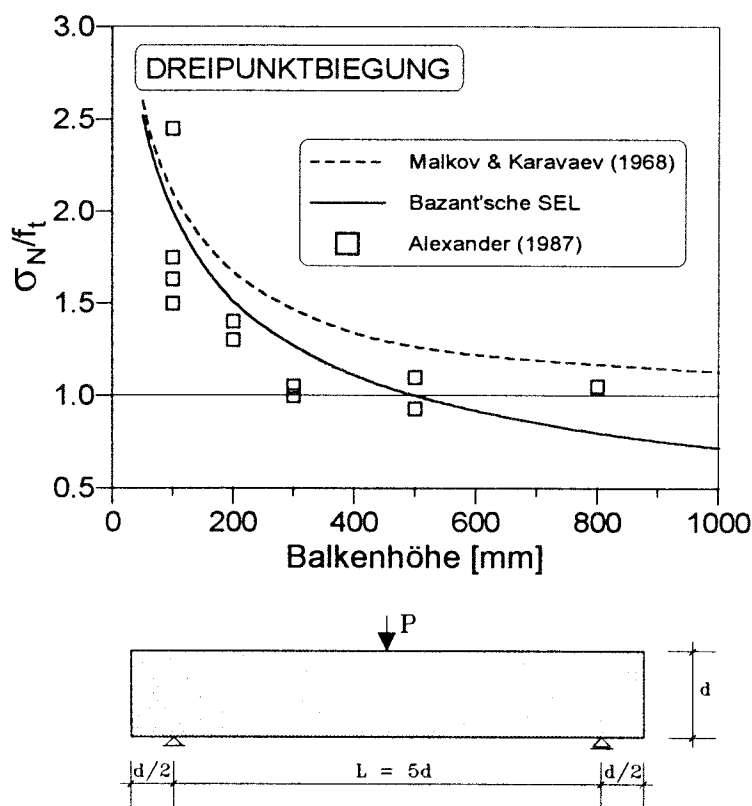


Abb. 3.11 Dreipunktbiegung von unbewehrten Betonbalken – Versuchsergebnisse (Malkov und Karavaev, 1968; Alexander, 1987) im Vergleich mit dem Baant'schen Maßstabgesetz; $\sigma_N = 6M_u / (bd^2)$ mit M_u = Bruchbiegemoment, nach Obolt, Eligehausen und Petrangeli (1993).

3.2 Theoretische Argumente

Die theoretischen Argumente für die Existenz des Maßstabeffekts können folgendermaßen zusammengefaßt werden:

- a) Analytische Lösungen für Energiefreisetzung und Lokalisierungsinstabilitäten bei verschiedenen vereinfachten Situationen, wie sie bereits beschrieben wurden (siehe Abb. 2.2).
- b) Dimensionsanalysen und Ähnlichkeitsargumente (Bažant; 1984, 1987).
- c) Numerische Mikrostruktursimulationen auf einem Hochleistungsrechner, bei denen der Beton als eine zufällige Anordnung von Teilen (harte Kornzuschlagsteile) mit entfestigender Last-Verschiebungsbeziehung zwischen dem Teilen nachgebildet wird (Bažant, Tabbara, Kazemi und Pijaudier-Cabot, 1990; van Mier, 1992).
- d) Lösungen der nichtlinearen Bruchmechanik auf der Grundlage des Modells der fiktiven Risse mit einer Gesetzmäßigkeit der allmählichen Entfestigung für die Rißüberbrückungsspannungen (Hillerborg, 1985).
- e) Deterministische Grenze einer nichtlokalen Generalisierung der Theorie von der statistischen Festigkeit Weibullscher Art (Bažant und Xi, 1991).
- f) Finite-Element-Lösungen auf der Grundlage der Methode der verschmierten Risse (Bažant und Oh, 1983; Bažant und Lin, 1988; Rots, 1988; Eligehausen und Ozbolt, 1990; Červenka, Pukl und Eligehausen, 1990) sowie der Methode der diskreten Risse (Ingraffea, 1985; Bocca et al. 1990).

Um einen Betonbruch und den Einfluß der Bauteilgröße numerisch nachzubilden, besteht die wichtigste Anforderung an ein Finite-Element-Programm darin, daß das Ergebnis gegenüber der Netzform (Ausrichtung der Elemente) und der Netzgröße unempfindlich sein muß. Wie später ausführlicher gezeigt wird, sind nichtlokale FE-Programme in der Lage, den Bruch sowie den Maßstabeffekt korrekt vorherzusagen. Einige Ergebnisse der numerischen Studien zum Maßstabseinfluß (Ozbolt und Eligehausen, 1991; Eligehausen und Ozbolt, 1992; Bažant et al., 1994), wurden in den Abb. 3.1, 3.4 und 3.10 zusammengestellt. Für die Berechnung wurde ein nichtlokales Finite-Element-Programm verwendet (Bažant et al., 1994). Die Übereinstimmung zwischen den experimentellen und den rechnerischen Ergebnissen kann im allgemeinen als gut bezeichnet werden. Die numerischen Ergebnisse lieferten gleichzeitig einen weiteren Beleg zur Erklärung des Maßstabeffekts anhand der Energiefreisetzung. Das Finite-Element-Programm ist deterministisch, deshalb kann in den Rechenergebnissen kein statistischer Maßstabeffekt infolge einer zufälligen Festigkeitsverteilung vorhanden sein.

3.3 Zusammenfassung der experimentellen und theoretischen Beweise

Von den o.g. Versuchsergebnissen sind die der Spaltzugprüfung (Abb. 3.10) und die Versuche, die an unbewehrten und ungekerbten Biegebalken durchgeführt wurden (Abb. 3.11), die einzigen, bei denen eine deutliche systematische Abweichung vom Bažant'schen Maßstabgesetz

(siehe Abb. 2.1) beobachtet wurde. Offensichtlich sind schon für den begrenzten Größenbereich, der in diesen Beispielen untersucht wurde, die Voraussetzungen des Bažant'schen Maßstabgesetzes nicht mehr erfüllt, d.h. bei Höchstlast ist keine Proportionalität der Rißlänge vorhanden.

Abschließend kann folgendes festgestellt werden. Die vorstehenden experimentellen und theoretischen Beweise für den Maßstabseinfluß sind umfassend und klar. Der in den Versuchen untersuchte Größenbereich war jedoch relativ begrenzt. Daher ist es nicht unerwartet, daß der beobachtete Maßstabseffekt in den meisten Versuchen relativ stark war. Wie nämlich die Erfahrung aus Versuchen zeigt, weist fast jedes kleine Beton- und Stahlbetonbauteil ein relativ stabiles Wachstum des geschädigten Bereichs auf. Leider stehen Studien zum Maßstabseinfluß an großen Bauteilen aus Kostengründen noch aus. Die verfügbaren Versuchsergebnisse bestätigen daher keine Theorie. Offenbar sind weitere experimentelle Untersuchungen an sehr viel größeren Konstruktionen erforderlich. Alternativ dazu muß eine Finite-Element-Analyse des nichtlinearen Bruchverhaltens großer Bauteile unter Verwendung eines objektiven Finite-Element-Programms durchgeführt werden.

4 Maßstabgesetze – Übersicht über die wichtigsten Ansätze

Die Formulierung der Maßstabsbeziehungen erfolgte in der Vergangenheit hauptsächlich auf zweierlei Weise: (1) auf der Grundlage von Versuchsergebnissen für jedes besondere Problem ohne dahinterstehende Theorie und (2) auf der Grundlage einer allgemeinen Theorie, die in einer einfachen geschlossenen Form die Nenntragfähigkeit auf eine beliebige Geometrie bezieht. Der erste Ansatz ist streng praxisorientiert und behandelt nur ein bestimmtes Problem für einen begrenzten Größenbereich. Die zweiten, theoretischen Ansätze vertrauen auf die Voraussetzungen, die für beliebige Bauteile und Belastungen nicht unbedingt erfüllt sein müssen. Gegenwärtig gibt es für Beton- und Stahlbetonbauteile zwei bedeutende deterministisch-theoretische Maßstabgesetze, die völlig entgegengesetzt sind.

Die erste Art der theoretischen Maßstabgesetze basiert im wesentlichen auf der linearelastischen Bruchmechanik (LEBM), der nichtlinearen Bruchmechanik (NEBM), dem kohäsiven Rißmodell oder auf einfachen Überlegungen zur Energiebilanz zwischen der Bauteilenergiefreisetzung und dem Energieverbrauchsvermögen von Beton. All diese Ansätze befassen sich mit einem einzigen Riß und gehen a priori von der Annahme eines konstanten oder proportional veränderten Anrisses aus (Bažant, 1984; Bažant, Ožbolt und Eligehausen, 1994; Elices und Planas, 1992). Der Ansatz ist vom theoretischen Standpunkt aus wichtig und nützlich für die Bestimmung von Materialbrucheigenschaften. In den meisten Beton- und Stahlbetonbauteilen ist jedoch die Annahme des Wachstums eines einzigen Risses unrealistisch, weil es fast immer mehr als einen Riß gibt.

Wenn man sich einer der obengenannten Methoden zusammen mit der Annahme der Proportionalität der Rißlänge bei Höchstlast (die gewöhnlich durch die Proportionalität der Anrißlänge gewährleistet ist) bedient und von einer finiten Größe der Betonbruchprozeßzone ungleich Null ausgeht, entsprechen diese Ansätze im wesentlichen dem Bažant'schen Maßstabgesetz (Bažant, 1984; siehe Abb. 2.1). Wie bereits zuvor besprochen, hat das Bažant'sche Maßstabgesetz die folgende Form:

$$\sigma_N = B f_t (1 + \beta)^{-1/2}; \quad \beta = d/d_0 \quad (4.1)$$

mit f_t = Zugfestigkeit von Beton; B und d_0 sind zwei Konstanten, die entweder experimentell oder durch eine numerische Analyse bestimmt werden. Nach Gleichung (4.1) ist der Maßstabseffekt zwischen der Fließgrenze (Plastizität – kein Maßstabseffekt), die der horizontalen Linie in Abb. 2.1 entspricht, und dem Einfluß der Bauteilgröße aufgrund der linearelastischen Bruchmechanik definiert. Für $d \ll d_0$, ergibt Gleichung (4.1) $\sigma_N = B f_t =$ konstant, d.h. der Maßstabseffekt verschwindet (siehe horizontale Asymptote in Abb. 2.1). Ist $d \gg d_0$ liefert Gleichung (4.1) für $\sigma_N = B f_t \beta^{-1/2}$ bzw. $\log \sigma_N = -(1/2) \log d +$ Konstante, dadurch ergibt sich eine geradlinige Asymptote mit der Neigung $-1/2$ (siehe Abb. 2.1). Somit entsprechen die Asymptoten der Bažant'schen Maßstabskurve nach Gleichung (4.1) den Analysen nach der Plastizitätstheorie bzw. der linearelastischen Bruchmechanik. Den Schnittpunkt der horizontalen und der geneigten Asymptote erhält man, indem

man $Bf_t = Bf_t\beta^{-1/2}$ setzt, was zu $\beta = 1$ oder $d = d_0$ führt (Abb. 2.1). Offensichtlich sind Bauteile mit Verhältnissen $d > d_0$ mit der linearelastischen Bruchmechanik besser anzunähern als mit der Plastizitätstheorie, d.h. sie versagen spröde. Demgegenüber liefert bei Bauteilen mit $d < d_0$ eine Annäherung mit der Plastizitätstheorie bessere Übereinstimmung, d.h. das Verhalten ist duktiler. Daher wurde das Verhältnis $\beta = d/d_0$ als Sprödigkeitszahl bezeichnet (wobei d_0 den Einfluß der Bauteilform einführt). Im Vergleich zu den älteren Definitionen der Sprödigkeitszahl nach Gogotsi et al. (1978), Homeny et al. (1980), Hillerborg (1985) und Carpinteri (1982, 1986) hat diese Definition den Vorteil, daß sie von der Bauteilform unabhängig ist. Dies wird dadurch erreicht, daß man d durch d_0 teilt. Bei den früheren Definitionen konnte derselbe Wert der Sprödigkeitszahl, z.B. drei, für eine Bauteilform ein sehr sprödes Verhalten und für andere Bauteilformen ein sehr duktiler Verhalten bedeuten. Deshalb kann nur die Sprödigkeitszahl von Bauteilen derselben Form miteinander verglichen werden.

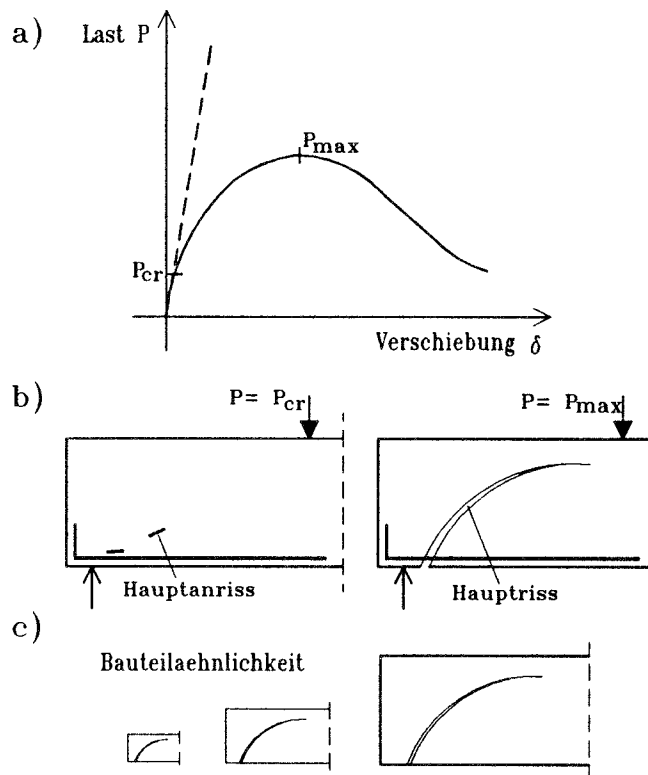


Abb. 4.1 (a) Durch Bruch oder Instabilität hervorgerufene Entfestigung, (b) Versagen bei beginnender Rißbildung ($P_{cr} < P_{max}$) und Versagensart bei Höchstlast (P_{max}), (c) Bauteilähnlichkeit.

Die Herleitung der Gleichung (4.1) beruht auf zwei grundlegenden Hypothesen (Bažant, 1984): (1) Die Ausbreitung eines Bruch- oder Rißbandes erfordert eine ungefähr konstante Energiezufuhr je Längen- und Breitereinheit des Rißwachstums. (2) Die potentielle Energie, die aufgrund des Rißwachstums freigesetzt wird, ist sowohl eine Funktion (a) der Rißlänge als auch (b) der Größe der Bruchprozeßzone an der Rißspitze. Wenn die potentielle Energiefreisetzung nur von der Rißlänge abhängig ist, ergibt sich der Maßstabseffekt entsprechend der linearelastischen Bruchmechanik. Im Gegensatz dazu gibt es keinen Maßstabseffekt,

wenn die Energiefreisetzung nur von der Größe der Bruchprozeßzone abhängt. Im Falle von Versuchskörpern, unterschiedlicher Größe, die bis zum Bruch belastet werden, kann die Ähnlichkeit der Rißform und -länge dadurch erzielt werden, daß man geometrisch ähnliche Kerben vorsieht. Bei realen Beton- und Stahlbetonbauteilen, die keine Kerben aufweisen, ist das Bažant'sche Maßstabgesetz (4.1) nur unter den beiden folgenden zusätzlichen Voraussetzungen gültig: (3) Unter Bruchlast sind die Rißformen und -längen in geometrisch ähnlichen Bauteilen unterschiedlicher Größe ebenfalls geometrisch ähnlich (siehe Abb. 4.1c). (4) Das Bauteil versagt nicht bei Auftreten von Anrissen (siehe Abb. 4.1b, links).

Weiterhin ist zu beachten, daß Gleichung (4.1) nur für Bauteile gilt, die aus demselben Material hergestellt sind. Dies hat zur Folge, daß die Zusammensetzung und das Größtkorn d_a des Betons bei Bauteilen unterschiedlicher Größe gleich sein müssen. Bei Veränderung von d_a muß der spezifische Zementgehalt ebenfalls geändert werden, und daraus resultiert ein anderes Material. Ändert sich d_a gleichzeitig mit d , so treten zwei voneinander unabhängige Probleme auf: erstens der Einfluß einer Größenänderung von d bei $d_a = \text{konstant}$, und zweitens der Einfluß einer Änderung von d_a bei konstanter Größe d .

Bei Beton- und Stahlbetonbauteilen ist die Annahme eines konstanten und größenunabhängigen Wertes von G_f , der in der Ableitung des Bažant'schen Maßstabgesetzes erforderlich ist, ungefähr erfüllt. Wie jedoch später bewiesen wird, gilt die Hypothese von der Proportionalität der Rißlänge bei Höchstlast nicht allgemein. Dies trifft insbesondere auf Beton- und Stahlbetonbauteile zu, die unter Bruchlast mehr als einen Makroriß aufweisen (komplexe Rißbildung). Deshalb gilt das Bažant'sche Maßstabgesetz nur für einen begrenzten Anwendungsbereich.

Der zweite Ansatz für ein theoretisches Maßstabgesetz, der kürzlich von Carpinteri (1994) vorgeschlagen wurde, basiert auf multifraktalen Aspekten einer Schädigung – der Multifraktalität der Rißoberflächen. Praktisch geht das Konzept von der Homogenität des Materials aus. In jedem kleinen Betonbauteil ist die Kornzuschlagsgröße relativ zur Bauteilgröße groß, die Inhomogenität ist maximal, als Folge ist der Maßstabseffekt stark ($d \rightarrow 0$, Fraktalzahl $f = 1.5$). Im Gegensatz dazu ist in großen Beton- und Stahlbetonbauteilen die Kornzuschlagsgröße bezogen auf die Bauteilgröße klein, das Material wird nahezu homogen ($d \rightarrow \infty$, Fraktalzahl $f = 2.0$). Dies bedeutet, daß der Maßstabseffekt bei größeren Bauteilen verschwindet. Nach dem Konzept der Fraktalschädigung hat das Maßstabgesetz (MFSL) die folgende Form (Carpinteri, 1994):

$$\sigma_N = \left(A + \frac{C}{d} \right)^{1/2} \quad (4.2)$$

Darin sind A und C zwei Konstanten, die man aus Anpassungsversuchen oder berechneten Daten erhält. Die Gleichung (4.2) ist in Abb. 4.2 schematisch dargestellt. Wie zu erkennen ist, ist die Nennfestigkeit σ_N bei $d \rightarrow \infty$ konstant und ungleich Null, d.h. es stellt sich eine Festigkeitsgrenze ein. Dagegen gilt $\sigma_N \rightarrow \infty$ bei $d \rightarrow 0$. Dies bedeutet, daß bei jedem Betonbauteil der Maßstabseffekt nur in einem begrenzten Größenbereich, der je nach Art des Problems größer oder kleiner sein kann, stark ist. In Gleichung (4.2) repräsentiert die Konstante C die Bauteilgröße. Bei Bauteilen mit $d > C$ existiert praktisch kein Maßstabseffekt, das Bauteil verhält sich spröde und versagt bei Rißauslösung. Für $d < C$ ist der Maßstabseffekt stark, und das Bauteil verhält sich duktiler.

Wie später gezeigt wird, können zahlreiche experimentelle und numerische Ergebnisse für

Beton- und Stahlbetonbauteile mit diesem nichtmechanischen Konzept interpretiert werden. Jedoch fehlt diesem Ansatz der grundlegende mechanische Hintergrund — die Homogenität (Inhomogenität) des Dehnungsfelds. Für jedes kleinere Betonbauteil stimmt die Inhomogenität der Dehnung immer mit der Inhomogenität des Materials überein. In größeren Bauteilen wird die Inhomogenität des Materials reduziert, die Inhomogenität des Dehnungsfelds jedoch i.a. nicht. Infolge der Problemgestaltung kann nämlich eine Inhomogenität der Dehnung selbst für $d \rightarrow \infty$ vorliegen, z.B. bei allen proportional gekerbten Bauteilen. Deshalb hat die Gleichung (4.2), ähnlich wie das Bazant'sche Maßstabgesetz, nur einen begrenzten Anwendungsbereich.

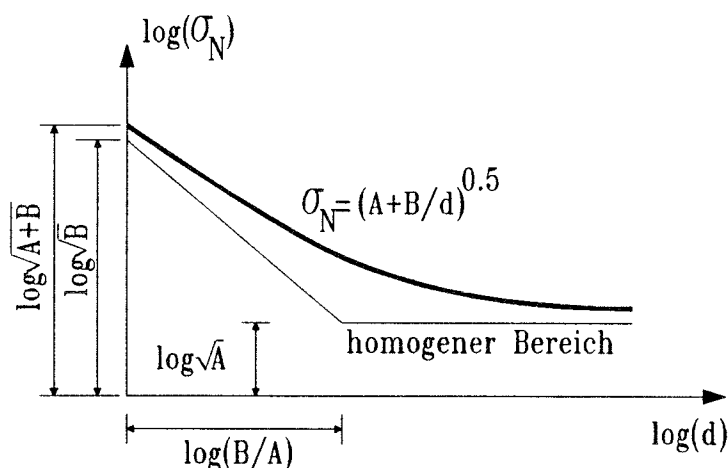


Abb. 4.2 Die Fraktalschädigungsform des Maßstabgesetzes (Carpinteri, 1994).

Um das Konzept der Fraktalschädigung realistischer und vom mechanischen Standpunkt aus annehmbarer zu machen, sollte man, anstatt nur die Ähnlichkeit der endgültigen Rißoberfläche (die zweidimensionale Ähnlichkeit) zu berücksichtigen, die Fraktalität im Sinne einer dreidimensionalen Ähnlichkeit betrachten. In quasispröden Materialien wie zum Beispiel Beton ist nämlich der einzelne Makroriß nur ein Endergebnis des vollständigen Schädigungsprozesses. Dieser läuft eher im Materialvolumen als an der Rißoberfläche ab. Wenn eine dritte Dimension eingeführt wird, sollte man in der Lage sein, zwischen zwei prinzipiell verschiedenen Versagensarten zu unterscheiden: Zwischen einem spröden (Versagen bei Auslösung der Rißbildung) und einem duktilen Versagen (stabile Rißausbreitung). Dadurch könnte dieses Konzept realistischer werden.

5 Maßstabsgesetze – eine neue Betrachtungsweise des Rißwachstums und zugehörige Bauteilausbildungen

Im vorliegenden Kapitel werden die grundlegenden Bedingungen für den Beginn der Rißbildung sowie das Rißwachstum besprochen. Prinzipiell kann zwischen zwei verschiedene Arten des Rißwachstums unterschieden werden: Das stabile und das instabile Rißwachstum. Beide sind eng mit der Geometrie und der Belastungsart des Bauteiles verknüpft. Da der Maßstabseffekt die Folge der Rißbildung ist, wird gezeigt, daß hauptsächlich zwei Klassen von Maßstabsgesetzen existieren – ein Maßstabsgesetz für Bauteile, die ein stabiles Rißwachstum bei allen Bauteildicken zeigen, und eines für Bauteile, die nach der LEBM ein instabiles Rißwachstum aufweisen. Die Ableitung der jeweiligen Maßstabsgesetze ist jedoch sehr komplex. Dies ist auf die Tatsache zurückzuführen, daß die meisten Stahlbetonbauteile statt eines einfachen Rißwachstums entsprechend der Rißart-I eine komplexe Rißbildung zeigen. Daher sollten die einzelnen Probleme getrennt untersucht werden. Ein allgemeines Maßstabsgesetz, das alle in der Praxis vorkommenden Situationen abdecken kann, kann deshalb nicht formuliert werden.

5.1 Einzelrißwachstum, Rißart-I

Wie in den vorherigen Kapiteln aufgezeigt, wird der Einfluß der Größe eines Bauteils auf die Nennfestigkeit von der Rißbildung und der Freisetzung von Bauteilenergie infolge der Rißbildung hervorgerufen. Um den Maßstabseffekt zu verstehen und diejenigen Bauteile zu erkennen, die einem Maßstabseffekt gegenüber empfindlich sind, ist es wichtig, zwei verschiedene Arten des Rißwachstums zu unterscheiden. Nehmen wir an, daß es sich sowohl bei der Zugfestigkeit des Betons (f_t) als auch bei der Betonbruchenergie (G_f) um Materialkonstanten handelt. Gehen wir weiterhin davon aus, daß in einem Betonbauteil der Riß in einem kritischen Querschnitt beginnt, wenn die Zugspannung gleich der Zugfestigkeit wird ($\sigma = f_t$). Nachdem sich der Riß öffnet, wird sein weiteres Wachstum von der Energiebilanz zwischen der Energiefreisetzungsgeschwindigkeit des Bauteils ($\Delta U/\Delta a$) und dem Energieverbrauchsvermögen des Betons (G_f) gesteuert. Hierbei bedeuten U = die im Bauteil gespeicherte Energie, und a = die Rißlänge. Entsprechend der Energiebilanz können prinzipiell zwei unterschiedliche Arten des Rißwachstums unterschieden werden: (1) $\Delta U/\Delta a \geq G_f$ — instabiles Rißwachstum und (2) $\Delta U/\Delta a < G_f$ — stabiles Rißwachstum.

Wenn instabiles Rißwachstum stattfindet, kann die Freisetzung der Bauteilenergie, die vom Rißwachstum hervorgerufen wird, nicht vom Beton verbraucht werden, d.h. es gibt kein Energiegleichgewicht. Deshalb muß die Last abnehmen, nachdem der Riß sich geöffnet hat. Dies wiederum bedeutet, daß das Bauteil versagt, sobald die Zugfestigkeit des Betons im kritischen Querschnitt erreicht ist. Es existiert kein Maßstabseffekt, da die Betonbruchenergie nicht zur Bruchlast beiträgt. Bei dieser Versagensart weist das Bauteil eine starke Empfindlichkeit gegenüber Veränderungen der Betonzugfestigkeit und keine Empfindlichkeit gegenüber der Betonbruchenergie auf. Zusammenfassend ist festzustellen, daß die Bruchlast hier nur von der Zugfestigkeit des Betons bestimmt wird und es existiert kein Maßstabseffekt.

Bei stabilem Rißwachstum kann die Bauteilenergie, die infolge der Rißbildung freigesetzt wird, durch den Beton verbraucht werden, d.h. ein Energiegleichgewicht ist möglich. Je nach Umfang des Rißbildungsprozesses kann die durch den Beton verbrauchte Energie einen bedeutenden Beitrag zur Versagenslast leisten. Dies gilt als Hauptgrund für die Existenz des Maßstabseinflusses auf die Bruchlast. Daher sind Bauteile, die ein stabiles Rißwachstum zeigen, empfindlich gegenüber der Veränderung der Betonbruchenergie und relativ unempfindlich gegenüber der Veränderung der Betonzugfestigkeit. Damit läßt sich die Empfindlichkeit eines Bauteils bezüglich des Größeneinflusses überprüfen, indem man die Auswirkungen einer veränderlichen Bruchenergie G_f auf die Bruchlast des Bauteiles untersucht.

Um einen einzelnen Riß im kritischen Querschnitt oder in den kritischen Querschnitten auszulösen, muß eine örtliche Dehnungslokalisierung stattfinden. In dieser Hinsicht lassen sich prinzipiell zwei Klassen von Problemen unterscheiden:

- Probleme, die im kritischen, am stärksten beanspruchten Querschnitt eine Homogenität des Dehnungsfeldes zeigen.
- Probleme, die nichthomogene Spannungs-Dehnungsfelder (Lokalisierung der Dehnung) aufweisen.

Wenn in einem vollkommen homogenen Material der maximale Dehnungsgradient in Hauptdehnungsrichtung des Dehnungsfeldes gleich Null wird ($\Delta\epsilon/\Delta x = 0$), gibt es keinen mechanischen Grund für eine örtliche Dehnungslokalisierung und es sind die statistischen Aspekte einer Schädigung wichtig. Beton ist jedoch nicht homogen, sondern inhomogen. Diese Inhomogenität bewirkt, daß auch die mechanischen Gründe für den Maßstabseffekt wirksam werden. Dies gilt insbesondere für relativ kleine Betonbauteile, bei denen die Inhomogenität des Betons relativ groß ist. Dadurch ist der Maßstabseffekt nur in einem sehr begrenzten Größenbereich stark ausgeprägt. Ein typisches Beispiel ist ein einachsig auf Zug belasteter Versuchskörper aus unbewehrtem Beton.

Bei der zweiten Klasse besteht eine Inhomogenität des Dehnungsfeldes infolge der Art des Problems, d.h. unabhängig von der Inhomogenität des Materials. Für diese Probleme spielen die Inhomogenität des Betons sowie die zugehörigen statistischen Aspekte keine bedeutende Rolle, da sie nicht stark an die mechanischen Gründe für den Maßstabseffekt gekoppelt sind. Ein Maß für die Inhomogenität des Dehnungsfeldes stellen die Gradienten der Hauptdehnungsrichtungen ($\Delta\epsilon/\Delta x$) dar. Für $d \rightarrow 0$ gilt dann bei Problemen dieser Art $\Delta\epsilon/\Delta x \rightarrow \infty$. Dies bedeutet eine starke örtliche Lokalisierung der Dehnung und ein starker Maßstabseffekt für kleine Bauteile. Bei einem kleinen Bauteil ist nämlich die Freisetzung von Bauteilenergie immer geringer als das Energieverbrauchsvermögen von Beton. Für $d \rightarrow \infty$ gibt es in Abhängigkeit der Bauteilgeometrie zwei Möglichkeiten: (1) Die Inhomogenität des Dehnungsfeldes verschwindet – $\Delta\epsilon/\Delta x \rightarrow 0$, d.h. eine schwache örtliche Dehnungslokalisierung und (2) die Inhomogenität der Dehnung ist immer vorhanden – $\Delta\epsilon/\Delta x \rightarrow \infty$, d.h. eine starke örtliche Dehnungslokalisierung.

Im ersten Fall gibt es ein stabiles Rißwachstum und einen Maßstabseffekt in einem begrenzten Größenbereich der Bauteile. Der Größenbereich, in dem der Maßstabseffekt relativ stark ist, wird von der Veränderung der Spannungsgradienten in Abhängigkeit von der Bauteilgröße gesteuert ($\delta(\Delta\epsilon/\delta x)/\delta(d) = \Gamma$). Wenn Γ bei einer Zunahme von d sehr langsam

gegen Null strebt, dann muß der Maßstabseffekt in einem relativ breiten Größenbereich vorhanden sein. Nähert sich Γ dagegen bei zunehmender Bauteildicke sehr schnell an Null an, so ist der Maßstabseffekt auf einen kleineren Größenbereich begrenzt.

5.2 Typische Konfigurationen in Verbindung mit dem Wachstum eines Einzelrisses

Wenn von konstanten Brucheigenschaften des Materials ausgegangen wird, sind die Freisetzung von Bauteilenergie und damit das Rißwachstum i.a. von Bauteilgeometrie, Lastart und Größe abhängig. Nach der linearelastischen Bruchmechanik (LEBM) gibt es in bezug auf das Wachstum eines Einzelrisses zwei typische Bauteilausbildungen (Geometrien): (1) Positive Geometrien, die nach der Rißauslösung ein instabiles Rißwachstum aufweisen (siehe Abb. 5.1a), d.h. bei einer konstanten Nennspannung nimmt der Spannungsintensitätsfaktor mit zunehmender Rißlänge zu. (2) Negative Geometrien, bei denen der Riß nach dem Anreißen auf eine stabile Weise wächst (siehe Abb. 5.1b). Dies bedeutet, daß bei einer konstanten Nennspannung der Spannungsintensitätsfaktor abnimmt, wenn die Rißlänge zunimmt.

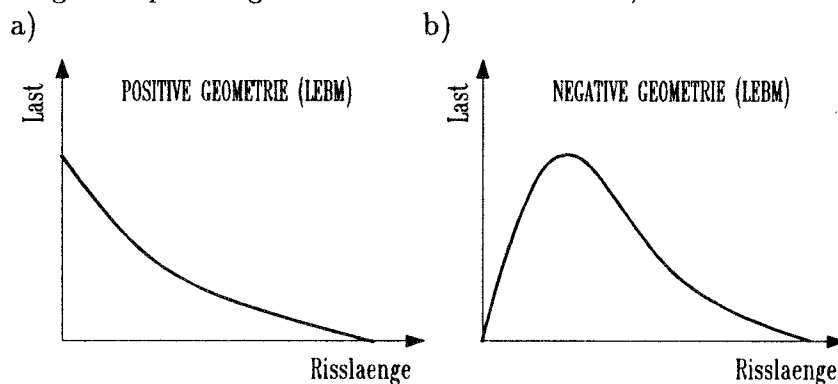


Abb. 5.1 Verhalten typischer Bruchgeometrien: a) Positive (normale) Geometrie; b) Negative Geometrie.

Im Fall einer positiven Geometrie ist kein stabiles Rißwachstum möglich, d.h. das Bauteil versagt bei der Rißauslösung (Sprödversagen). Daher gilt ein Maßstabsgesetz, das auf statistischen Effekten in der Festigkeit beruht. Im Fall einer negativen Geometrie ist ein stabiles Rißwachstum bis zum Erreichen der Bruchlast möglich. Es ergibt sich daher ein Maßstabseffekt, da neben der Zugfestigkeit auch die Betonbruchenergie einen bedeutenden Anteil zur Bruchlast beiträgt. Deshalb kann bei Bauteilen mit negativer Geometrie ein relativ duktiler Verhalten erwartet werden.

Die obengenannten Geometrien sind zwei Extremfälle, für die nach der LEBM das Materialverhalten als linear elastisch angenommen wird. Außerdem ist davon auszugehen, daß die Bruchprozeßzone im Vergleich zur Bauteilgröße vernachlässigbar ist. Bei Beton- und Stahlbetonbauteilen sind jedoch einige zusätzliche Aspekte zu berücksichtigen:

- Die Größe der Bruchprozeßzone des Betons ist neben anderen Faktoren von der Kornzuschlagsgröße und -form abhängig. Die Bruchprozeßzone hat eine endliche Größe die ungleich Null ist. Ist daher die Größe der Bruchprozeßzone im Vergleich zu der Bauteilgröße relativ groß, muß das Maßstabsgesetz diesen nichtlinearen Einfluß berücksichtigen.

- In Beton- und Stahlbetonbauteilen gibt es fast niemals nur einen einzigen Riß, sondern meistens ein System von Rissen, das ein stabiles oder ein instabiles Rißwachstum zeigen kann.
- Auf Grund nichtlinearer Einflüsse kann sich die Versagensart ändern, wenn die Bauteilgröße zunimmt, d.h. in einem bestimmten Größenbereich kann das Bauteil als "Bauteil mit negativer Geometrie" und in einem anderen als "Bauteil mit positiver Geometrie" wirken.
- In Stahlbetonbauteilen müssen die Spannungen und die Bauteilenergie, die durch die Rißbildung im Beton freigesetzt werden, von der Bewehrung aufgenommen werden. Wenn eine Spannungs- und Energieübertragung zwischen Beton und Bewehrung möglich ist (was nicht immer der Fall ist), reduziert die Bewehrung durch Verbrauch von Bauteilenergie aus der Rißbildung den Maßstabseffekt beträchtlich.

Die o.g. Eigenschaften von Beton- und Stahlbetonbauteilen müssen berücksichtigt werden, um Maßstabsgesetze für verschiedene Bauteiltypen abzuleiten.

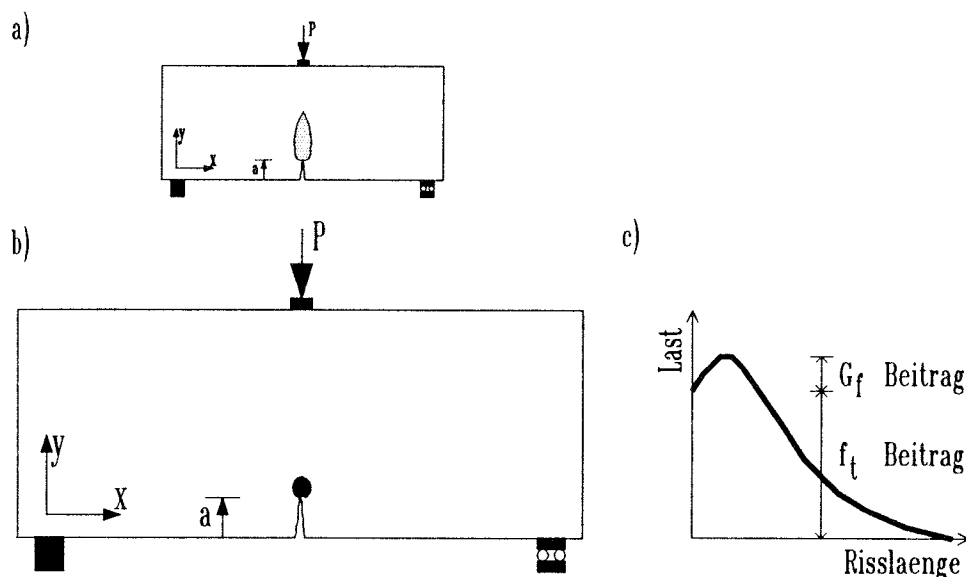


Abb. 5.2 Relative Größe der Bruchprozeßzone von Beton: a) Kleines Bauteil; b) Großes Bauteil; c) Beitrag der Zugfestigkeit und der Betonbruchenergie zu der Bruchlast.

5.3 Maßstabsgesetze für typische Beton- und Stahlbeton geometrien

Wenn die mechanische Bedingung für die Existenz des Maßstabeffekts, die örtliche Dehnungslokalisierung, erfüllt ist, können Beton- und Stahlbetonbauteile bezüglich des Rißwachstums in drei Kategorien eingeteilt werden: (1) Einzelrißwachstum – Positive Geometrie, (2) Einzelrißwachstum – Negative Geometrie und (3) Mehrfachrißwachstum – Komplexe Geometrie.

5.3.1 Einzelriß – instabiles Rißwachstum

Wie zuvor dargestellt, zeigen positive Geometrien nach der LEBM ein instabiles Rißwachstum, d.h. die Last nimmt unmittelbar nach der Rißauslösung ab (Abb. 5.1a). Berücksichtigt man jedoch, daß die Bruchprozeßzone nicht wie in der LEBM angenommen unendlich klein ist, sondern eine endliche Größe hat (Abb. 5.2), so ergibt sich folgendes:

Für $d \rightarrow 0$ ist die Rißprozeßzone groß gegenüber der Bauteildicke (Abb. 5.2a). Es kann im allgemeinen gezeigt werden, daß im kritischen Querschnitt die Spannungsgradienten $(\Delta\epsilon/\Delta x)$ gegen unendlich gehen. Es liegt eine starke örtliche Dehnungslokalisierung vor. In diesem Fall geht sowohl $U \rightarrow 0$ als auch $\Delta U/\Delta a \rightarrow 0$. Da es sich bei G_f um eine Konstante ungleich Null handelt, $G_f/(\Delta U/\Delta a) \rightarrow \infty$ und theoretisch $\sigma_N \rightarrow \infty$. Praktisch hat jedoch $d = 0$ keine physikalische Bedeutung, und daher ergibt sich $\sigma_{N d \rightarrow 0} = \sigma_{N, \text{Plastizität}}$. Für $d \rightarrow \infty$ verschwindet der nichtlineare Effekt einer relativ großen Bruchprozeßzone des Betons, da die Bruchprozeßzone im Vergleich zur Bauteilgröße vernachlässigbar wird (Abb. 5.2b). Ist im kritischen Querschnitt $\Delta\epsilon/\Delta x \rightarrow 0$, erhält man $\Delta U/\Delta a \rightarrow \infty$ und $G_f/(\Delta U/\Delta a) \rightarrow 0$. Dies bedeutet ein Versagen bei der Auslösung des Risses und damit keinen Einfluß der Bauteilgröße auf die Bruchfestigkeit.

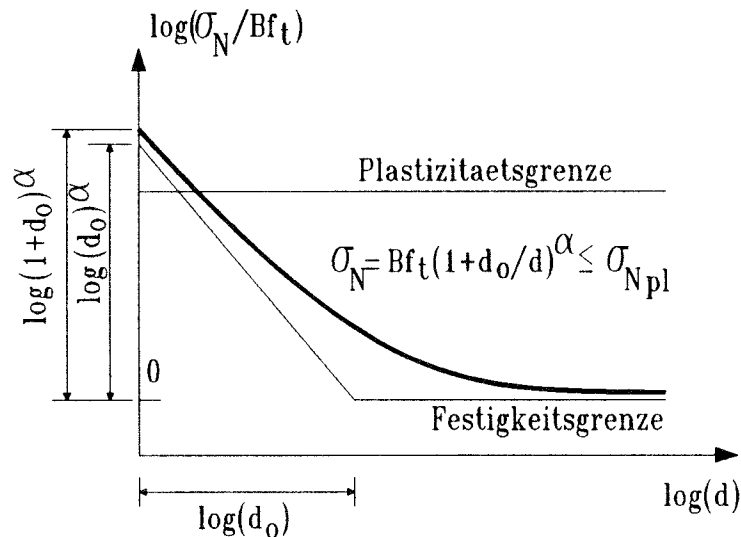


Abb. 5.3 Das Maßstabgesetz für eine positive Geometrie.

Auf der Grundlage der oben dargestellten mechanischen Überlegungen gibt es für Beton- und Stahlbetonbauteile mit positiver Geometrie den Maßstabeffekt nur bei relativ kleinen Bauteilen, bei denen ein relativ stabiles Rißwachstum möglich ist (Abb. 5.2c). Die praktische Beschränkung der Nennfestigkeit fällt mit der Plastizitätsgrenze zusammen. Bei größeren Bauteilen verschwindet der Maßstabeffekt, d.h. es gelten die Festigkeitskriterien. Das Maßstabgesetz für Bauteile mit positiver Geometrie kann daher annähernd durch eine Gleichung in folgender Form beschrieben werden:

$$\sigma_N = Bf_t(1 + \gamma)^\alpha \leq \sigma_{\text{Plastizität}}, \quad \gamma = d_0/d \quad (5.1)$$

Darin sind B und d_0 zwei Konstanten, die von der Art des Problems und den Brucheigenschaften des Materials abhängen (ähnlich wie im Falle des Bazant'schen Maßstabgesetzes),

und α eine problemabhängige Konstante zwischen 0 und 1. Im Gegensatz zum Bažant'schen Maßstabsgesetz ist bei $d > d_0$ der Maßstabseffekt gering und liegt in der Nähe der Festigkeitsgrenze. Für $d < d_0$ ergibt sich ein maximaler Einfluß der Bauteilgröße. B , d_0 und α müssen für jeden Einzelfall aus Experimenten oder mit Hilfe einer hochentwickelten numerischen Analyse ermittelt werden.

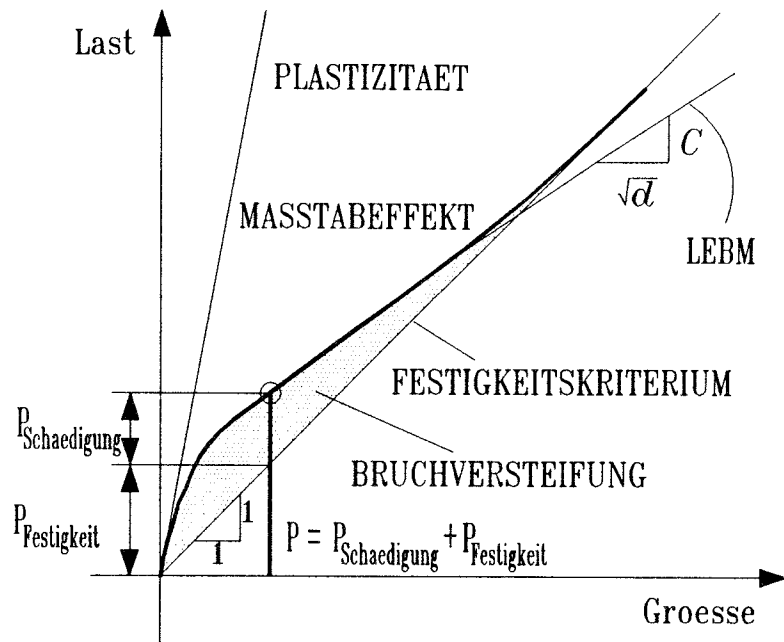


Abb. 5.4 Einfluß einer Bruchversteifung auf die Bruchlast (2D-Geometrie).

Die allgemeine Form der Kurve entsprechend Gleichung (5.1) ist in Abb. 5.3 dargestellt. Im wesentlichen dieselbe Form wurde durch MFSL bestimmt (siehe Abb. 4.2), wobei es sich um einen völlig anderen physikalischen Hintergrund handelt. Die nichtmechanischen Argumente, die in der multifraktalen Schädigungstheorie verwendet werden, entsprechen den oben besprochenen mechanischen Argumenten. Der Ansatz nach (5.1) steht im Widerspruch zum Bažant'schen Maßstabsgesetz (siehe Abb. 2.1, Gl.(4.1)). Offensichtlich gilt die Proportionalität der Rißlänge für Beton- und Stahlbetonbauteile mit positiver Geometrie nicht. Nur in dem Sonderfall, wenn die Größe des Anrisses proportional zur Bauteilgröße ist (z.B. bei einem künstlich gekerbten Balken), gilt das Bažant'sche Maßstabsgesetz. In diesem Fall (positive Geometrie mit proportional geändertem Anriß) ist die Proportionalität der Rißlänge jedoch keine Bauteileigenschaft, sondern eine Randbedingung des Problems. Er ist ohne praktische Bedeutung.

Die Ergebnisse der Bruchanalyse von Bauteilen mit positiver Geometrie und verschiedener Größe können anhand der Abb. 5.4 zusammengefaßt werden. In Abb. 5.4 ist die Beziehung zwischen der Versagenslast und der Bauteilgröße schematisch aufgezeigt. Hieraus wird ersichtlich, daß die Bruchlast aus zwei Teilen besteht: $P_U = P_f + P_{G_j}$; mit P_f = Anteil der Betonzugfestigkeit und P_{G_j} = Beitrag der Schädigung (Betonbruchenergie). Allgemein kann der Beitrag der Zugfestigkeit im gesamten Größenbereich als bedeutend angesehen werden. Für kleine Bauteile ist der Anteil der Schädigung an der Bruchlast jedoch relativ groß. Dieser Anteil bewirkt den Maßstabseffekt. Im Gegensatz dazu wird bei größeren Bauteilen

die Versagenslast nicht (oder nur unwesentlich) von der Schädigung beeinflusst ($P_U \cong P_{ft}$). Der Beitrag der Schädigung zur Bruchlast kann nach Ozbolt, Eligehausen und Petrangeli (1993) als eine Bruchversteifung interpretiert werden.

5.3.2 Einzelriß – stabiles Rißwachstum

Bei negativer Geometrie eines Beton- oder Stahlbetonbauteils ist ein stabiles Rißwachstum vor Erreichen der Bruchlast möglich (Abb. 5.1b). Bei extrem großen Bauteilen ($d \rightarrow \infty$) wird die bezogene Größe der Bruchprozeßzone ungefähr gleich Null. Es kann in einem solchen Fall nachgewiesen werden, daß die Rißlänge bei Höchstlast proportional zur Bauteilgröße zunimmt (Elices und Planas, 1992). Damit ist die Bedingung der Proportionalität der Rißlänge erfüllt, und der Maßstabseffekt existiert. Er entspricht praktisch dem Maßstabsgesetz, das durch die LEBM vorhergesagt wird. Strenggenommen wird jedoch im Grenzfall ($d \rightarrow \infty$) der Beitrag der Zugfestigkeit des Betons zur Bruchlast immer größer sein als der Beitrag der Betonbruchenergie. Dies ist darauf zurückzuführen, daß der Beitrag der Materialfestigkeit zur Bruchlast immer proportional zur Bauteilgröße ist, während der Anteil der Betonbruchenergie im Grenzfall immer gegen Null geht. Daher wird theoretisch für $d \rightarrow \infty$ die Nennfestigkeit immer ungleich Null (Festigkeitsgrenze, $\sigma_N = f_t$). Im Gegensatz zu Bauteilen mit positiver Geometrie wird die Festigkeitsgrenze bei einer negativen Geometrie jedoch erst bei relativ großen Bauteilen erreicht. Das Verhältnis zwischen dieser "Restnennfestigkeit" und der maximalen Nennfestigkeit ($\sigma_{N,Plastizitaet}$) ist bei einer negativen Geometrie immer klein, und daher vom praktischen Standpunkt aus nicht sehr interessant (Abb. 5.5). Bei kleineren Betonbauteilen mit negativer Geometrie ist die Größe der Bruchprozeßzone im Vergleich zur Bauteilgröße relativ groß. Theoretisch gilt daher im Grenzfall ($d \rightarrow 0$), wie bei positiver Geometrie, $\sigma_N \rightarrow \infty$, praktisch jedoch $\sigma_N \rightarrow \sigma_{N,Plastizitaet}$.

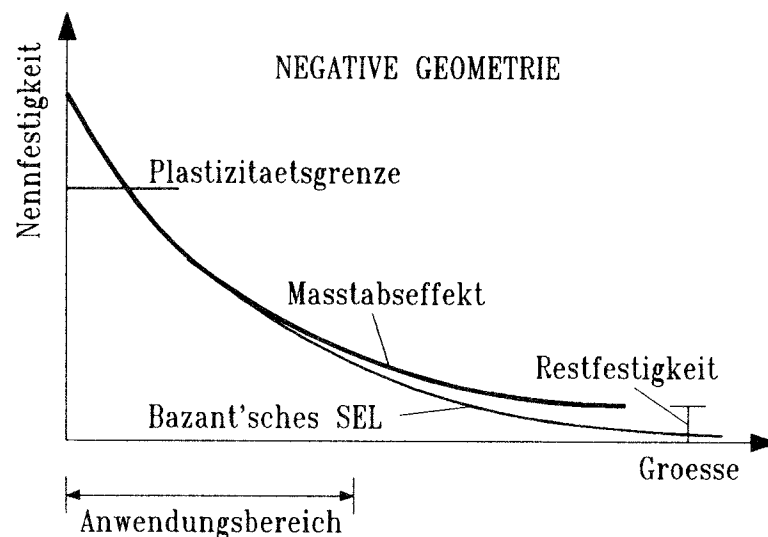


Abb. 5.5 Der Unterschied zwischen praktischem und theoretischem Maßstabsgesetz bei einer negativen Bauteilgeometrie.

In der Vergangenheit wurde die Obergrenze der Nennfestigkeit (Rißart-I) oft als eine Festigkeits- oder Plastizitätsgrenze angesehen (Bazant, 1984). Dies ist prinzipiell nicht richtig, da es einen wesentlichen Unterschied zwischen Festigkeits- und Plastizitätsgrenze gibt.

Unter Festigkeit versteht man normalerweise nur den Beitrag der Materialfestigkeit zur Versagenslast (einachsige Zugfestigkeit, einachsige Druckfestigkeit). Demgegenüber wird die Plastizitätsgrenze als Summe der Anteile sowohl der Festigkeit als auch der Bruchenergie zur Versagenslast definiert. Im Fall der Plastizität wird angenommen, daß die Bruchenergie unendlich ist und somit zusammen mit der Materialfestigkeit einen deutlichen Beitrag zur Bruchlast liefert. Wenn daher ein stabiles Rißwachstum entsprechend der Rißart-I auftritt, kann die Obergrenze der Nennfestigkeit ausschließlich die Plastizitätsgrenze und nicht wahlweise die Plastizitäts- oder die Festigkeitsgrenze sein.

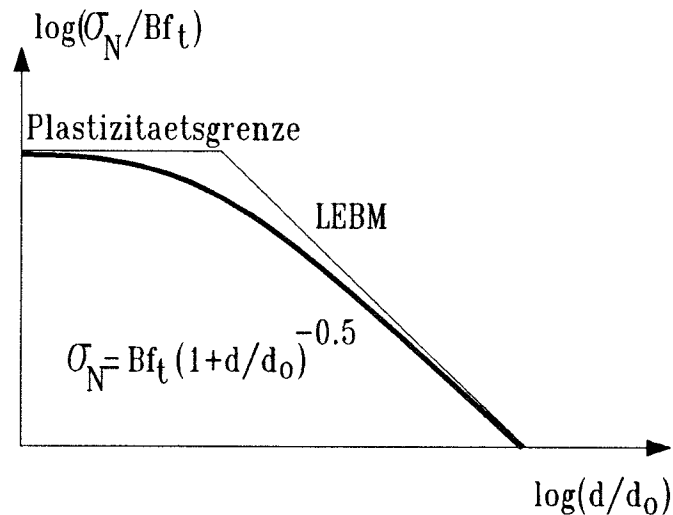


Abb. 5.6 Maßstabsgesetz für eine negative Bauteilgeometrie.

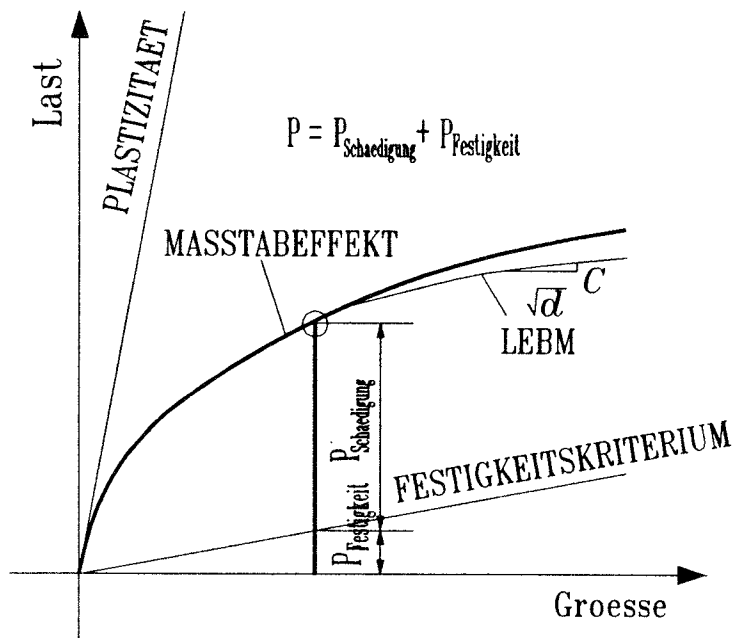


Abb. 5.7 Verhältnis zwischen Last und Bauteilgröße für eine typische zweidimensionale negative Bauteilgeometrie (im praktischen Größenbereich).

Bei Beton- und Stahlbetonbauteilen mit negativer Geometrie sind die grundlegenden Voraussetzungen des Bazant'schen Maßstabsgesetzes (Abb. 5.6) annähernd erfüllt. Dieses Maßstabsgesetz kann somit als Näherungsformel mit guter Übereinstimmung benutzt werden, die in einem breiten Größenbereich den Maßstabseffekt für Beton- und Stahlbetonbauteile dieser Geometrie beschreibt. Ebenso wie bei Bauteilen mit positiver Geometrie ist der Maßstabseffekt dann maximal, wenn die Länge des Anrisses proportional zur Bauteilgröße zunimmt.

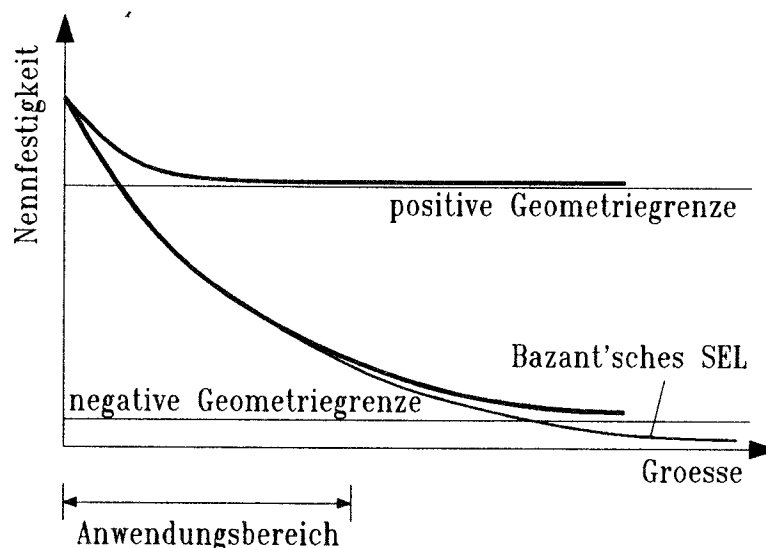


Abb. 5.8 Schematische Darstellung der Nennfestigkeit in Abhängigkeit von der Bauteilgröße bei Positiver und Negativer Geometrie.

Zusammenfassend ist in Abb. 5.7 die Beziehung zwischen der Bruchlast und der Bauteilgröße bei einer negativen Geometrie schematisch dargestellt. Im Gegensatz zu Bauteilen mit positiver Geometrie (Abb. 5.4), ist im praktischen Größenbereich der Beitrag der Betonbruchenergie zur Bruchlast sehr viel größer als der Beitrag der Zugfestigkeit des Betons ($P_{f_t} \ll P_{G_f}$). D.h. der Bauteilwiderstand resultiert hauptsächlich aus der während des stabilen Rißwachstums verbrauchten Energie. Nur bei sehr großen Bauteilen wird der absolute Beitrag der Zugfestigkeit zur Versagenslast größer als derjenige der Bruchenergie. Weiterhin zeigt der Vergleich mit der positiven Geometrie, daß bei einem großen Bauteil der Anteil von f_t zur Nennfestigkeit (relativer Beitrag) gegenüber dem Anteil der Betonbruchenergie G_f klein und vernachlässigbar ist (Abb. 5.8). Praktisch kann daher davon ausgegangen werden, daß die Nennfestigkeit bei Bauteilen mit negativer Geometrie im Grenzfall ($d \rightarrow \infty$) annähernd zu Null wird.

5.3.3 Komplexe Bauteilgeometrien

Im Falle der vorgenannten positiven und negativen Geometrien wurde angenommen, daß nach Beginn der Rißbildung das Rißwachstum sich nur auf einen Einzelriß beschränkt. Wie jedoch schon mehrfach angedeutet, bilden sich in den meisten Stahlbetonbauteilen vor Erreichen der Bruchlast mehrere Risse aus. Sofern eine umfangreiche Rißbildung vor Erreichen

der Höchstlast eintritt, liefert die Betonbruchenergie einen bedeutenden Anteil zur Bruchlast. Auf Grund der Komplexität des Versagensmechanismus muß jedoch jeder Fall getrennt untersucht werden. Hierbei bedient man sich nicht eines einfachen Einzelrißansatzes, sondern einer nichtlinearen Finite-Element-Bruchanalyse. Die so erzielten numerischen Ergebnisse sollten möglichst anhand von Versuchen überprüft werden. Dies gestaltet sich meist schwierig, da Versuche an großen Beton- und Stahlbetonbauteilen gewöhnlich mit äußerst hohen Kosten verbunden sind.

Grundsätzlich können Bauteile mit einem komplexen Rißwachstum einen Maßstabseffekt auf die Nennfestigkeit entsprechend einem Bauteil mit positiver oder negativer Geometrie oder auch einer Kombination aus beiden aufweisen. Das Hauptziel der vorliegenden Arbeit besteht darin, dies für einige typische Beispiele aus der Praxis näher zu untersuchen. Dazu wird ein neuer Ansatz der nichtlokalen Mikrorißwechselwirkung entwickelt und in einem Finite-Elemente-Programm implementiert. Das Programm wird zunächst an relativ einfachen Beispielen überprüft und dann in komplexeren, umfangreichen Untersuchungen zum Einfluß der Bauteilgröße auf das Bruchverhalten eingesetzt.

6 Nichtlokale Finite-Element-Analyse

6.1 Einführung

Die meisten Finite-Element-Programme in der Praxis basieren immer noch auf dem klassischen Ansatz des lokalen Kontinuums, obwohl es zwischenzeitlich zahlreiche Beweise dafür gibt, daß die lokalen FE-Programme (Bažant und Oh, 1983; Rots, 1988) das Sprödversagen von Betonbauteilen meist nicht richtig simulieren (de Borst and Rots, 1989; de Borst, 1991; Özbolt und Eligehausen, 1991). Um einerseits die Netz-Empfindlichkeit und andererseits eine übermäßige örtliche Begrenzung der Dehnung zu verhindern, sowie den Maßstabseffekt zu erfassen, muß das FE-Programm einen mathematischen Ansatz enthalten, der als "Lokalisierungsbegrenzer" bezeichnet wird. Dadurch wird erreicht, daß sich die Schädigung als Folge der Rißbildung in einem Materialvolumen ungleich Null lokalisiert. Daher wurde vor mehr als einem Jahrzehnt das Konzept des nichtlokalen Kontinuums als eine allgemeine Möglichkeit zur Vermeidung der Netz-Empfindlichkeit bei der FE-Modellierung eines Bruchprozesses in quasispröden Materialien, wie zum Beispiel Beton, vorgeschlagen (Bažant, 1984b). Alternativ kann eine genaue Vorhersage des Bauteilverhaltens auch durch die Methode der diskreten Risse erreicht werden. Die Methode der diskreten Risse ist durch ein Rißüberbrückungsgesetz, das eine Entfestigung enthält, gekennzeichnet. Diese Methode scheint jedoch in allgemeinen Fällen weniger vielseitig einsetzbar zu sein als ein nichtlokales Programm, das auf dem Verfahren der verschmierten Risse basiert.

Ein Kontinuumsmodell für ein sprödes heterogenes Material, wie zum Beispiel Beton, muß die genauen Folgen von verschmierten Schädigungen infolge der Heterogenität der Mikrostruktur darstellen. Diese Schädigungen, wie z.B. Mikrorisse, wirken untereinander zusammen. Zwei Arten von Interaktionen sollen im Kontinuumsmodell vorhanden sein: (1) Die Wechselwirkung bzgl. des Abstandes zwischen verschiedenen Stellen und (2) die Wechselwirkung zwischen verschiedenen Richtungen innerhalb des Materials. Die Wechselwirkung bzgl. des Abstandes steuert die örtliche Begrenzung einer Schädigung. Diese Interaktion wird in den klassischen lokalen Kontinuumsmodellen ignoriert, aber in den nichtlokalen Modellen berücksichtigt. In diesen Modellen weist die Spannung an einer Stelle nicht nur eine Abhängigkeit von der Dehnung an derselben Stelle, sondern auch vom umgebenden Dehnungsfeld auf. Dieser Ansatz wurde für elastische Verformungen bereits von Eringen (1965, 1966) und Kröner (1968) eingeführt. Das Konzept wurde von Bažant (1984b,c) auf Dehnungen im Entfestigungsbereich erweitert. In den letzten Jahren wurden einige unterschiedliche nichtlokale Methoden entwickelt und verwendet: dazu gehören die Methode der nichtlokalen Dehnung (Pijaudier-Cabot und Bažant, 1987), die Methode des Gradientenkontinuums (de Borst, Mühlhaus und Pamin, 1992; Pamin, 1994), von der Dehnungsgeschwindigkeit abhängige Methoden (de Borst, 1991), Cosserat-Kontinuum (de Borst, 1991) und andere.

Ein gut funktionierender Ansatz zur Darstellung des nichtlokalen Konzepts wurde von Bažant (1987) eingeführt. Hierbei sind alle Variablen in Verbindung mit der Dehnungsentfestigung nichtlokal und alle übrigen lokal orientiert. Der bestimmende Parameter in diesem Konzept ist die charakteristische Länge l , über die die Mittelwerte der Dehnungen gebildet

werden. Die charakteristische Länge besitzt einen maßgebenden Einfluß auf die Ergebnisse der Untersuchungen, insbesondere auf den Maßstabseffekt (Ožbolt und Eligehausen, 1991; Bažant und Ožbolt, 1990). Zunächst wurde angenommen, l sei eine Materialkonstante des Betons, die mit dem Größtkorn d_a (ungefähr $l = 3d_a$) in Beziehung gebracht werden könnte. Jetzt ist jedoch klar, daß l in allgemeinen Anwendungen nicht nur von den Parametern der Betonmischung abhängt, sondern auch von anderen Parametern beeinflusst wird. Von Ožbolt (1993) wurde nachgewiesen, daß sich die optimalen Werte für das Verhältnis l/d_a in numerischen Simulationen unter Verwendung des o.g. nichtlokalen Ansatzes des "Microplane Material Model" (Bažant und Ožbolt, 1990) in Abhängigkeit des untersuchten Problems (Versuchskörpers) wesentlich unterscheiden. So ergeben sich zum Beispiel für einen Dehnkörper andere Verhältnisswerte l/d_a als für "Pull-out"- Versuche mit Kopfbolzen oder für das Diagonalschubversagen eines Balkens. Diese Abhängigkeit konnte durch die unterschiedliche Betonzusammensetzung nicht erklärt werden. Desweiteren haben neuere theoretische Arbeiten (Bažant, 1991; Pijaudier-Cabot und Bažant, 1991) auch bestätigt, daß es sich bei l nicht um eine Materialkonstante sondern um eine Materialfunktion handelt, die durch das die Bruchprozeßzone umgebende Dehnungs- und Spannungsfeld definiert wird.

Wenn die charakteristische Länge gleich groß ist wie die Elemente, entspricht die nichtlokale Methode der Rißbandtheorie (Bažant and Oh, 1983). Bei dieser Methode muß das lokale Dehnungs- entfestigungs-Verhalten des Materials so angepaßt werden, daß die Fläche unter der Zug- spannungs-Dehnungskurve multipliziert mit der durchschnittlichen Elementgröße (Rißband- breite), gleich der Bruchenergie des Betons (G_f) wird. Eine Anwendung dieser Methode gewährleistet eine allgemeingültige Lösung nur dann, wenn die Netzrichtung mit der Rißrichtung zusammenfällt. In allgemeinen Fällen zeigt die Analyse aber immer noch eine Netzabhängigkeit (ursprünglich wurde angenommen, daß eine allgemeine Rißrichtung in Form von zickzack- förmigen Rißbändern behandelt werden könnte; wie jetzt aber bekannt ist, führt dies zu bedeutenden Fehlern und birgt Probleme, wie zum Beispiel "stress-locking" in sich).

Die Bruchprozeßzone des Betons besitzt sowohl eine variable Größe ungleich Null als auch eine veränderliche Form, die vom umgebenden Spannungs-Dehnungsfeld abhängt. Eine einfache Anpassung der Fläche unterhalb der Zugspannungs-Dehnungskurve hinsichtlich der Elemente im Rißband kann die Schwankungen der Bruchprozeßzone nicht auf angemessene Weise erfassen, insbesondere nicht für verschiedene Rißrichtungen in bezug auf die Netzorientierung. Die Rißbandmethode ist ein einfaches, skalaras Konzept, und stellt somit für allgemeine Anwendungen eine starke Einschränkung dar.

Angesichts der vorstehenden Ausführungen ist ein nichtlokales Konzept für die Analyse der verschmierten Rißbildung notwendig. Dies wird auch durch den physikalischen Prozeß des Versagens bestätigt. Kürzlich wurde von Bažant (1994) nachgewiesen, daß die Nichtlokalität eine notwendige Folge der Wechselwirkungen zwischen den Mikrorissen ist. Es wurde eine neue Form des nichtlokalen Konzepts, die aus der Wechselwirkung zwischen wachsenden Mikrorissen abgeleitet wird, entwickelt.

In der vorliegenden Studie wird zunächst ein Überblick über das neue nichtlokale Konzept gegeben. Anschließend wird die Implementierung dieses Ansatzes in einem FE-Programm, zusammen mit dem "Microplane Material Model" für Beton, vorgestellt. Abschließend wird die Herleitung der grundlegenden Materialmodellparameter dargestellt. Es werden numerische Beispiele gezeigt und die berechneten Ergebnisse anschließend mit experimentellen

Ergebnissen verglichen.

6.2 Nichtlokalität infolge der Mikroriß-Interaktion

Eine Entfestigung von quasispröden Materialien (z.B. Beton) ist darauf zurückzuführen, daß sich in der Bruchprozeßzone zahlreiche Mikrorisse entwickeln, bevor ein Makroriß entsteht. Sowohl wegen der Zufälligkeit der Mikrorisse als auch der Heterogenität des Materials, muß das Material als ein zufällig angeordnetes Material angesehen werden. Das Makrokontinuumsmodell für ein solches Material kann nicht in der klassischen lokalen Form dargestellt werden, wobei der Spannungstensor σ an einer gegebenen Stelle vom Dehnungstensor ϵ am selben Ort abhängig ist ($\sigma = C\epsilon$; mit C : Tensor der Sekantenmaterial-Steifigkeit). Eher muß σ als Funktion des umgebenden Dehnungsfeldes angesehen werden, d.h. $\sigma = \bar{C}\epsilon$; darin entspricht $\bar{C}$ dem nichtlokalen Materialsteifigkeitstensor. Ein ähnliches, aber spezifischeres nichtlokales Konzept, das in besonderer Weise die Interaktion zwischen den Mikrorissen und deren zufällige Verteilung im Material berücksichtigt, wird in der vorliegenden Arbeit benutzt.

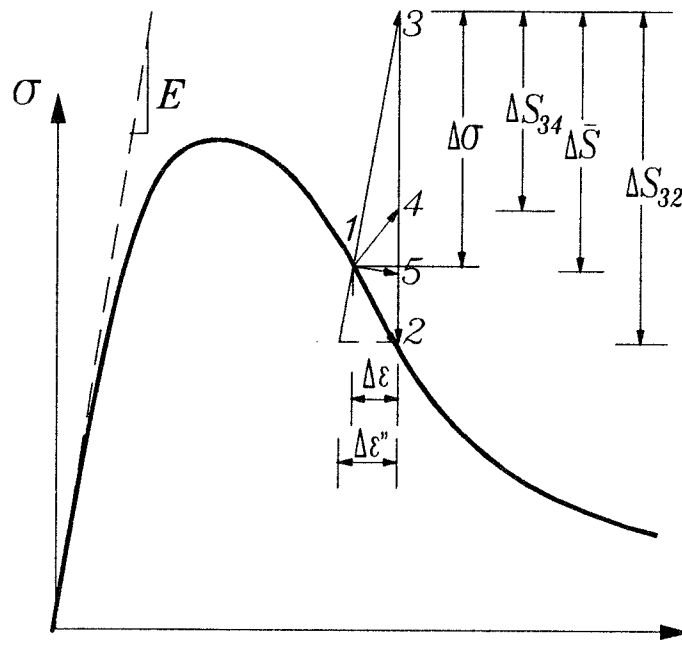


Abb. 6.1 Lokale und nichtlokale inelastische Spannungsinkremente für ein bekanntes Dehnungsinkrement.

Da auf der Mikroebene davon ausgegangen wird, daß das Material zwischen den Mikrorissen elastisch ist, hat Bažant (1994) vorgeschlagen, den nichtlokalen Steifigkeitstensor $\bar{C}$ für das mikrogerissene Kontinuum auf der Grundlage des Superpositionsprinzips nichtlokal zu berechnen. Dies wurde für diskrete Rißsysteme von Collins (1963) (mit Verschiebungen als Unbekannten), Kachanov (1985,1987) (mit "Rißdrücken" als Unbekannten) und anderen durchgeführt. Nach diesem Prinzip wird jeder Belastungsschritt, wenn man sich einer inkrementellen Spannungs-Dehnungsbeziehung bedient, in zwei Teilschritte zerlegt: (1) Im

ersten Teilschritt wird das Dehnungsinkrement $\Delta\epsilon$ (Abb. 6.1) aufgebracht, indem man sich vorstellt, daß alle Mikrorisse geschlossen sind (als ob sie verleimt oder zugefroren wären). Das Spannungsinkrement $\Delta\sigma$ wird als elastisches Spannungsinkrement unter der Voraussetzung berechnet, daß die Mikrorisse in der Lage sind Spannungen zu übertragen (Spannungsinkrement $\overline{13}$). (2) Im zweiten Teilschritt werden die zwischen den Mikrorißoberflächen übertragenen Spannungen abgebaut (als ob die Risse "entleimt" oder "aufgetaut" würden). Dies kann als Aufbringen eines bestimmten Druckes auf die Rißoberfläche verstanden werden.

Wenn während des Belastungsschrittes infolge des "Entleimens" ("Auftauens") in Teilschritt 2 kein Rißwachstum entstünde, käme es zu dem Spannungsabbau $\overline{34}$, der in Abb. 6.1 dargestellt ist. Da aber i.a. ein Rißwachstum auftritt, kommt es zu einem größeren Spannungsabbau $\overline{32}$. Dieser Spannungsabbau ist durch das lokale Spannungs-Dehnungsgesetz definiert, hierbei wird ein Material beschrieben, das im makroskopischen Sinne ein homogenes Verformungsverhalten aufweist. Aufgrund der Interaktion der Mikrorisse führt jedoch die Rißbildung und das Rißwachstum (oder das Schließen des Risses) an einer Makrokontinuumsstelle i.a. zur Bildung und Wachstum (oder zum Schließen) eines Risses an einer anderen Stelle im Makrokontinuum. Wegen dieser Wechselwirkung ist der tatsächliche Spannungsabbau durch $\overline{35}$ definiert (Abb. 6.1). Dieser Spannungsabbau wird als nichtlokales Spannungsinkrement bezeichnet. Wenn ΔS_μ den Tensor des lokalen nichtelastischen Spannungsinkrements darstellt, dann kann die senkrecht auf die Rißoberfläche stehende Zugkraft (Druckkraft) an der Stelle des Mikrorisses Nummer μ wie folgt angegeben werden:

$$\Delta p_\mu = \mathbf{n}_\mu \Delta S_\mu \mathbf{n}_\mu \quad (6.1)$$

Mit $\mathbf{n}_\mu$ = Einheitsnormalenvektor auf die Oberfläche des Mikrorisses μ . Da Δp_μ nur einen lokalen Abfall der Druckkraft (Zugkraft) an der Stelle μ darstellt, muß der Spannungsabbau infolge des "Entleimens" von Mikrorissen an anderen benachbarten Stellen ν hinzugerechnet werden. Unter Berücksichtigung der nachfolgenden wichtigen Vereinfachungen (Bažant, 1994): (1) Gleichmäßige Spannung Δp_μ entlang der Rißoberfläche (belegt durch Kachanov; 1985, 1987), (2) ausschließlich Berücksichtigung der Rißart-I liefert dann das Superpositionsprinzip für das gesamte nichtlokale nichtelastische Spannungsinkrement $\Delta \bar{p}_\mu$ die von Kachanov angegebene Beziehung:

$$\Delta \bar{p}_\mu = \langle \Delta p_\mu \rangle + \sum_{\nu \neq \mu} \Lambda_{\mu\nu} \Delta \bar{p}_\nu \quad (6.2)$$

Darin ist $\langle \dots \rangle$ der Mittelungsoperator über die Rißlänge, $\mu = 1, \dots, N$, $\nu = 1, \dots, N$ mit N = Gesamtzahl der Mikrorisse. $\Lambda_{\mu\nu}$ sind die Rißeinflußkoeffizienten, die die durchschnittliche Druckkraft am "verleimten" (eingefrorenen) Zielmikroriß μ darstellen. Diese mittlere Druckkraft wird durch eine gleichmäßige Einheitsdruckkraft, die an den Oberflächen eines "entleimten" ("aufgetauten") Quellmikrorisses ν aufgebracht wird, hervorgerufen. Alle anderen Mikrorisse sind geschlossen. Infolge der von Kachanov (1987) angegebenen Approximation für diskrete Mikrorißsysteme muß an Stelle des lokalen Spannungsinkrements Δp_μ das lokale Spannungsinkrement $\langle \Delta p_\mu \rangle$, das über die Oberfläche des Zielmikrorisses gemittelt wurde, in Gleichung (6.2) angesetzt werden. Durch Einsetzen von Gleichung (6.1) in Gleichung (6.2)

erhält man (Bažant, 1994):

$$\Delta(\mathbf{n}_\mu \bar{\mathbf{S}}_\mu \mathbf{n}_\mu) = \langle \Delta(\mathbf{n}_\mu \mathbf{S}_\mu \mathbf{n}_\mu) \rangle + \sum_{\nu=1}^N \Lambda_{\mu\nu} \Delta(\mathbf{n}_\nu \bar{\mathbf{S}}_\nu \mathbf{n}_\nu) \quad (6.3)$$

Da eine Wechselwirkung eines Risses mit sich selbst keine physikalische Bedeutung hat, ist $\Lambda_{\mu\mu} = 0$.

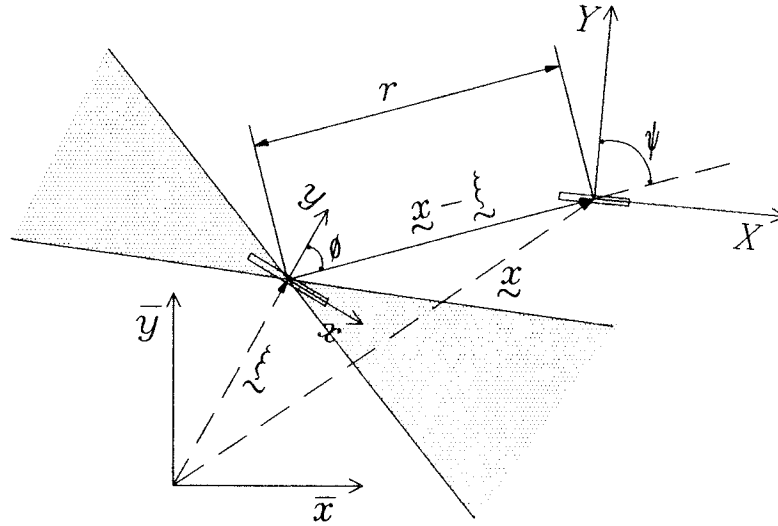


Abb. 6.2 Wechselwirkung zwischen zwei diskreten Mikrorissen unterschiedlicher Ausrichtung – der schattierte Bereich zeigt Flächen mit positiver Rißwechselwirkungsfunktion.

Gl. (6.3) muß zur Berücksichtigung der verschmierten Rißbildung auf die Makrokontinuums-Ebene, die normalerweise in der Finite-Element-Analyse angenommen wird, angepaßt werden. Dazu hat Bažant (1994) zwei vereinfachende Hypothesen eingeführt: (1) Der Einfluß der Mikrorisse an der Stelle ξ des Makrokontinuums auf die Mikrorisse an der Stelle $\mathbf{x}$ (Abb. 6.2) wird durch die vorherrschende Mikrorißeausrichtung an jeder Stelle bestimmt. Von dieser Mikrorißeausrichtung wird angenommen, daß sie senkrecht auf die momentane Richtung der maximalen Hauptdehnung $\epsilon^{(1)}$ steht (Logischer wäre anzunehmen, daß sie senkrecht auf die maximale Haupttrichtung von $\bar{\mathbf{S}}$ steht. Da dies jedoch einen erhöhten Programmieraufwand bedeuten würde und nur unwesentliche Unterschiede ergibt, erscheint die Vereinfachung sinnvoll). (2) Anstatt Zugkräfte senkrecht zu den zufälligen (diskreten) Einzel-Mikrorissen zu verwenden, müssen offensichtlich Zugkräfte angesetzt werden, deren Richtung auf der Makroebene definiert ist. Auf der Grundlage dieser Voraussetzungen kann Gleichung (6.3) auf eine "Kontinuumsform" gebracht werden. Die diskrete Summe wird durch ein Integral ersetzt, und somit ergibt sich (Bažant 1994):

$$\Delta \bar{\mathbf{S}}^{(1)}(\mathbf{x}) = \langle \Delta \mathbf{S}^{(1)}(\mathbf{x}) \rangle + \int_V \Lambda(\mathbf{x}, \xi) \Delta \bar{\mathbf{S}}^{(1)}(\xi) dV(\xi) \quad (6.4)$$

Darin bezeichnen $\Delta \bar{\mathbf{S}}^{(1)}(\mathbf{x})$ und $\Delta \mathbf{S}^{(1)}(\mathbf{x})$ das nichtlokale bzw. das lokale Spannungskrement normal zur vorherrschenden Mikrorißeausrichtung. $\Lambda(\mathbf{x}, \xi)$ beschreibt die Rißeinflußfunktion, die die Interaktion der Mikrorisse kennzeichnet. Aus Gründen der Einfachheit nehmen

wir jedoch die Funktion $\Lambda(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ wie für einen Riß in einem unendlichen Bauteil an. Da das Bauteil sehr viel größer als die Mikrorisse ist, sollte dies normalerweise angemessen sein. Eine Ausnahme bilden Randstellen. Für diese Stellen erweist sich die entsprechende Anpassung der Funktion Λ als notwendig, wie wir später noch sehen werden. Weiterhin ist festzustellen, daß der Mikro-Makro-Übergang von Gl. (6.3) auf Gl. (6.4) nicht durch eine Homogenisierung des Dehnungsfeldes erfolgte. Die klassischen Methoden der Homogenisierung können nicht benutzt werden, da sie nur für statistisch homogene Zustände, z.B. ein gleichmäßiges Makrodehnungsfeld, gelten.

In der FE-Formulierung wird das Integral in Gl. (6.4) durch eine Summe approximiert, die über die Koordinaten der Integrationspunkte aller finiten Elemente verläuft:

$$\Delta \bar{S}_{\mu}^{(1)} = \langle \Delta S_{\mu}^{(1)} \rangle + \sum_{\nu=1}^N \Lambda_{\mu\nu} \Delta \bar{S}_{\nu}^{(1)} \Delta V_{\nu} \quad (6.5)$$

Mit ΔV_{ν} = der Teil des Finite-Element-Volumens der zum Integrationspunkt ν gehört. Die Indizes μ und ν bezeichnen jetzt die Koordinaten der Integrationspunkte anstatt der Mikrorisse. Es wurde gezeigt, daß das Integral von $\Lambda(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ über einen unendlichen Körper (unter der Voraussetzung, daß ein bestimmter Integrationsweg ausgeschlossen wird, vgl. Bažant, 1994) zu Null wird. Wie aus Gl. (6.4) und Gl. (6.5) zu ersehen ist, besteht das nichtlokale nichtelastische Spannungsinkrement $\Delta \bar{S}_{\mu}^{(1)}$ aus dem mittleren lokalen nichtelastischen Spannungsinkrement $\langle \Delta S_{\mu}^{(1)} \rangle$ (in einem engen Bereich) und dem nichtelastischen Spannungsinkrement, das sich aus den Wechselwirkungen zwischen den Mikrorissen ergibt (größerer Bereich).

Der Mittelungsoperator $\langle \dots \rangle$ für diskrete Mikrorisse, der in Gl. (6.3) eingeführt wurde, kann auf der Makroebene bei der Mittelwertbildung (über die Mikrorisse) der Zugkräfte auf der Mikrori Oberfläche bzw. der entsprechenden Spannungen wiedererkannt werden. Bei der Analyse mittels verschmierter Risse muß der Mittelwert jedoch über ein Volumen anstatt über die Mikrori Oberfläche gebildet werden. Es existieren zwei Gründe, um dieses Volumen einzuführen: 1) Auf Grund der Inhomogenität des Betons sind die Mikrorisse innerhalb des Materialvolumens zufällig verteilt. Größe und Form des Mikrorisses hängen sowohl von Größe und Form des Zuschlages als auch vom momentanen Spannungs-Dehnungszustand ab. 2) Die nichtelastischen Spannungsinkremente werden aus dem lokalen Spannungs-Dehnungsgesetz berechnet. Damit ergibt sich für den Mittelwert der lokalen nichtelastischen Spannungsinkremente entsprechend Gl. (6.5) die folgende Beziehung:

$$\langle \Delta S_{\mu}^{(1)} \rangle = \frac{1}{V_{\mu}} \sum_{\nu=1}^n \Delta S_{\nu}^{(1)} \alpha_{\mu\nu} \Delta V_{\nu} \quad (6.6)$$

Hierbei sind $V_{\mu} = \sum_{\nu=1}^n \alpha_{\mu\nu} \Delta V_{\nu}$ = lokales Normierungsvolumen, n = Anzahl aller Integrationspunkte innerhalb dieses Volumens und $\alpha_{\mu\nu}$ = Wichtungsfaktoren, deren Verteilung eine Glockenform (Polygon vierten Grades) sowohl in x - als auch in y -Richtung hat. Die Glockenform, die im nichtlokalen Schädigungsansatz üblich ist, wirkt sich nicht nur aus numerischen Gründen günstig aus, sondern sie ist auch sinnvoll (Bažant und Ožbolt, 1990), da sie größere Beiträge zur "Summe" für "nähere" Punkte, im Vergleich zu weiter entfernten Punkten liefert. In Anbetracht des obenerwähnten Grundes 1) wird angenommen, daß die Größe des

lokalen Normierungsvolumens proportional zum Größtkorn ist. Für eine zweidimensionale Analyse wird der Bereich der Mittelwertbildung durch ein Rechteck, dessen längere Seite in Richtung des Mikrorisses und die kürzere Seite rechtwinklig dazu liegt, abgebildet (siehe Abb. 6.3).

Die Interaktion im "größeren" Bereich entsprechend den Gleichungen (6.4) und (6.5) wird von der Rißwechselwirkungsfunktion Λ gesteuert. Sie paßt die lokal gemittelten nichtelastischen Spannungsinkremente infolge von Mikrorißöffnungen oder -schließungen in der Nähe jedes Integrationspunkts an. Für eine numerische Analyse müssen einige Eigenschaften der Rißwechselwirkungsfunktion erhalten bleiben, während andere vereinfacht werden müssen (Bazant, 1994). Erhalten bleiben muß die in einem "größeren" Bereich wirkenden asymptotische Form der Rißeinflußfunktion. Die im engen Bereich wirkende Eigenschaften dieser Funktion müssen vereinfacht werden, da es im Makromodell nicht möglich ist, Mikrorisse mit endlicher Größe zu behandeln. Deshalb müssen die Singularitäten in unmittelbarer Umgebung der Mikrorißspitzen geglättet werden.

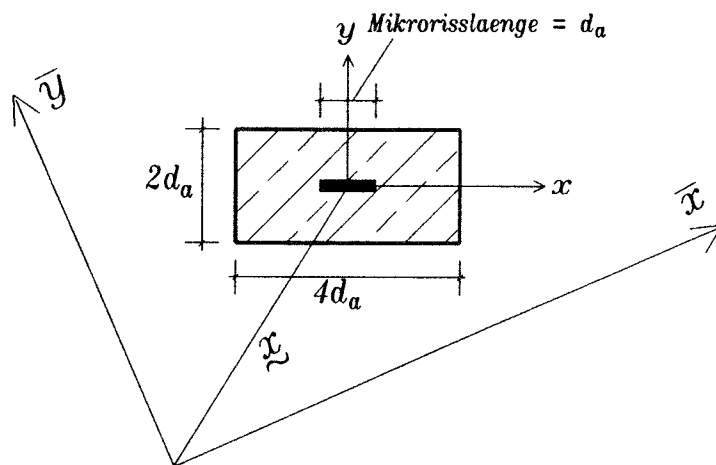


Abb. 6.3 Lokales Normierungsvolumen – Ausrichtung und Größe.

Wenn man davon ausgeht, daß das Bauteil sehr viel größer als die Mikrorisse ist, kann man die Funktion der Rißwechselwirkung als das Spannungsfeld eines Risses in einem unendlichen Bauteil, das mit der Zugspannung $\sigma = 1$ über die Länge des Mikrorisses belastet ist, berechnen. Auf der Makroebene muß jedoch die statistische Verteilung der vorherrschenden Mikrorisse berücksichtigt werden. Daher kann bei einem vereinfachten Ansatz davon ausgegangen werden, daß das Bauteil in regelmäßig angeordnete Zellen, deren Größe gleich dem typischen Mikrorißabstand ist, unterteilt wird. Dieser entspricht ungefähr dem typischen Abstand s zwischen den Größtkornzuschlägen. Vereinfachend kann man annehmen, daß es sich bei diesen Zellen (zweidimensional) um Quadrate der Größe s handelt und daß es in jeder Zelle einen einzigen Mikroriß gibt. Der Mittelpunkt dieses Mikrorisses tritt innerhalb der Zelle zufällig, und zwar mit einer Wahrscheinlichkeit, die sich aus einer Wichtungsfunktion $w(x, y)$, die in Richtung der Zellenränder allmählich abnimmt, auf. (Diese Abnahme ersetzt in etwa die Berücksichtigung einer gemeinsamen Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Mikrorissen in benachbarten Zellen). Unter Verwendung dieser Ansätze wurde der folgende

Ausdruck für die Rißeinflußfunktion erstellt (Bažant, 1994—Addendum):

$$\Lambda(0, \xi) = \frac{1}{s^2} \int_{-s/2}^{s/2} \int_{-s/2}^{s/2} w(x, y) \sigma^{(1)}(\xi - x, \eta - y) dx dy \quad (6.7)$$

Hierbei wird der Koordinatenursprung in den Mittelpunkt der Zelle $s \times s$ gelegt, die x -Achse liegt senkrecht zum Mikroriß. $\sigma^{(1)}$ ist die Hauptspannung, die von einer gleichmäßigen Druckspannung hervorgerufen wird, die an den Rißflanken im Punkt $\xi = (\xi, \eta)$, der Länge $2a$, aufgebracht und in $\mathbf{x} = (x, y)$ zentriert wird (nähere Einzelheiten siehe Bažant und Jirásek, 1994).

Es ist festzustellen, daß die Lösung des vorstehenden Integrals sehr kompliziert ist und daher auf geeignete Weise vereinfacht werden muß. Dies wurde bisher nicht erreicht. Eine von Bažant (1994) vorgeschlagene Approximation erscheint jedoch für eine Vielzahl von praktischen Zwecken angemessen. Diese Approximation basiert darauf, daß das o.g. statistische Mittelungsintegral die Wechselwirkungen in großen Bereichen genau erfassen muß. Bei einem Quellriß und einem Zielriß, die in getrennten Zellen auftreten, sind die Strahlen, die die Risse "miteinander verbinden", ungefähr gleich lang und haben ungefähr dieselbe Richtung wie für alle möglichen zufälligen Erscheinungsformen dieser Risse. Die in großen Bereichen wirkende asymptotische Rißeinflußfunktion wurde anhand von Lösungen nach Westergaard beziehungsweise Fabrikant für zwei- und dreidimensionale Fälle bestimmt (Broek, 1987; Fabrikant, 1990). Nach Westergaard (siehe Broek, 1987) kann folgende Beziehung angegeben werden:

$$\Lambda(\mathbf{x}, \xi) = k(r)f(\phi) \quad (6.8)$$

Hier sind r und ϕ polare Koordinaten, deren Ursprung sich im Mittelpunkt eines Risses befindet, wobei ϕ die Lage des "nächsten" Mikrorisses bzgl. dem Koordinatensystem des "ersten" Risses definiert. (siehe Abb. 6.2); $\mathbf{x}$ bezeichnet die Lage des Mittelpunkts des "aufgetauten" Quellmikrorisses, an dessen Seitenflächen die Druckspannung ($\sigma = 1$) anliegt; ξ kennzeichnet die Lage des "eingefrorenen" Zielmikrorisses, an dem die Spannung senkrecht zum Mikroriß berechnet wird. Infolge der angenommenen elastischen Eigenschaften ist die Funktion $\Lambda(\mathbf{x}, \xi)$ symmetrisch. Die Funktion k ergab sich zu $k(r) = a^2/r^2$. Sie zeigt eine Singularität im Mittelpunkt des Quellrisses. Diese Singularität hat für die Untersuchungen mit Hilfe der Methode der verschmierten Risse aufgrund des fehlenden Einflusses der Λ -Werte im engen Bereich der Mikrorisse keine Bedeutung. Als Approximation wurde vorgeschlagen, die Gleichung (6.8) für das gesamte Gebiet zu verwenden. Hierbei wird eine modifizierte Funktion $k(r)$, die das im größeren Bereich wirkende asymptotische Feld enthält, verwendet. Aus Gründen, die von Bažant (1994) dargelegt wurden, können folgende Näherungen zur Anwendung kommen,

zweidimensional:

$$k(r) = \left(\frac{\kappa l r}{r^2 + l^2} \right)^2 \quad (6.9)$$

dreidimensional:

$$k(r) = \left(\frac{\kappa l r}{r^2 + l^2} \right)^3 \quad (6.10)$$

Darin ist l eine empirische Konstante, die als die *characteristische Länge* des nichtlokalen Kontinuums bezeichnet wurde (Pijaudier-Cabot und Bažant, 1987), und κ ein empirischer Parameter.

In einem strengen Ansatz sollte vermutlich davon ausgegangen werden, daß κ mit Anwachsen des vorherrschenden Mikrorisses zunimmt, und daher in der numerischen Analyse mit der Hauptdehnung in Beziehung gesetzt werden kann. Und zwar in der Form $\kappa = f(\epsilon^{(1)}, L)$, mit $\epsilon^{(1)} =$ maximale Hauptdehnung und $L =$ Konstante in Abhängigkeit vom Größtkorn. Da jedoch das lokale Formänderungsgesetz für S als gegeben vorauszusetzen ist, (empirisch bestimmt aus Versuchsdaten) und dieses Gesetz den Einfluß des Mikrorißwachstums (vorherrschende Mikrorisse) bereits berücksichtigt (unter der Voraussetzung, daß die Mikrorisse alle gleich groß sind und das Makrodehnungsfeld gleichmäßig ist), muß κ als empirische Konstante verwendet werden. Es gibt Gründe zur Annahme, daß die mittlere Mikrorißlänge κl proportional zum Abstand der größten Inhomogenitäten (Kornzuschläge) ist. Desweiteren ist dieser Abstand wieder proportional zum Größtkorn (d_a). In der numerischen Implementierung des vorliegenden Modells, die nachfolgend besprochen wird, wurden mit der Annahme $\kappa l = d_a$, gute Ergebnisse erzielt.

Die Mikrorißrichtungen an zwei verschiedenen Stellen $(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ sind i.a. unterschiedlich. Wenn daher eine gleichmäßige Spannung $\boldsymbol{\sigma}$ senkrecht zur Mikrorißrichtung an der Stelle $\mathbf{x}$ angelegt wird, stellt $\Lambda(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ die Spannungskomponente normal zum Mikroriß an der Stelle $\boldsymbol{\xi}$ dar. Deshalb sollte $\Lambda(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ nicht nur eine Funktion des Abstands r zwischen zwei Mikrorissen sein, sondern auch eine Funktion der Rißorientierung darstellen. Im Sinne der Gl. (6.5) ist Λ ein Skalar. Daher können verschiedene Mikrorißausrichtungen berücksichtigt werden, indem man einfach den Spannungstensor, den man aus der asymptotischen Form entsprechend der Lösungen von Westergaard oder Fabrikant für $\boldsymbol{\sigma} = 1$ an der Stelle $\mathbf{x}$ erhalten hat, auf die Ebene des vorherrschenden Mikrorisses an der Stelle $\boldsymbol{\xi}$ projiziert (Bažant, 1994).

Eine in der Praxis wichtige Eigenschaft der Funktion Λ ist ihr positiver Wert in Richtung des Mikrorisses und ihr negativer Wert in weiten Bereichen senkrecht zum Riß (Abb. 6.2). Dies stellt das Phänomen der Abschirmung dar, d.h. die Bildung und das Wachstum des Quellrisses wirken der Bildung und dem Wachstum eines Zielrisses in diesen Bereichen entgegen. Finite-Element-Anwendungen zeigen, daß diese Eigenschaft der Abschirmung wichtig für die richtige Darstellung einer Makrorißausbreitung ist. Insbesondere im Hinblick auf den Energieverbrauch, wenn viele zufällig verteilte Mikrorisse sich in einem Makroriß lokalisieren. Die Abschirmung kann in einem Volumen mit einem Durchmesser $D \approx 8\kappa l$ als bedeutend angesehen werden. Daher beeinflusst sie auch Wechselwirkungen in größeren Bereichen. Dies führt maßgeblich dazu, daß auch bei relativ grober FE-Diskretisierung richtige Vorhersagen über die Rißbildung zu erhalten sind. Daraus ergibt sich eine wichtige Korrektur der lokalen Finite-Element-Lösung, die in einem lokalen Dehnungsentfestigungs-Kontinuum bedeutungslos wäre.

6.3 Allgemeines Verfahren und Annahmen für die Finite-Element-Implementierung

In FE-Programmen wird eine Nichtlinearität normalerweise in Gleichgewichtssiterationen während der Belastungsschritte abgearbeitet. In typischer Weise werden für ein gegebenes

Dehnungsinkrement und das gegebene Materialgesetz die Spannungsinkremente im lokalen Materialgesetz für jeden Integrationspunkt folgendermaßen berechnet:

$$\Delta \sigma = \mathbf{E} : (\Delta \epsilon - \Delta \epsilon'') = \mathbf{E} : \Delta \epsilon - \Delta \mathbf{S} \quad (6.11)$$

Hierin bedeuten $\Delta \sigma, \Delta \epsilon$ die Tensoren der Spannungs- bzw der Dehnungsinkremente, $\mathbf{E}$ = der vierstufige Tensor der Elastizitätsmoduln eines ungerissenen Materials, $\Delta \epsilon''$ = der nichtelastische Tensor des Dehnungsinkrements und $\Delta \mathbf{S}$ = der lokale nichtelastische Tensor des Spannungsinkrements. Die nichtlokale Formulierung ist prinzipiell gleich, nur daß der lokale nichtelastische Spannungsinkremententensor durch den nichtlokalen ersetzt werden muß:

$$\Delta \sigma = \mathbf{E} : (\Delta \epsilon - \Delta \epsilon'') = \mathbf{E} : \Delta \epsilon - \Delta \bar{\mathbf{S}} \quad (6.12)$$

mit $\Delta \bar{\mathbf{S}}$ = nichtlokaler nichtelastischer Spannungsinkremententensor. In der klassischen nichtlokalen Analyse wurde $\Delta \bar{\mathbf{S}}$ mit Hilfe eines räumlichen Mittelungsintegrals berechnet (Pijaudier-Cabot und Bazant, 1987; Bazant und Ozbolt, 1990).

Bei dem vorliegenden nichtlokalen Ansatz kann $\Delta \mathbf{S}$ für jeden Iterationsschritt, jedes finite Element und jeden Integrationspunkt berechnet werden. Dabei bedient man sich des gegebenen lokalen Formänderungsgesetzes. Die numerische Implementierung geht davon aus, daß: (1) sich der vorherrschende Mikroriß öffnet und daher mit einem anderen vorherrschenden Mikroriß nur dann zusammenwirkt, wenn das nichtelastische Spannungsinkrement senkrecht zur Mikrorißrichtung positiv ist ($\Delta S^{(1)} > 0$ —der Riß wächst); und (2) der Mikroriß senkrecht zur Hauptspannungsrichtung liegt. Eine Wechselwirkung zwischen zwei Mikrorissen an den Stellen μ und ν wird nur dann berücksichtigt, wenn beide Mikrorisse die Voraussetzung (1) erfüllen ($\Delta S_{\mu}^{(1)}$ und $\Delta S_{\nu}^{(1)}$ beide positiv). Die Richtung des maximalen lokalen nichtelastischen Spannungsinkrements fällt i.a. nicht mit der Senkrechten auf den Mikroriß $\mathbf{n}_{\mu}$ zusammen. Annahme (2) macht es daher erforderlich, daß der gesamte nichtelastische Spannungsinkremententensor $\Delta \mathbf{S}_{\mu}$ auf die Richtung normal zum Mikroriß $\mathbf{n}_{\mu}$ projiziert wird. Das maximale lokale nichtelastische Hauptspannungsinkrement in Richtung $\mathbf{n}_{\mu}$ kann wie folgt angegeben werden:

$$\Delta S_{\mu}^{(1)} = \Delta(\mathbf{n}_{\mu} \mathbf{S}_{\mu} \mathbf{n}_{\mu}) \quad (6.13)$$

Wenn man $\Delta S_{\mu}^{(1)}$ in Gl. (6.5) einführt und das System von N linearen Gleichungen löst (mit N = Gesamtzahl der Integrationspunkte), erhält man $\Delta \bar{S}_{\mu}^{(1)}$. Wenn man das lokale nicht- elastische Spannungsinkrement ($\Delta S_{\mu}^{(1)}$) durch das nichtlokale $\Delta \bar{S}_{\mu}^{(1)}$ im Spannungstensor $\Delta \mathbf{S}_{\mu}$ ersetzt, führt dieses zum nichtlokalen Spannungsinkremententensor $\Delta \bar{\mathbf{S}}_{\mu}$. Das weitere Vorgehen ist dasselbe wie in jedem nichtlinearen FE-Programm, d.h. die Iterationen für den gegenwärtigen Belastungsschritt werden beendet, wenn das Gleichgewicht zwischen den Knotenlasten und den Knotenwiderstandskräften mit einer vorgeschriebenen Toleranz erreicht wird. Das Flußdiagramm des gerade erläuterten Verfahrens ist in Anhang I dargestellt.

In dem FE-Programm wird die Rißeinflußfunktion $\Lambda(\mathbf{x}, \xi)$ in der Form der Gleichung (6.9) und (6.10) eingebaut. Um die Wirkung der verschiedenen Mikrorißrichtungen zu berücksichtigen, wird der Spannungstensor an der Stelle $\mathbf{x}$, der sich aus dem Spannungsfeld, das von einer spezifischen Normalspannung die an den Oberflächen des Mikrorisses ξ anliegt (Definition der Rißwechselwirkungsfunktion) erzeugt wird, berechnet. Anschließend

wird dieser Spannungstensor in Normalenrichtung zum Mikroriß projiziert. Auf diese Weise kann gezeigt werden, daß die von Westergaard zuvor erwähnte zweidimensionale Lösung (Bažant, 1994) zu dem nachstehenden Ausdruck führt:

$$\Lambda(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) = -\frac{k(r)}{2} [\cos 2\theta + \cos 2\psi + \cos 2(\theta + \psi)] \quad (6.14)$$

Hier bezeichnen θ und ψ die Winkel, die die Normalen auf den Quell- und den Zielmikroriß in $\boldsymbol{\xi}$ und $\mathbf{x}$ mit dem Strahl bilden, der die Mittelpunkte beider Mikrorisse verbindet (siehe Abb. 6.2). Ein ähnlicher Ausdruck könnte auch für drei Dimensionen abgeleitet werden, indem man sich der Lösung nach Fabrikant bedient.

Die Größe des Mittelungsvolumens, in dem die Wichtungsfunktion α einen Wert hat, der ungleich Null oder nicht vernachlässigbar ist, wird von der durchschnittlichen Mikrorißlänge κl gesteuert. Da diese Länge als ungefähr gleich dem Größtkorn angenommen wird ($\kappa l = d_a$), kann für zweidimensionale Probleme das Mittelungsvolumen an jedem Mikroriß als ein Rechteck definiert werden, wobei dessen längere Seite $4\kappa l = 4d_a$ (in Richtung des Mikrorisses) und dessen kürzere Seite $2\kappa l = 2d_a$ (in Normalenrichtung) ist (siehe Abb. 6.3). Für dreidimensionale Probleme kann das Mittelungsvolumen als ein Zylinder mit dem Radius $2\kappa l = 2d_a$ und einer Achslänge (senkrecht zur Mikrorißebene) von $2\kappa l = 2d_a$ abgebildet werden.

In der vorliegenden Implementierung werden die Mikrorißrichtungen in der ersten Iteration jedes Belastungsschritts berechnet. Während der folgenden Iterationen werden sie konstant gehalten, auch wenn sich die maximale Hauptdehnungsrichtung während der Iterationen ändert. Diese Vereinfachung scheint zulässig, denn, wie die numerische Erfahrung zeigt, erfährt die Hauptdehnungsrichtung von einer Iteration zur nächsten im gleichen Lastschritt keine signifikante Veränderung.

6.4 Lösungsstrategien

Um die nichtlokalen nichtelastischen Spannungsinkremente zu berechnen, muß ein System aus N linearen Gleichungen mit N Unbekannten aus $\Delta \bar{S}_\mu^{(1)}$ gelöst werden (Gl. 6.5). Dies kann entweder analytisch oder numerisch durch Iterationen erfolgen. Wegen der Symmetrie und der physikalischen Bedeutung der Rißeinflußfunktion, sollte das Iterationsverfahren nach Gauss-Seidel eine gute Konvergenz ermöglichen und kann daher zur Bestimmung der Unbekannten benutzt werden (Bažant, 1994). Wenn der Index r die gegenwärtige Iteration bezeichnet, so erhält man die Approximation in der $(r+1)$ -ten Iteration des Belastungsschritts als:

$$\Delta \bar{S}_\mu^{(1)[r+1]} = \langle \Delta S_\mu^{(1)} \rangle + \sum_{\nu=1}^N \Lambda'_{\mu\nu} \Delta \bar{S}_\nu^{(1)[r]} \Delta V_\nu \quad (\mu = 1, 2, \dots, N) \quad (6.15)$$

mit $\Lambda'_{\mu\nu}$ = Matrix der zuvor definierten Rißeinflußfunktion $\Lambda_{\mu\nu}$, die jedoch mit dem Faktor k_b für finite Elemente in der Nähe des Bauteilrandes angepaßt werden muß.

Die Anpassung durch den Faktor k_b muß gewährleisten, daß selbst dann, wenn ein Teil des Einflußvolumens über den Rand "hinausragt", die Homogenitätsbedingung, d.h. für $\Delta \bar{S}^{(1)}(\mathbf{x}) = \langle \Delta S^{(1)}(\mathbf{x}) \rangle = \Delta S^{(1)}(\mathbf{x})$, aus Gl. (6.4) folgt $\int_V \frac{1}{V_c(\mathbf{x})} \Lambda(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) dV(\boldsymbol{\xi}) = 0$, erfüllt ist. Da diese Bedingung als $\sum_{\text{Innen}} \Lambda_{\mu\nu} + k_b \sum_{\text{Rand}} \Lambda_{\mu\nu} = 0$ dargestellt werden kann, ist

die folgende Anpassung für die Integrationspunkte der Randelemente erforderlich (Bažant, 1994):

$$\Lambda'_{\mu\nu} = k_b \Lambda_{\mu\nu}; \quad k_b = - \frac{\sum_{\text{Innen } \nu} \Lambda_{\mu\nu}}{\sum_{\text{Rand } \nu} \Lambda_{\mu\nu}} \quad (6.16)$$

Für die übrigen Integrationspunkte im Bauteilinneren ist keine Anpassung erforderlich.

Die vorstehende Anpassung der Werte der Rißeinflußfunktion $\Lambda_{\mu\nu}$ ist natürlich empirisch, um der Anforderung zu entsprechen, daß ihre Summe Null beträgt. Zur Kontrolle der Anpassung gibt es weder analytische Lösungen noch Versuchsdaten. Angesichts dieser Tatsache wurde ein noch einfacheres Verfahren, das Gl. (6.15) ersetzt, in allen hier aufgeführten Berechnungen benutzt. Die gewichtete Summe aller Werte von $\Lambda_{\mu\nu}$ (gewichtet mit ΔV_ν) wurde entsprechend jedem Punkt μ ständig kontrolliert. Sobald dieser Betrag eine bestimmte sehr kleine Toleranz überschritt, wurde der Summenausdruck mit $\Lambda'_{\mu\nu}$ einfach aus der Gl. (6.15) gelöscht. Dies bedeutet, daß nur eine räumliche (lokale) Mittelung vorgenommen wurde.

Das mittlere lokale nichtelastische Spannungsinkrement senkrecht zum Mikroriß errechnet sich aus:

$$\langle \Delta S_\mu^{(1)} \rangle = \frac{1}{V_\mu} \sum_{\nu=1}^n \Delta S_\nu^{(1)} \alpha_{\mu\nu} \Delta V_\nu \quad (6.17)$$

Bei $V_\mu = \sum_{\nu=1}^n \alpha_{\mu\nu} \Delta V_\nu$ handelt es sich um einen weiteren Normierungskoeffizienten (lokales Normierungsvolumen). n ist die Anzahl der Integrationspunkte innerhalb des Bereichs, indem die Werte der Gewichtsfunktion $\alpha_{\mu\nu}$ ungleich Null und nicht vernachlässigbar sind. Wie bei dem vorhergehenden Summenausdruck wird davon ausgegangen, daß die Integrationspunkte nur dann zu dieser Summe beitragen, wenn die Spannungsinkremente sowohl für μ als auch für ν positiv sind. Die Wichtungsfunktion $\alpha_{\mu\nu}$ wird in einer glockenförmigen Form implementiert (wie sie in Bažant und Ožbolt, 1990 benutzt wird). Sie ist am Mittelpunkt des Mikrorisses gleich eins und erreicht am Rand der Mittelungsregion (Rechteck oder Prisma) Null.

Jede Gauss-Seidel Iteration wird eingeleitet, indem man die nichtlokalen Spannungsinkremente $\Delta \bar{S}_\mu^{(1)}$ gleich den lokalen nichtelastischen Spannungsinkrementen $\Delta S_\mu^{(1)}$ setzt, die man aus dem streng lokalen Materialgesetz erhalten hat (Das streng lokale Materialgesetz kennzeichnet das Verhalten eines sich homogen verformenden Materialelements). Die Werte von $\Delta \bar{S}_\mu^{(1)}$ werden im Laufe der Iterationen sukzessive aktualisiert. Die Lösung konvergiert, wenn der maximale Spannungsunterschied zwischen der gegenwärtigen und der vorherigen Iteration kleiner wird als die vorgeschriebene Toleranz. Da die aktualisierten Werte der nichtlokalen Spannungsinkremente während des Gauss-Seidelschen Iterationsschritts in das Iterationsverfahren eingehen, ist die Konvergenz i.a. gut.

Das vorstehende Iterationsverfahren führt jedoch zu einem asymmetrischen Verhalten des Bauteils selbst dann, wenn das Bauteil symmetrisch ist. Der Grund besteht darin, daß die Integrationspunkte von einer Seite der Symmetrieachse bereits aktualisiert sind, während die nichtlokalen Spannungsinkremente auf der anderen Seite berechnet werden. Dieses Verhalten (asymmetrisch) kann indessen so klein wie gewünscht gehalten werden, indem man eine ausreichend kleine Toleranz für die Beendigung der Iterationen vorschreibt.

Die Leistungsfähigkeit des Gauss-Seidelschen Iterationsverfahrens hängt weiterhin davon ab, welcher Lösungsstrategie man sich auf der Ebene jedes Belastungsschritts, so zum Beispiel

der Methode der konstanten Anfangssteifigkeitsmatrix oder der Methode der Tangentensteifigkeit, bedient. Streng genommen verlangt die vorstehende Formulierung die Verwendung getrennter Gauss-Seidelscher Iterationsverfahren in jedem Belastungsschritt, eines für das lokale nichtlineare Formänderungsgesetz (um die lokalen nichtelastischen Spannungsinkremente zu berechnen) und ein weiteres für die Rißwechselwirkungen (um die nichtlokalen nichtelastischen Spannungsinkremente zu berechnen). Wie jedoch in Bažant (1994) vorgeschlagen wurde, können beide Iterationen zu einer Iterationsschleife kombiniert werden. Die Erfahrung mit dieser Methode, die leistungsfähiger und einfacher zu programmieren ist, deutet darauf hin, daß sie normalerweise auf zufriedenstellende Weise konvergiert. Das Gauss-Seidelsche Iterationsverfahren zur Lösung der Gleichung (6.5) ist analog zum Relaxationsverfahren, das aus der Analyse von Rahmenbauteilen bekannt ist, insbesondere aber zur Cross-Methode oder der Momentenverteilungsmethode (Collins, 1963).

Auf der globalen Lösungsebene der vorliegenden numerischen Implementierung wird die sogenannte wegababhängige Strategie unter Verwendung der Methode der konstanten Anfangssteifigkeitsmatrix eingesetzt. Dies bedeutet, daß der Gesamtspannungstensor nach jeder Iteration aktualisiert wird und nicht erst nach jedem Belastungsschritt, wie dies bei den wegunabhängigen Strategien der Fall ist. Trotz des Einsatzes der wegababhängigen Strategie deutet die Erfahrung mit den vorliegenden numerischen Studien auf keine bedeutende Abhängigkeit vom Belastungsweg hin. Natürlich hängt der Grad der Wegabhängigkeit auch mit der Wahl des lokalen Formänderungsmodells zusammen. Im Prinzip kann jedes Formänderungsmodell, das in der Lage ist, eine Materialentfestigung nach Erreichen der Höchstlast zu berücksichtigen, mit der vorliegenden Methode der Nichtlokalität infolge von Mikrorißwechselwirkungen kombiniert werden. Bisher gibt es jedoch nur umfangreiche Erfahrungen mit dem Microplane-Materialmodell für Beton (Bažant und Prat, 1988; Bažant und Özbolt, 1990,1992; Özbolt und Petrangeli, 1993). Es bleibt festzuhalten, daß die Wegabhängigkeit beim Plastizitätsmodell stärker sein und daß es in diesem Fall besser sein könnte, sich einer wegunabhängigen Strategie zu bedienen.

6.5 Nichtlokale Materialmodellparameter

6.5.1 Lokales Materialmodell – Microplane Materialmodell für Beton

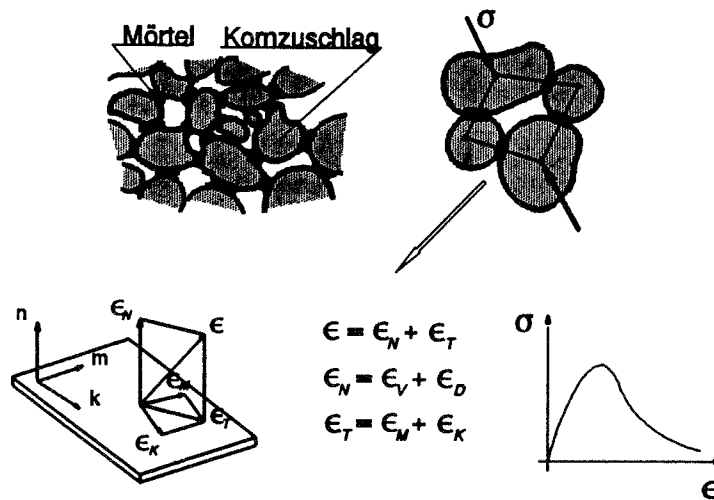


Abb. 6.4 Microplane Modell für Beton.

Um die nichtlokalen Materialmodellparameter zu definieren, braucht man ein lokales Materialgesetz für Beton. Obwohl mit dem vorliegenden nichtlokalen Verfahren anhand von Mikrorißwechselwirkungen jedes Materialmodell eingesetzt werden kann, wurde in der vorliegenden Arbeit das dreidimensionale Microplane Materialmodell für Beton verwendet. Im Microplane Modell (Bažant und Prat, 1988; Bažant und Ožbolt, 1990; Ožbolt und Bažant, 1992; Ožbolt, 1992; Ožbolt und Petrangeli, 1993), sind die Materialeigenschaften getrennt auf Mikroebenen unterschiedlicher Ausrichtung innerhalb des Materials definiert. Auf diesen Mikroebenen liegen nur wenige einachsige Spannungs- und Dehnungskomponenten vor und es müssen keine Anforderungen im Hinblick auf die Tensorinvarianz beachtet werden. Den Beschränkungen der Tensorinvarianz wird automatisch entsprochen, da die Mikroebenen ("Microplanes") bis zu einem gewissen Grad direkt das Verhalten auf verschiedenen schwachen Ebenen im Material simulieren (Berührungsflächen zwischen Teilchen, Grenzflächen, Mikrorißebenen usw.). Die Materialeigenschaften sind vollständig durch eine eindimensionale Beziehung zwischen den Spannungs- und Dehnungskomponenten auf jeder Mikroebene sowohl in Normal- als auch in Schubspannungsrichtung gekennzeichnet (siehe Abb. 6.4). Von den Dehnungskomponenten auf der Mikroebene wird angenommen, daß es sich um Projektionen des makroskopischen Dehnungstensors handelt (Methode der kinematischen Bindung). Auf Grund der Tatsache, daß die Normal- Dehnungskomponente auf der Mikroebene sich in eine volumetrische und eine deviatorische Komponente teilt, wurde bei großen einachsigen Verformungen infolge Zugbelastung eine unrealistische Volumendilatanz (Ausdehnung) beobachtet. Daher wurde das Modell verbessert, indem die Methode der statischen Bindung eingeführt wurde (Ožbolt und Petrangeli, 1993). Wenn man das Spannungs-Dehnungsgesetz jeder Komponente der Mikroebene kennt, werden aus bekannten Dehnungen der Mikroebene die makroskopische Steifigkeit und der Spannungstensor berechnet. Dafür bedient

man sich einer Integration der Spannungskomponenten auf der Mikroebene über alle Richtungen. Diese Integration erfolgt numerisch auf der Grundlage der Methode der virtuellen Arbeit. Die Einfachheit des Modells ist auf die Tatsache zurückzuführen, daß nur einachsige Spannungs-Dehnungsgesetze für jede Komponente der Mikroebene erforderlich sind und daß sich daraus das makroskopische Verhalten automatisch ergibt. Zunächst wurden die Spannungs-Dehnungsgesetze für die Mikroebene so eingeführt, daß nur eine Belastung und Entlastung darstellbar waren (Bažant und Prat, 1988). Um eine Entlastung, eine Wiederbelastung und zyklische Belastungen allgemein formulieren, und um dies auch für willkürliche dreiaxiale Spannungszustände tun zu können, wurden in der Folge komplexere Ansätze auf der Mikroebene, einschließlich der Geschwindigkeitsempfindlichkeit, eingeführt (Ožbolt und Bažant, 1992). Das Microplane Modell ist in der einschlägigen Literatur, die oben aufgeführt ist, näher beschrieben.

6.5.2 Identifikation von nichtlokalen Materialmodellparametern

Die Hauptschwierigkeit beim Einsatz des vorliegenden Modells beruht auf der Beschreibung der Materialparameter des nichtlokalen Materialmodells gemäß den gegebenen grundlegenden makroskopischen Eigenschaften des Betons. Eine streng theoretische und genaue Lösung dieses Problems in geschlossener Form steht nicht zur Verfügung und ist auch kaum durchführbar. Auf der Grundlage der physikalischen Bedeutung des vorliegenden nichtlokalen Ansatzes kann jedoch ein Näherungsverfahren formuliert werden. Es kann folgendes festgestellt werden: 1) die einachsige Zugfestigkeit wird hauptsächlich von der lokalen Zugfestigkeit des Beton f_t gesteuert, die als Eingabewert im lokalen Formänderungsgesetz vorgegeben ist; 2) die Bruchenergie des Betons G_f im Materialmodell wird hauptsächlich von der Größtkornabmessung d_a (die zu dem vorherrschenden Mikroriñabstand ungefähr proportional ist) und von der Fläche unterhalb der lokalen einachsigen Spannungs-Dehnungskurve (Abb. 6.5) bestimmt.

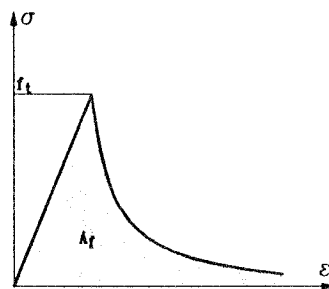


Abb. 6.5 Einfache und realistische (linear-exponentielle) lokale einachsige Spannungs-Dehnungskurve – f_t und A_f als Eingabeparameter vorgegeben.

Wie schon mehrfach erwähnt, kann die charakteristische Länge der nichtlokalen Wechselwirkungen folgendermaßen angenähert werden:

$$\kappa l = d_a \quad (6.18)$$

Dies ist dadurch zu begründen, daß die Größe und der Abstand der vorherrschenden Mikrorisse ungefähr proportional zu d_a sein müssen. Im folgenden müssen die Werte für G_f

und f_t aus Versuchen abgeschätzt werden. Da die Zugfestigkeit des Betons von Bauteilgröße und -form abhängt, muß der Maßstabseffekt berücksichtigt werden. Dies bietet gleichzeitig den "leichtesten" Ansatz zur Bestimmung der Bruchenergie des Betons G_f . Dadurch kann das Maßstabsgesetz, das Bažant (1984) vorgeschlagen hat, auf die Analyse der Höchstlasten P_U von geometrisch ähnlichen Versuchskörpern unterschiedlicher Größe angewendet werden. Dazu bedient man sich eines Verfahrens, das mittels des Maßstabgesetzes (Bažant and Pfeiffer, 1987) eine Anpassung der Höchstlastwerte ermöglicht. Die Extrapolation auf sehr große Bauteile ergibt Näherungswerte für die Bruchenergie G_f . Die Zugfestigkeit des Materials kann man annähernd als $f_t = P_U/A_c$ angeben, worin A_c = Querschnittsfläche des Betons im kritischen Querschnitt und P_U = Bruchlast bei der Rißauslösung (annähernd homogenes einachsiges Zugspannungs-Dehnungsfeld) bedeuten. Die Bruchlast wird an einem Versuchskörper ohne Maßstabseinfluß (einem großen ungekerbten Balken belastet durch Dreipunktbiegung) gemessen.

Für die Abschätzung der Dehnungsentfestigung berücksichtigt man die Näherungsbeziehung $abG_f = abw_cA_f$, worin a = Rißlänge und b = Rißbreite (ab = Rißoberfläche), w_c = effektive Breite des Rißbandes an der Rißspitze (abw_c = Volumen, das von der fortschreitenden Rißbandspitze durchquert wird) und A_f = vollständige Fläche unterhalb dem lokalen Spannungs-Dehnungsdiagramm (Abb. 6.5) beschreiben. Diese Näherung entspricht der Energie, die je Volumeneinheit dissipiert wird (Energiedichte der Rißbildung). Die numerische Erfahrung deutet darauf hin, daß ein Wert $w_c = 8d_a$ zu guten Ergebnissen führt. Somit ergibt sich Gl. (6.19) zu:

$$A_f = G_f/8d_a \quad (6.19)$$

Zunächst mag das Verhältnis von w_c zu d_a zu groß erscheinen. Aber bei näherer Betrachtung kann festgestellt werden, daß sich der Bruch im Mikromaßstab hauptsächlich auf Zonen mit engem Abstand der Zuschläge begrenzt, während die lokale Spannungs-Dehnungsbeziehung die Bruchverformungen über ein bestimmtes Gebiet verschmiert. Die Kenntnis von A_f vorausgesetzt, läßt sich die mittlere Neigung des abfallenden Astes (nach Erreichen der Höchstlast) der lokalen einachsigen Zugspannungs-Dehnungslinie genau angeben (siehe Abb. 6.5). Damit Gl. (6.19) verwendet werden kann, muß die Form des lokalen Spannungs-Dehnungsdiagramms bestimmt werden. Eine gute und einfache Näherung bietet ein exponentieller Ansatz (z.B. Hordijk, 1991; Abb. 6.5). Dieser Ansatz wurde bei den vorliegenden Berechnungen gewählt. Weiterhin ist aber zu beachten, daß die Form der Zugspannungs-Dehnungslinie einen maßgebenden Einfluß auf das Bauteilverhalten ausüben kann.

Das vorstehende Verfahren erlaubt eine einfache, wenn auch grobe Eichung des Materialmodells. Dies gilt nicht nur für Bauteile, die im wesentlichen infolge Zugbelastung (Rißart-I) versagen, sondern auch für Bauteile, bei denen das Schubversagen (Rißart-II und -III) vorherrscht. Für letztere jedoch nur unter der Voraussetzung, daß sich ein Schubbruch "mikroskopisch" durch Mikrorisse entsprechend der Rißart-I entwickelt und die Mikrorisse gegenüber der Schubrichtung geneigt sind (vgl. Bažant und Gambarova, 1984).

Gekerbte Versuchskörper wurden unter Verwendung der vorgeschlagenen Methode der nichtlokalen finiten Elemente berechnet. Dadurch sollte kontrolliert werden, ob die Werte für die Zugfestigkeit und die Bruchenergie des Betons, die man aus dem Materialmodell mit Rißwechselwirkungen erhält, in etwa dieselben sind, wie sie die anfänglichen Schätzungen

gemäß dem vorstehenden Verfahren ergeben.

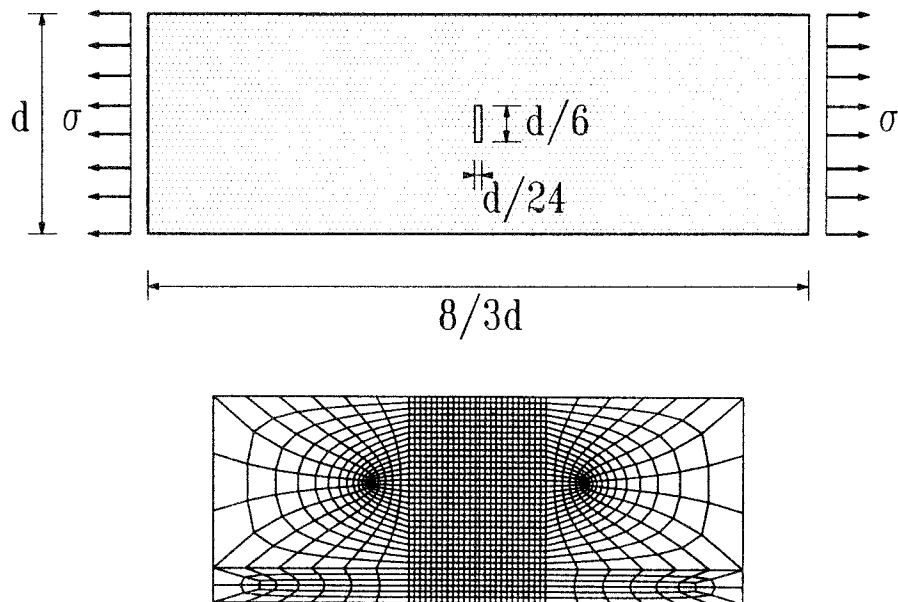


Abb. 6.6 Einachsiger Dehnkörper und FE-Netz zur Kontrolle des Modelleichverfahrens.

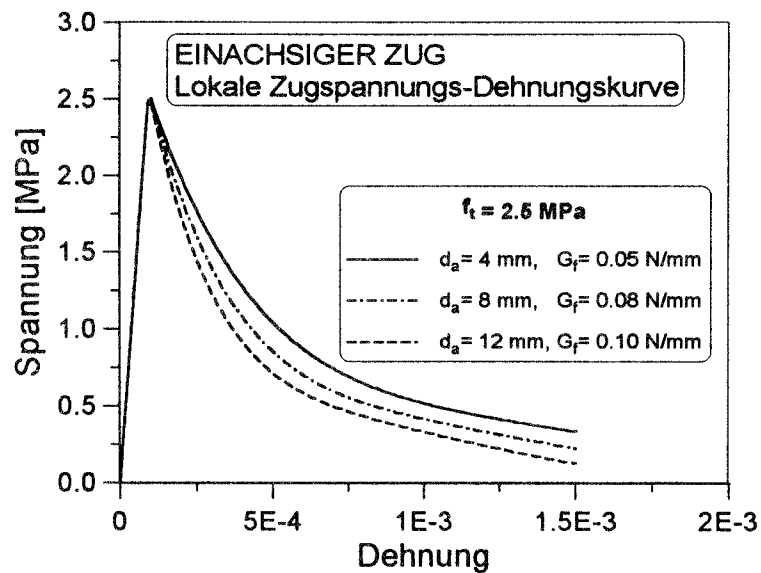


Abb. 6.7 Verschiedene lokale Zugspannungs-Dehnungskurven für verschiedene Kornzuschlagsgrößen und Bruchenergien.

Die Versuchskörpergeometrie, die Randbedingungen sowie die FE-Diskretisierung sind in Abb. 6.6 dargestellt. In der Analyse wurden 4-knotige ebene isoparametrische Elemente mit 4 Integrationspunkten verwendet. Der Versuchskörper wurde durch Aufbringen einer horizontalen Verschiebung an den senkrechten Rändern belastet. Die Analyse wurde unter Anwendung des Microplane Materialmodells durchgeführt. Für jede Mikroebene wurde eine lineare Spannungs-Dehnungskurve bis zum Erreichen der Höchstlast und eine exponentielle

$\sigma - \epsilon$ -Linie nach Überschreiten der Höchstlast angesetzt (Hordijk, 1991; siehe Abb. 6.5). Die Versuchskörperabmessungen wurden zu $d = 127$ mm und die Dicke $b = 38$ mm gewählt. Die maximale Größe der finiten Elemente betrug ungefähr 3 mm. Die Eigenschaften des Betons wurden folgendermaßen angenommen: Elastizitätsmodul $E = 27000$ MPa, Querdehnungszahl $\nu = 0.18$, Zugfestigkeit $f_t = 2.5$ MPa. In der Analyse wurden drei verschiedene (maximale) Kornzuschlagsgrößen berücksichtigt ($d_a = 4, 8$ und 12 mm). Die zugehörigen Bruchenergien wurden anhand von Versuchen abgeschätzt (van Mier, 1992): $G_{f,d_a=4} = 0.05$ N/mm, $G_{f,d_a=8} = 0.08$ N/mm, $G_{f,d_a=12} = 0.10$ N/mm. Die zugehörigen lokalen Zugspannungs-Dehnungskurven sind Abb. 6.7 zu entnehmen.

Die berechneten Nennspannungen aufgetragen über den Rißöffnungen zeigt Abb. 6.8. Die resultierende Zugfestigkeit errechnet sich aus der Division der Höchstlast durch die Nettoquerschnittsfläche. Die Bruchenergie wird aus der Fläche unterhalb der sich ergebenden Nennspannungs-Rißöffnungskurve berechnet. Hierbei ist jedoch zu beachten, daß diese Berechnungsmethode der Bruchenergie, aus obenerwähnten und anderen bekannten Gründen, nur eine Näherung darstellt.

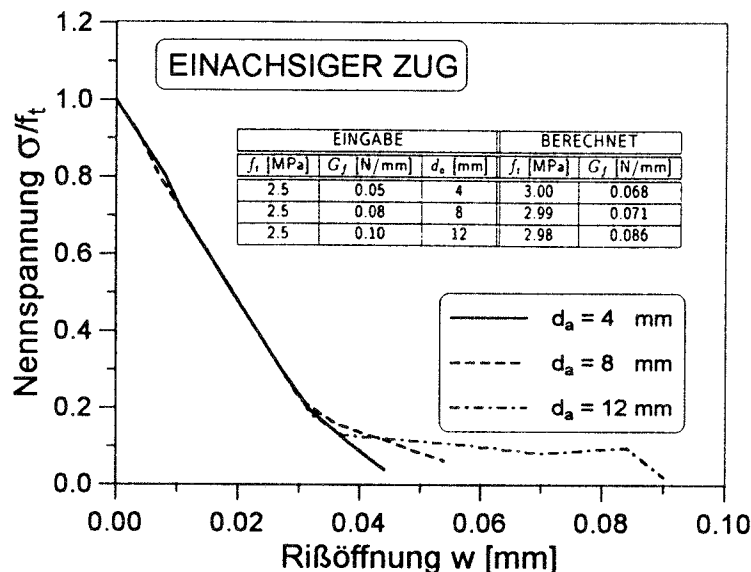


Abb. 6.8 Berechnete Nennspannungs-Rißöffnungskurven für verschiedene Korngrößen.

Die geschätzten Eingabewerte und die daraus resultierenden Ergebnisse sind für die grundlegenden Materialparameter in der Tabelle in Abb. 6.8 zusammengefaßt. Die berechneten Zugfestigkeiten sind mit $f_t = 3.0$ Mpa in allen Fällen nahezu gleich groß. Diese Werte liegen um ungefähr 20 % höher als die Eingabewerte ($f_t = 2.5$ MPa). Dies ist auf den Maßstabeffekt infolge der Rißbildung zurückzuführen. Die Tabelle in Abb. 6.8 zeigt weiterhin, daß die Eingabewerte der Bruchenergie, die unter Verwendung von (6.19) ermittelt wurden, eine relativ gute Näherung der mit Hilfe des Microplane-Modells errechneten Werte der Bruchenergie darstellen. Der mittlere Fehler liegt ebenfalls bei ungefähr 20%. Bei kleineren Zuschlägen (Größstkorngrößen) führen die Eingabewerte zu einer Unterschätzung während bei größeren eine Überschätzung des Modell-Wertes festgestellt werden konnte. Der Grund dafür besteht wahrscheinlich darin, daß in allen Beispielen die Elementgröße des Netzes konstant gehalten wurde. Dadurch war bei den größeren Zuschlägen eine "sanftere" Abbildung des Dehnungsfeldes als für kleinere Korngrößen möglich.

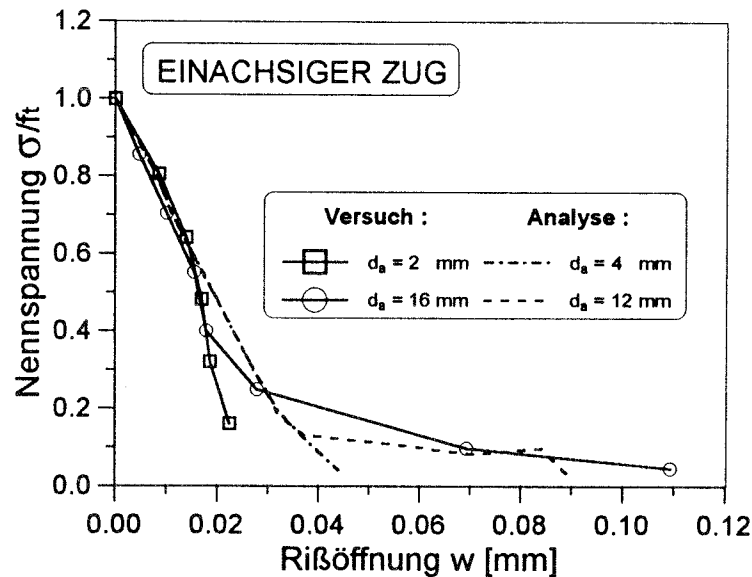


Abb. 6.9 Vergleich zwischen berechneten und gemessenen mittleren Spannungs-Rißöffnungskurven (Rißart-I) für verschiedene Größtkorngrößen – Mikro- und Normalbeton, Versuche von Mier, 1992.

Die berechneten Nennspannungs-Rißöffnungskurven sind in Abb. 6.9 den aus Versuchen gemessenen (mittleren) Ergebnissen gegenübergestellt ($d_a = 2$ und 16 mm, van Mier; 1992). Die berechneten kritischen Rißöffnungen w_c zeigen qualitativ dasselbe Verhalten wie in den Versuchen. D.h., mit zunehmender Korngröße verhält sich die Spannungs-Rißöffnungskurve duktiler. Für Mikrobeton ($d_a \leq 4$ mm) ergibt sich praktisch eine Gerade, ohne daß duktiles Verhalten vor dem Bruch auftritt. Im Vergleich dazu sind bei Verwendung großer Zuschläge ($d_a \geq 12$ mm) relativ große Verformungen vor dem Versagen zu erkennen.

Das oben beschriebene Verfahren zur Berechnung der Bruchenergie G_f kann nur unter der Bedingung benutzt werden, daß die Finite-Element-Größe L_e in der Bruchprozeßzone nicht größer ist als die maximale Korngröße (Obergrenze für L_e). Für $L_e \gg d_a = l$ ist die nichtlokale Analyse äquivalent zur Rißbandmethode. Dies läßt sich jedoch bei praktischen Untersuchungen von großen Bauteilen (oder in Studien zum Maßstabseinfluß) nicht vermeiden. Zur Lösung solcher Fälle, wurde von Bazant (1985) vorgeschlagen, die charakteristische Länge l zu vergrößern, so daß sie mindestens gleich oder größer der Elementgröße ist ($l = d_a^* \geq L_e$ mit $d_a^* =$ äquivalente Größe der Zuschläge). Um aber die Wirkung auf die Bruchenergie auszugleichen, muß (unter der Voraussetzung, daß die Schädigung sich nicht einheitlich verhält), gleichzeitig die Fläche unterhalb der lokalen Spannungs-Dehnungskurve (A_f) durch einen veränderten Wert A_f^* ersetzt werden. Dadurch bleibt die Bruchenergie G_f konstant und entsprechend Gl. (6.19) ergibt sich:

$$G_f = 8d_a A_f = 8d_a^* A_f^* \quad (6.20)$$

und

$$A_f^* = \frac{G_f}{d_a^*} \quad (6.21)$$

Mit Hilfe von Gl. (6.21) kann A_f^* nur berechnet werden, indem man sowohl den Verfestigungsbereich der Spannungs-Dehnungskurve als auch die lokale Zugfestigkeit des Betons

konstant hält, während der Entfestigungsbereich der lokalen Spannungs-Dehnungskurve angepaßt werden muß. Ist diese Modifizierung nicht möglich, kann das FE-Netz in dieser Form ($L_e \gg d_a$) nicht benutzt werden. Eine Netzverfeinerung ist somit notwendig. In der Praxis gibt es Bauteile, die eine geringe Abhängigkeit von der Zugfestigkeit aufweisen, und deren Verhalten maßgeblich durch die Bruchenergie G_f beeinflusst wird. In diesem Fall kann neben dem Verfestigungsast der lokalen Zugspannungs-Dehnungslinie auch die lokale Zugfestigkeit f_t verändert werden. (Es ist zu beachten, daß der Entfestigungsteil der Zugspannungs-Dehnungskurve immer existieren muß. Ansonsten wäre eine Kontinuumsanalyse auf der Grundlage der Mikrorißinteraktion sinnlos).

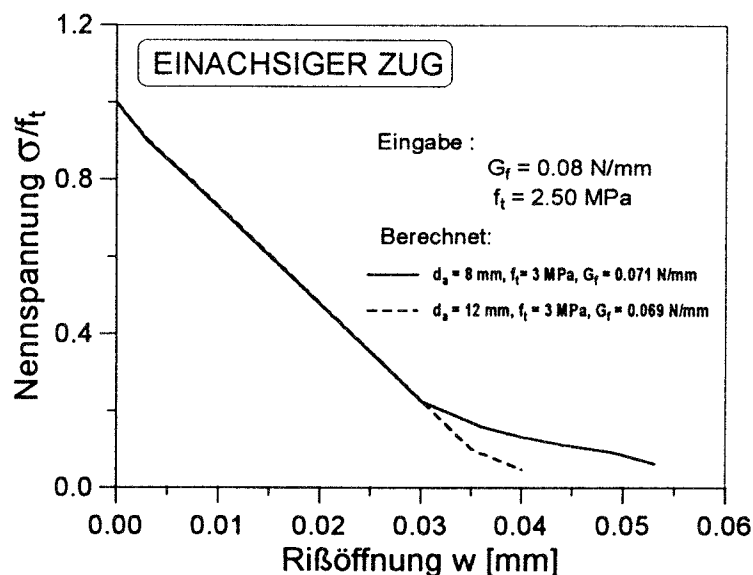


Abb. 6.10 Berechnete Spannungs-Rißöffnungskurven bei verschiedenen charakteristischen Längen.

Um das Verfahren für $L_e > d_a$ zu untersuchen, wurde der Versuchskörper (Abb. 6.6) unter Verwendung der folgenden Werte des Betons: $f_t = 2.5 \text{ MPa}$, $G_f = 0.08 \text{ N/mm}$ und $d_a = 8 \text{ mm}$ erneut berechnet. Alle übrigen Parameter entsprechen dem vorherigen Beispiel. Es werden zwei verschiedene charakteristische Längen angesetzt: die aktuelle, $l = d_a = 8 \text{ mm}$, und die veränderte, $l = d_a^* = 12 \text{ mm}$. Für den Ausgangswert mit $l = d_a = 8 \text{ mm}$ wird A_f unter Verwendung von Gl. (6.19) berechnet. Um die Bruchenergie G_f bei veränderlichen charakteristischen Längen konstant zu halten, muß die Energiedichte der Rißbildung A_f für $l = d_a^* = 12 \text{ mm}$ entsprechend Gl. (6.21) modifiziert werden. Die berechnete Nennspannung in Abhängigkeit der Rißöffnung bei unterschiedlichen charakteristischen Längen ist in Abb. 6.10 graphisch dargestellt. Aus Abb. 6.10 ist ersichtlich, daß die berechneten Spannungs- Rißöffnungskurven sowie die berechneten Werte der Bruchenergie G_f für $l = d_a^* = 12 \text{ mm}$ und für $l = d_a = 8 \text{ mm}$ annähernd gleich sind.

Ein weiteres Beispiel stellt die Simulation eines Kopfbolzen-Ausziehversuchs aus einem unbewehrtem Betonblock dar. Die Untersuchung wird unter Verwendung von axialsymmetrischen 4- knotigen Elementen mit 4 Integrationspunkten sowie des Microplane Materialmodelles für Beton durchgeführt. Die zugehörige Geometrie, die Materialeigenschaften und das typische FE-Netz sind aus Abb. 6.11 ersichtlich. Die maximale Zuschlagsgröße beträgt

$d_a = 16$ mm. Die Verankerungstiefe wird mit $d = 1350$ mm angesetzt. Bei einem so großen Bauteil ist es nicht möglich, die Elementgröße $L_e < d_a$ zu verwenden. Hierzu wären sonst mindestens 10000 Elemente erforderlich. Deshalb muß zur Verringerung der Elementzahl ein gröberes Netz benutzt werden. Um die Gültigkeit dieser Analyse (grobe Diskretisierung) zu überprüfen, werden zwei aufeinander abgestimmte Berechnungen durchgeführt. In der ersten wird ein relativ grobes Netz mit ungefähr 1400 Elementen und der Wert $l_1 = d_a^* = 60$ mm benutzt. Für die zweite Untersuchung wird das Netz auf ungefähr 2500 Elemente mit $l_2 = d_a^* = 30$ mm verfeinert.

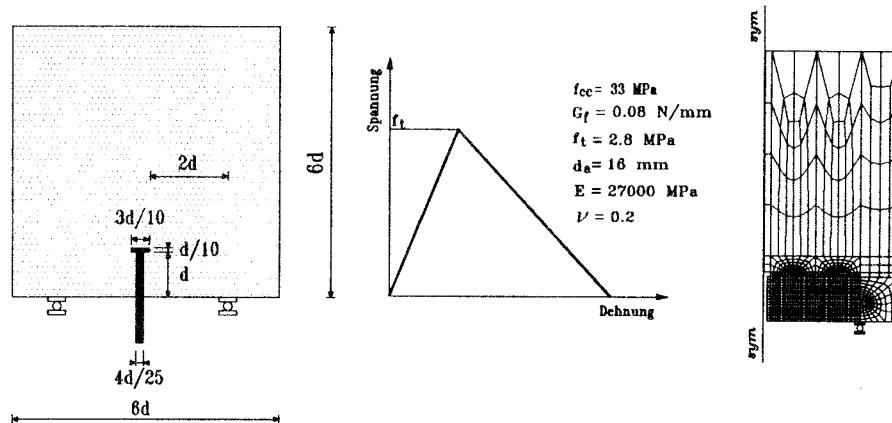


Abb. 6.11 Geometrie, typisches FE-Netz und Materialeigenschaften für Ausziehversuche mit Kopfbolzen zur Kontrolle des Eichverfahrens.

Die Last-Verschiebungskurven der beiden Berechnungen sind in Abb. 6.12 dargestellt. Danach sind die Höchstlasten in beiden Fällen praktisch gleich. Weiterhin zeigten die Höchstlasten im Vergleich mit der empirischen Formel nach Eligehausen und Sawade (1989) gute Übereinstimmung.

Neben der schon erwähnten Untergrenze der charakteristischen Länge ($l > L_e$) gibt es auch eine Obergrenze. Auf Grund des Ansatzes der verschmierten Risse muß die charakteristische Länge $l < D/10$ sein, wobei D der charakteristischen Größe des Bauteils (z.B. Balkenhöhe, Verankerungstiefe usw.) entspricht. Dies wird durch die numerische Erfahrung bestätigt. Ansonsten wird für die Rißeinflußfunktion, die aus dem Spannungsfeld eines Risses in einem unendlichen Körper resultiert, die Mikrorißinteraktion bedeutungslos. Dies entsteht infolge des zunehmenden Einflusses der Bauteilränder. Somit kann es bei kleinen Bauteilen, vorkommen, daß l kleiner als d_a gewählt werden muß. Dann kann dieses Verfahren jedoch zu einer lokalen Zugspannungs-Dehnungskurve mit ausgeprägtem duktilem Verhalten führen. Dadurch können die Ergebnisse möglicherweise unrealistisch beeinflusst werden. So kann zum Beispiel die Lokalisierung einer Schädigung verhindert und der Versagensmechanismus völlig verändert werden. Um diese Probleme für $l < d_a$ zu vermeiden, muß die lokale Zugspannungs-Dehnungslinie verändert werden. Zum einen, indem man ein kurzes horizontales Plateau bei Erreichen der Zugfestigkeit einführt oder zum anderen die lokale Zugfestigkeit des Betons erhöht. Letzteres kann natürlich nur dann gemacht werden, wenn die Bruchlast gegenüber einer Veränderung der Zugfestigkeit relativ unempfindlich ist.

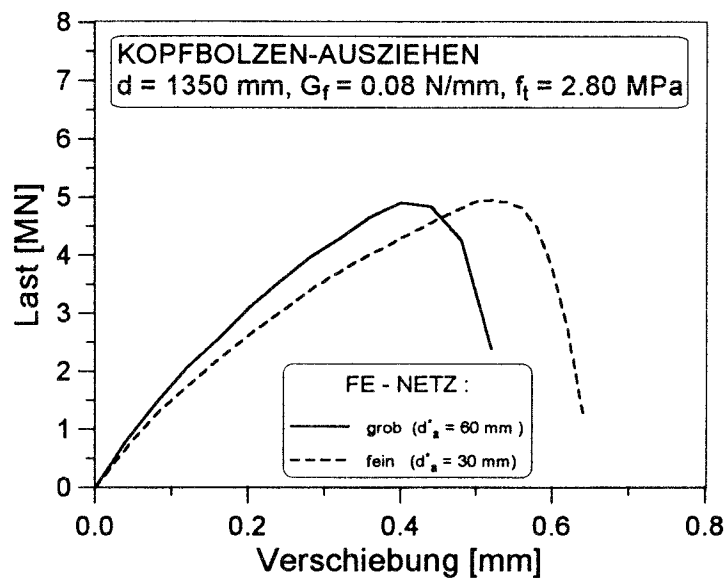


Abb. 6.12 Berechnete Last-Verschiebungskurven von Kopfbolzen-Ausziehversuchen für zwei verschiedene FE-Netze – fein und grob.

Außerdem spielt auch die Wahl des Finite-Element-Typs für die vorliegende Methode eine wichtige Rolle. Im allgemeinen sind Elemente höherer Ordnung effektiver, da dasselbe Dehnungsfeld mit einer geringer Anzahl von Elementen gleichermaßen gut dargestellt werden kann. Bei Verwendung von Elementen höherer Ordnung muß die Elementgröße nicht kleiner als etwa $d_a/2$ sein. Die Bruchenergie wird nämlich in einem finiten Betonvolumen verbraucht (und nicht in einem "Nullvolumen" z.B. Linie oder Oberfläche), das zum Größtkorn d_a proportional ist. Wenn daher das Bauteil so klein ist, daß die charakteristische Länge (infolge des Randeinflusses) kleiner als d_a sein muß, zeigt die lokale Zugspannungs-Dehnungskurve möglicherweise zu duktilen Verhalten und führt zu einer nicht realen Analyse im Entfestigungsbereich. Im allgemeinen hat dies eine starke Netzempfindlichkeit zur Folge. Somit besteht in der vorliegenden Methode für die gegebenen makroskopischen Materialeigenschaften (f_t, G_f) der optimale Ansatz darin, sowohl die Materialmodellparameter als auch die Elementgröße in Abhängigkeit vom Größtkorn auszudrücken. Dabei müssen die finiten Elemente nicht unbedingt kleiner als das Größtkorn sein.

6.6 Numerische Studien

6.6.1 Der Einfluß der Mikrorißinteraktion

Um den Einfluß der Mikrorißinteraktion zu verdeutlichen, wird der in Abb. 6.6 dargestellte Dehnkörper sowohl mit als auch ohne Berücksichtigung der Mikrorißinteraktion untersucht (im letztgenannten Fall bedient man sich nur einer lokalen Mittelung). Die Geometrie des Versuchskörpers und die Materialeigenschaften sind entsprechend dem Beispiel aus Abb. 6.6: $d_a = 8$ mm und $G_f = 0.08$ N/mm.

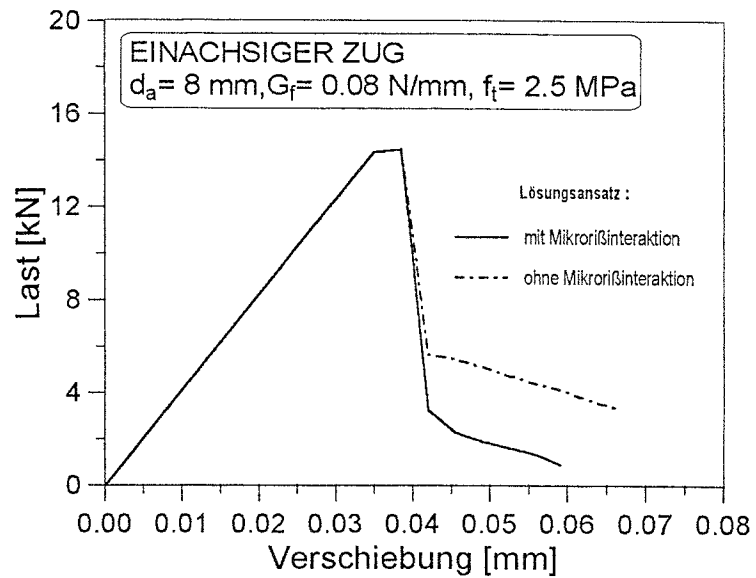


Abb. 6.13 Berechnete Last-Verschiebungskurven des Dehnkörpers aus Abb 6.6; mit und ohne Mikrorißinteraktion.

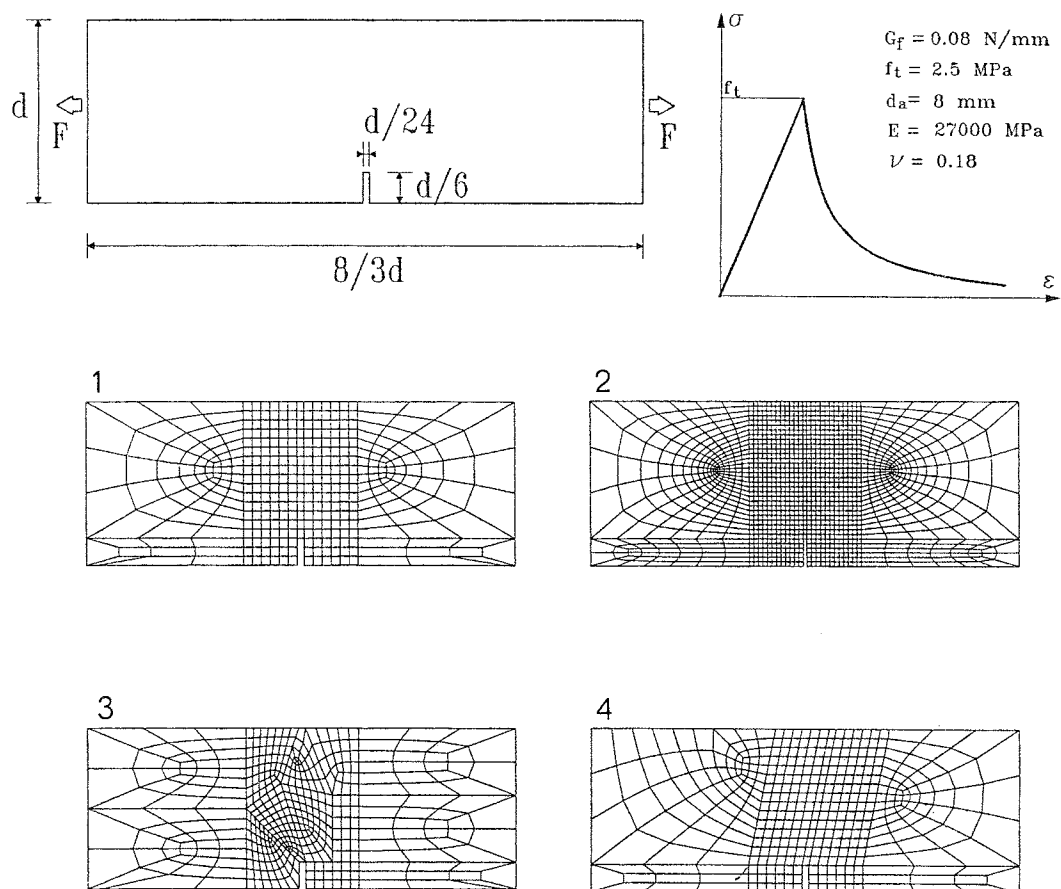


Abb. 6.14 Geometrie des exzentrisch belasteten Versuchskörper, Materialeigenschaften und vier verschiedene FE-Netze, die in der Netzempfindlichkeitsstudie benutzt wurden.

Die berechneten Last-Verschiebungskurven sind Abb. 6.13 zu entnehmen. In beiden Fällen wird dieselbe Maximallast erreicht. Bei der Berechnung ohne Ansatz der Mikrorißinteraktion zeigt die Kurve im Entfestigungsbereich jedoch ein vergleichsweise duktiles Verhalten. Dies kann dadurch begründet werden, daß durch die Rißeinflußfunktion die Spannungen in richtiger Weise abgebaut (d.h. auf Null reduziert) werden, sobald das System von Mikrorissen dazu neigt, sich in einem einzelnen Makroriß zu vereinigen. Ein ähnliches Ergebnis wurde auf theoretischem Wege von Pijaudier-Cabot und Berthaud (1992) erzielt.

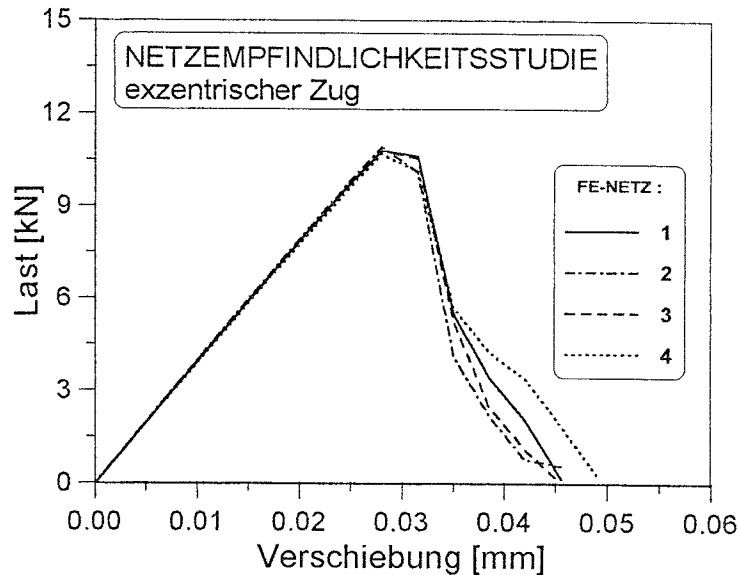


Abb. 6.15 Berechnete Last-Rißöffnungskurven für vier verschiedene Finite-Element-Diskretisierungen.

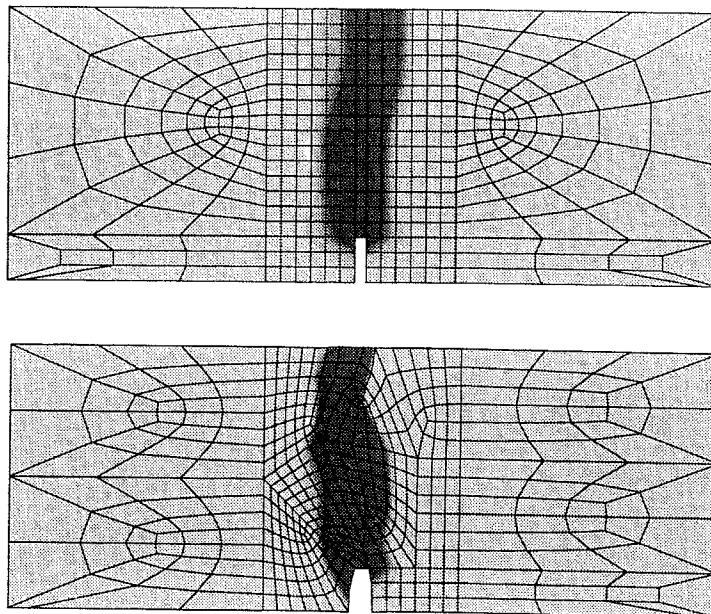


Abb. 6.16 Rißbild am Ende der Analyse für Netz 1 und 3.

6.6.2 Netzempfindlichkeitsstudie

Wie schon erwähnt, besteht eine wichtige Voraussetzung der Kontinuumsanalyse einer verschmierten Rißbildung darin, daß die Ergebnisse unabhängig von der Netzgröße und -form sowie insbesondere der Netzausrichtung sein müssen. Um dies für das vorliegende nichtlokale Konzept zu kontrollieren, wird ein auf exzentrischen Zug belasteter Versuchskörper bis zum Versagen untersucht. Die Berechnung wird unter Annahme einer ebenen Dehnung und mit Verwendung von vier verschiedenen FE-Diskretisierungen durchgeführt. In der Analyse wurden 4-knotige isoparametrische Elemente mit 4 Integrationspunkten verwendet. Die Geometrie des Versuchskörpers, die unterschiedlichen FE-Netze sowie die Materialeigenschaften sind in Abb. 6.14 dargestellt. Die berechneten Last-Verschiebungskurven aller vier Fälle werden in Abb. 6.15 einander gegenübergestellt. Für die vier verschiedenen Netze sind bezüglich der Last-Verschiebungskurven keine bedeutenden Unterschiede zu erkennen. Die Objektivität der Analyse wird auch durch Abb. 6.16 bestätigt, die die endgültigen Schädigungszonen nach Belastungsende für zwei verschiedene Netze zeigt. Die dunkle Stelle in Abb. 6.16 kennzeichnet den Bereich wachsender Dehnungen bei zunehmender Belastung. Dies deutet auf eine Lokalisierung der Schädigung hin. Ungeachtet der Netzausbildung ist zu erkennen, daß sich die Schädigung in einem Band von annähernd konstanter Breite lokalisiert. Ihr Wert hängt mit der charakteristische Länge (Größtkorn) zusammen. Zusammenfassend kann gesagt werden, daß die durch den Bruch verbrauchte Energie annähernd konstant bleibt und damit von der Ausbildung des Netzes unabhängig ist.

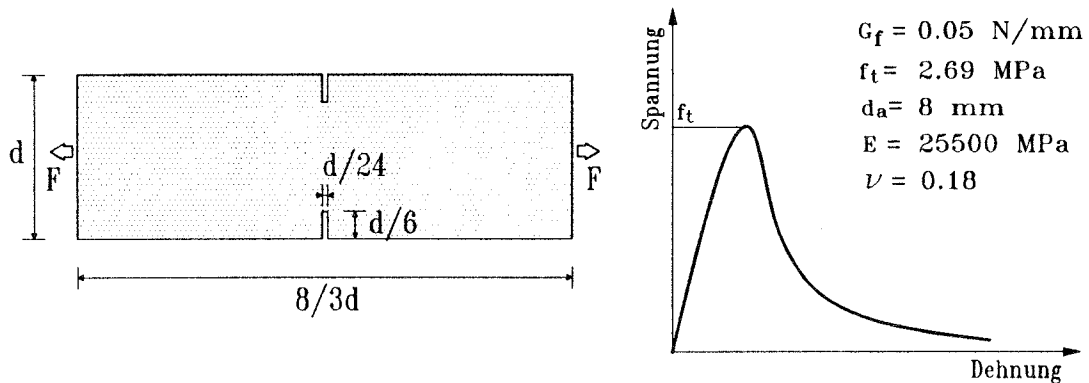
6.6.3 Studien zum Maßstabeffekt bei typischen Bauteilen

Bei der Methode der Mikrorißinteraktion hängt die effektive charakteristische Länge, ausgedrückt im Sinne des nichtlokalen Dehnungsansatzes, vom Spannungs- und Dehnungsfeld ab. Sie ändert sich im Laufe der Analyse. Wie schon angesprochen, wird die Heterogenität des Beton stark von der Zuschlaggröße und -form beeinflusst. Eine zum Größtkorn proportionale Länge der Mikrorisse, die in Verbindung mit dem Spannungs- und Dehnungsfeld die Mikrorißinteraktion steuert, erscheint hier als sinnvolle Annahme. Zur Überprüfung, ob eine solche Methode ein reales Bauteilversagen bei verschiedenen Problemen vorhersagen kann, wurden Studien zum Maßstabseinfluß durchgeführt. Als Eingabedaten werden ausschließlich makroskopische Betoneigenschaften (f_t , G_f und d_a) verwendet. Folgende Probleme werden behandelt: einachsiger Zug, Dreipunktbiegung, exzentrischer Druck, Diagonalschub und Ausziehen von Kopfbolzen. Die Ergebnisse werden mit verfügbaren Versuchsergebnissen verglichen.

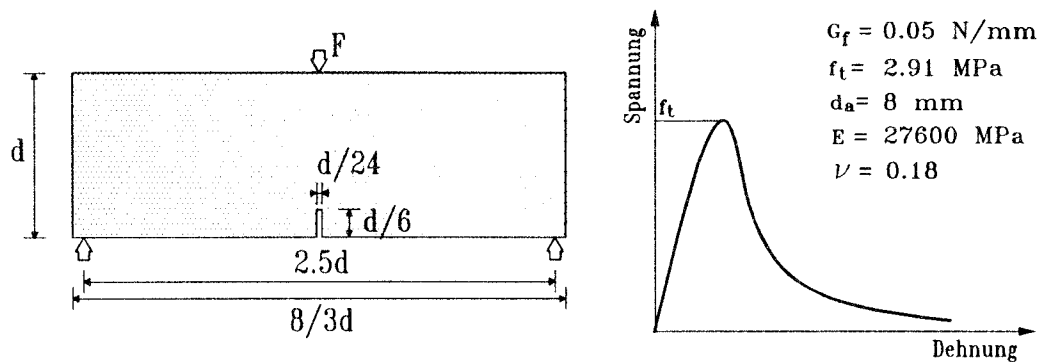
Die Abmessungen und verwendeten Materialeigenschaften sind den Abbildungen 6.17a-d und 6.11 (Kopfbolzen) zu entnehmen. Die experimentell erzielten sowie die berechneten Höchstlasten aller Versuchskörper sind in den Abb. 6.18a-e einander gegenübergestellt. Zum Vergleich sind die mit dem Maßstabgesetz (Bazant, 1984; Gl. 4.1) berechneten Ergebnisse in den Abbildungen mit aufgenommen. Die Konstanten B und d_0 (Gl. 4.1) wurden mit Hilfe einer linearen Regressionsanalyse der berechneten Daten ermittelt. Sowohl die berechneten Höchstlasten als auch das Bazant'sche Maßstabgesetz zeigen in den vorliegenden Größenbereichen eine relativ gute Übereinstimmung mit den Versuchswerten.

Die numerischen Ergebnisse bestätigen, daß die Methode der Mikrorißinteraktion in der Lage ist, das Bauteilversagen bei typischen Problemen auf korrekte Weise vorherzusagen. Hierfür werden ausschließlich die bekannten, makroskopischen Brucheigenschaften des Betons benötigt. Dies bietet entscheidene praktische Vorteile der vorgeschlagenen nichtlokalen Methode gegenüber den früheren nichtlokalen Methoden, bei denen unterschiedliche nichtlokale Materialeigenschaften für dasselbe Material bei unterschiedlichen Problemen benutzt werden mußten.

a)



b)



c)

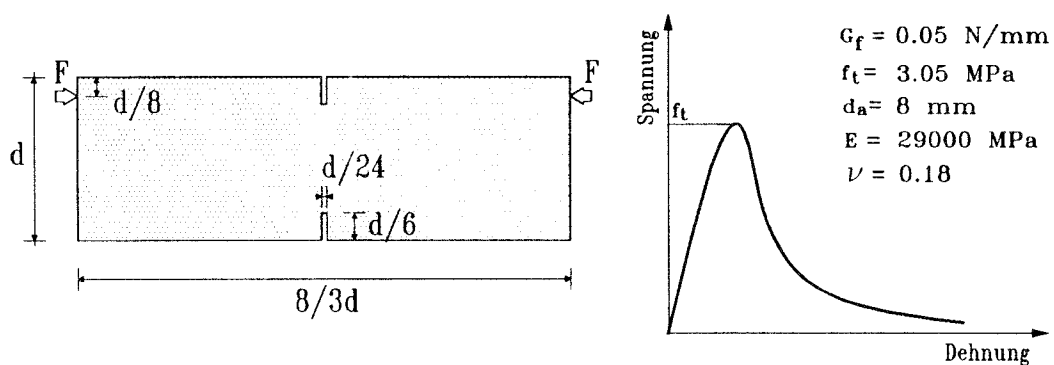


Abb. 6.17a-c Studie zum Maßstabseinfluß – Geometrie der Versuchskörper und Materialeigenschaften für: a) Einachsigen Zug; b) Dreipunktbiegung; c) exzentrischen Druck.

d)

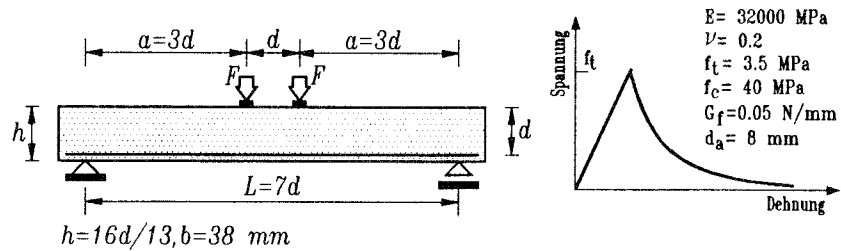
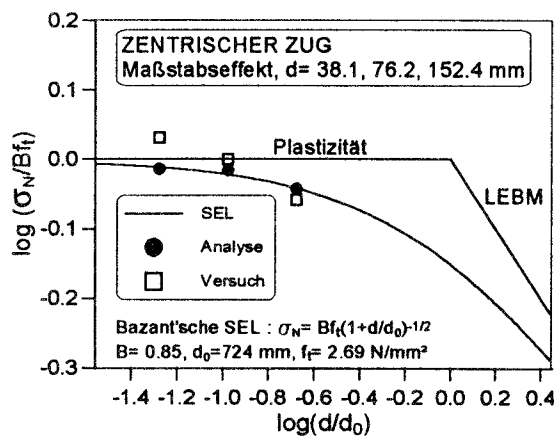
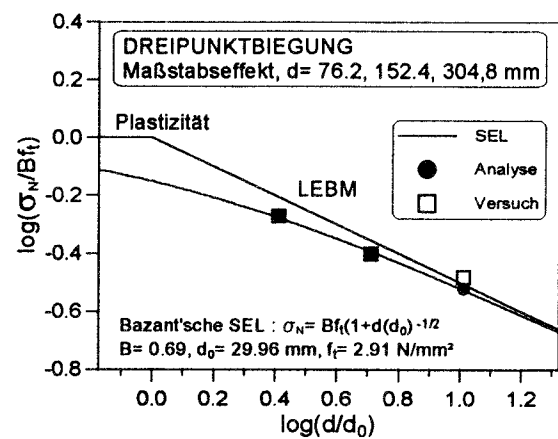


Abb. 6.17d Diagonalschub bei Stahlbetonbalken ohne Schubbewehrung.

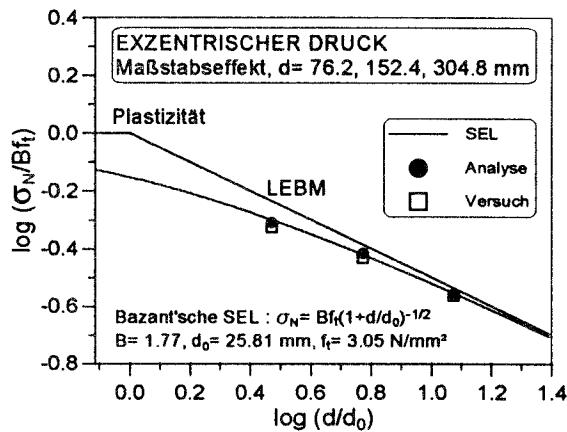
a)



b)



c)



d)

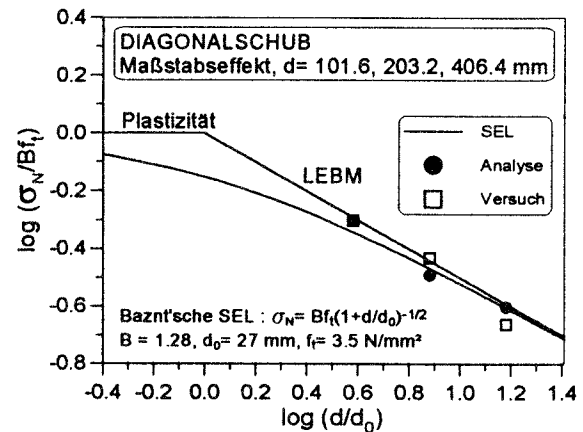


Abb. 6.18a-d Berechnete bezogene Spannungen für verschiedene Größen im Vergleich zu Versuchsergebnissen (Mittelwerte) und zum Bazant'schen Maßstabsgesetz: a) Einachsiger Zug (Bazant und Pfeiffer, 1987) mit $\sigma_N = F_U/(bd_{net})$, F_U = Höchstlast, b = Versuchskörperdicke und d_{net} = Versuchskörperhöhe ohne Kerblänge; b) Dreipunktbiegung (Bazant und Pfeiffer, 1987) mit $\sigma_N = 6M_U/(bd_{net}^2)$, M_U = Biegemoment bei Höchstlast; c) Exzentrischer Druck (Bazant und Pfeiffer, 1987) mit $\sigma_N = F_U/(bd_{net})$; d) Diagonalschub bei Stahlbetonbalken ohne Schubbewehrung (Bazant and Kazemi, 1991) mit $\sigma_N = F_U/(bd)$ mit F_U = Querkraft bei Höchstlast.

e)

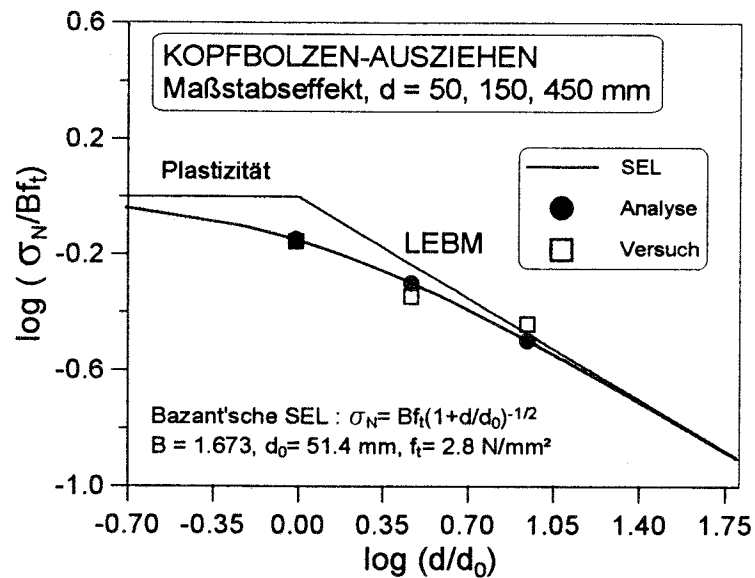


Abb. 6.18e Berechnete Versagenslast bei Betonausbruch für verschiedene Verankerungstiefen im Vergleich zu Versuchsdaten (Mittelwerte – Eligehausen et al. 1992) und zum Bazant'schen Maßstabsgesetz mit σ_N entsprechend Abb. 3.7.

6.7 Schlußfolgerungen

1. Die Nichtlokalität ist nicht nur ein nützliches mathematisches Verfahren, das als Lokalisierungsbegrenzer in der Methode der verschmierten Risse dient. Die neue nicht-lokale Methode der Mikrorißwechselwirkung hat ihren physikalischen Ursprung in der Interaktion zwischen wachsenden Mikrorissen. Hierbei werden zwei Arten räumlicher Integrale unterschieden: (1) die lokale Mittelung und (2) die in einem größeren Bereich wirkende Mikrorißinteraktion. Das erstgenannte definiert das Volumen, in dem ein Energieverbrauch durch Rißwachstum stattfindet. Das zweite steuert die Rißöffnung und -ausbreitung in Abhängigkeit vom Spannungs- und Dehnungsfeld in der Umgebung eines Mikrorisses. Weiterhin kann dadurch eine korrekte (netzunabhängige) Energiefreisetzung und damit eine Spannungsreduzierung (bis auf Null) erreicht werden, sobald das System von Mikrorissen sich in einem einzelnen Makroriß vereinigt.
2. Die neue Methode ermöglicht es, eine Schädigung in einem Materialvolumen, dessen Größe und Form unabhängig von der Elementgröße sowie der Elementform ist, zu lokalisieren. Dies wurde anhand von mehreren numerischen Beispielen gezeigt. Aufgrund der Heterogenität des Betons sowie der zufälligen Verteilung der Mikrorisse ist die Größe des Einflußbereiches nichtlokaler Integrale sowohl von der typischen Mikrorißlänge (ungefähr gleich dem Größtkorn) als auch dem momentanen Spannungs-Dehnungszustand abhängig.
3. Es wird gezeigt, daß annähernd eine Beziehung zwischen den nichtlokalen Materialmodellparametern und den gegebenen makroskopischen Betoneigenschaften (Zugfestigkeit, Bruchenergie und maximale Zuschlagskorngröße) existiert. Die makroskopischen

Eingabewerte können in der Bruchanalyse verschiedener Probleme benutzt werden, ohne daß eine Anpassung auf die jeweilige Problemart notwendig ist. Zusammen mit einer wirklichkeitsnahen Abbildung des lokalen Materialverhaltens des Betons ist die neue Methode somit in der Lage, kompliziertere Versagensarten (einschließlich der Rißart II und III) realistisch vorherzusagen.

4. Die besten Ergebnisse können in einer Bruchanalyse erzielt werden, wenn sowohl die Materialmodellparameter als auch die Größe der finiten Elemente in Abhängigkeit vom Größtkorn angesetzt werden. Dies ist darauf zurückzuführen, daß sich der Energieverbrauch bei einem Betonbruch in einem endlichen Materialvolumen (und nicht in einer Linie oder auf einer Fläche mit "Nullvolumen") vollzieht. Die Größe dieses Volumens kann ebenfalls in guter Näherung auf das Größtkorn bezogen werden. Eine lokale Rißbandanalyse führt selbst mit äußerst feinen Netzen im allgemeinen zu einer Netzabhängigkeit, sofern die Netzlinien nicht in Richtung der Rißausbreitung ausgelegt sind. Das Rißbandmodell kann nur dann Gültigkeit besitzen, wenn die Netzlinie mit dem Rißverlauf übereinstimmt.
5. Mit Hilfe des Superpositionsprinzips und einer Gauss-Seidel-Iteration werden im FE-Programm die nichtlokalen nichtelastischen Spannungsinkremente aus der bekannten lokalen Zugspannungs-Dehnungskurve berechnet. Der Ansatz ist somit unabhängig von dem lokalen, nichtlinearen Materialmodell. Für die Dehnungsentfestigung können beliebige Modelle eingesetzt werden. Umfangreiche Erfahrungen gibt es bisher nur mit dem Microplane-Materialmodell. Zur Bestimmung des Einflusses verschiedener Lösungsstrategien und Materialmodelle sind weitere Studien erforderlich.
6. Die numerischen Ergebnisse zeigten eine weitgehende Netzunempfindlichkeit. Außerdem konnte festgestellt werden, daß sich die Schädigung infolge Rißbildung in einem Volumen ungleich Null lokalisiert. Sowohl die Größe als auch die Form dieses Volumens ist von den makroskopischen Betoneigenschaften sowie vom momentanen Spannungs-Dehnungszustand abhängig.
7. Obwohl die Schädigung im mikroskopischen Bereich durch Mikrorisse der Rißart-I hervorgerufen wird, können mit dem makroskopischen nichtlokalen Modell auch komplexe, im wesentlichen durch Schubversagen geprägte Bauteile relativ gut beschrieben werden, wobei dieselben Eingabewerte für die Materialparameter wie bei Zugbeanspruchung verwendet werden können. Dies war mit früheren nichtlokalen Modellen nicht zu erreichen.

7 Maßstabseffekt in einigen typischen Fällen der Ingenieurpraxis

7.1 Einführung

Die vorliegenden experimentellen und numerischen Beweise für das Bestehen des Maßstabseffekts in Beton- und Stahlbetonbauteilen beschränken sich auf einen relativ kleinen Größenbereich. Wie zuvor besprochen, zeigt jedes kleine Beton- und Stahlbetonbauteil einen Maßstabseffekt bezgl. der Nennfestigkeit. Deswegen und aufgrund der Komplexität des Bruchprozesses in Bauteilen mit unterschiedlicher Geometrie und Belastung können sowohl experimentelle als auch numerische Ergebnisse, die für einen begrenzten Größenbereich erzielt wurden, nicht extrapoliert werden. Wenn man Maßstabsgesetze extrapolieren möchte, was gewöhnlich auf bestimmten Hypothesen basiert, sollten Beweise für die Richtigkeit der Hypothese aus experimentellen oder numerischen Studien an größeren Bauteilen vorliegen. Dadurch können die Theorien bestätigt oder widerlegt werden. Da jedoch Versuche an größeren Bauteilen normalerweise mit hohen Kosten verbunden sind, muß das Maßstabsgesetz für einen ausgedehnten Größenbereich unter Verwendung von hochentwickelten numerischen Ansätzen überprüft werden. Diese müssen in der Lage sein, den Bruch von Beton- und Stahlbetonbauteilen realistisch vorherzusagen.

Im vorherigen Kapitel wurde gezeigt, daß das FE-Programm auf der Grundlage der Methode der verschmierten Risse und des neuen nichtlokalen Konzepts der Mikrorißwechselwirkung und des Microplane-Materialmodells für Beton in der Lage ist, das Versagen von Betonbauteilen unabhängig von der Problemstellung richtig vorherzusagen. Weiterhin hat sich gezeigt, daß die neue Methode gegenüber der Elementgröße und -form des FE-Netzes unempfindlich ist.

Um den Maßstabseffekt bei großen Beton- und Stahlbetonbauteilen zu untersuchen und um die Ansätze in Kapitel 5 zu bestätigen, wird im folgenden eine umfangreiche FE-Bruchanalyse an einigen typischen Beton- und Stahlbetonbauteilen unterschiedlicher Größe durchgeführt. Folgende Beispiele werden untersucht: (1) Unbewehrte Betonbalken mit einer Balkenhöhe von 100 bis 3200 mm unter Dreipunktbiegebelastung, (2) bewehrte Betonbalken mit einer Balkenhöhe von 100 bis 1600 mm (Dreipunktbiegung), (3) Diagonalschubbruch von schlanken Betonbalken ohne Schubbewehrung (Balkenhöhe 100 bis 2000 mm) belastet durch zwei Einzellasten (Vierpunktbiegung), (4) gedrungene bewehrte Betonbalken ohne Schubbewehrung mit einer Balkenhöhe von 200 bis 1600 mm (Dreipunktbiegung) und (5) Ausziehen von Kopfbolzen aus einem Betonblock bei Verankerungstiefen von 50 bis 2700 mm. Zur Bestimmung des Einflusses der Brucheigenschaften des Betons auf den Maßstabseffekt eines Bauteils werden in den Beispielen neben der Bauteilgröße auch die Zugfestigkeit und die Betonbruchenergie verändert. Bei bewehrten Bauteilen wird auch die Bewehrungsmenge variiert.

7.2 Dreipunktbiegung von unbewehrten Betonbalken

7.2.1 Einführung

Als einfaches Verfahren zur Messung der Betonzugfestigkeit werden oft Balken (Laborgröße) eingesetzt, die mit einer mittigen Einzellast beansprucht sind. Die gemessene "Festigkeit" wird in der Literatur als Biegezugfestigkeit bezeichnet und ist von der Balkengröße abhängig. Durch den Maßstabseinfluß ist sie bei kleineren Balken höher als bei größeren. Auch in der Praxis können biegebeanspruchte unbewehrte Betonbalken vorkommen. Typische Beispiele hierfür sind große Fundamentbalken. Um diese Bauteile sicher und wirtschaftlich zu entwerfen, ist es daher wichtig, die Gründe für den Maßstabseffekt zu verstehen und die Abhängigkeit der Biegezugfestigkeit von der Bauteilgröße zu kennen.

7.2.2 Literaturübersicht

Vom bruchmechanischen Standpunkt aus stellt ein unbewehrter Betonbalken unter Dreipunktbiegung ein typisches Beispiel einer positiven Geometrie dar. In der Literatur finden sich eine Reihe von Versuchsergebnissen für gekerbte und ungekerbte Balken (Malkov und Karavaev, 1968; Heilman, 1969; Alexander, 1987; Bažant und Pfeiffer, 1987).

Die Abhängigkeit der Biegezugfestigkeit von der Balkengröße bei relativ kleinen gekerbten Balken zeigt Abb. 6.18b. Diese Ergebnisse (vgl. Kapitel 6) wurden von Bažant und Pfeiffer (1987) an drei geometrisch ähnlichen Balken gemessen (Verhältnis der Kerbengröße zur Balkenhöhe: $a_0/d=1/6$). Zusätzlich ist aus der Abbildung der Vergleich mit numerischen Ergebnissen und mit dem Bažant'schen Maßstabsgesetz ersichtlich. Sowohl die experimentellen als auch die numerischen Ergebnisse stimmen gut mit dem Bažant'schen Maßstabsgesetz überein (Gl. 4.1). Dies ist auf die Tatsache zurückzuführen, daß die grundlegende Bedingung der Proportionalität der Rißlänge schon von der Balkengeometrie erfüllt ist. Diese Versuche (gekerbte Balken unterschiedlicher Größe) können, da sie für die Praxis nicht relevant sind, nur dazu benutzt werden die Betonbrucheigenschaften zu bestimmen. Im wesentlichen ist dies die Betonbruchenergie.

Für die Ingenieurpraxis sind daher Versuche von Bedeutung, die an ungekerbten Balken durchgeführt werden. In Abb. 7.2.1 sind Versuchsergebnisse von Malkov und Karavaev (1968) sowie Heilmann (1969) dem Bažant'schen Maßstabsgesetz gegenübergestellt. Die Versuchsergebnisse zeigen bis zu einer Balkenhöhe von ungefähr $d \approx 500$ mm einen signifikanten Maßstabseffekt. Bei größeren Balken ist festzustellen, daß die Biegezugfestigkeit in Richtung der einachsigen Betonzugfestigkeit strebt. Die Biegezugfestigkeit von gekerbten Balken mit konstantem Anriß (Alexander, 1987) ist ebenfalls in Abb. 7.2.1 dargestellt. Wie bei ungekerbten Balken entspricht die Biegezugfestigkeit ab einer Balkengröße $d \approx 500$ mm etwa der zentrischen Betonzugfestigkeit. Die vorliegenden Versuchsergebnisse machen deutlich, daß ein starker Maßstabeinfluß auf die Biegezugfestigkeit sowohl bei ungekerbten Balken als auch bei Balken mit einem konstanten Anriß nur bei relativ kleinen Balken in einem begrenzten Größenbereich auftritt, bei größeren Balken verschwindet dieser Einfluß, und die Biegezugfestigkeit nähert sich asymptotisch der einachsigen Zugfestigkeit des Betons. Um den mechanischen Grund dafür aufzuzeigen, wird die numerische Analyse ungekerbter Balken

auf größere Balkenhöhen ausgedehnt. Zum Vergleich werden zusätzlich geometrisch ähnliche gekerbte Balken im selben Größenbereich untersucht.

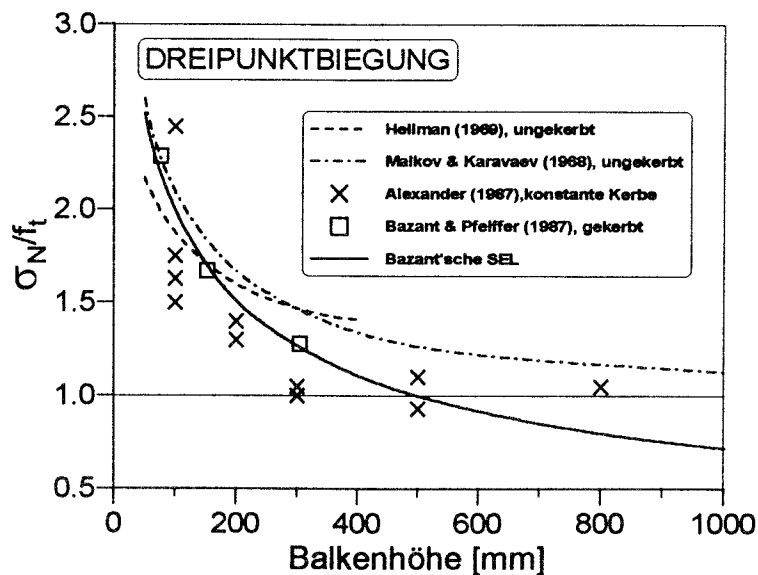


Abb. 7.2.1 Überblick über einige Versuchsergebnisse hinsichtlich des Maßstabeffektes auf die Biegefestigkeit bei proportional gekerbten, ungekerbten und unbewehrten Betonbalken mit einem konstanten Anriß ($\sigma_N = 6M_U/(bd_{net}^2)$), mit M_U = Biegemoment bei Höchstlast und d_{net} = Balkenhöhe ohne Kerblänge).

7.2.3 Numerische Studien

7.2.3.1 Balkengeometrien und Materialeigenschaften

Um zu zeigen, weshalb der Maßstabeffekt auf die Biegefestigkeit bei ungekerbten Balken verschwindet, und um die theoretischen Ansätze aus Kapitel 5 (Betonbauteile mit positiver Geometrie) zu bestätigen, werden numerische Untersuchungen für fünf verschiedene Balkenhöhen mit konstanter Schlankheit $L/d = 5$ durchgeführt. Folgende Balkenhöhen werden untersucht: $d = 100, 200, 800, 1600$ und 3200 mm bei einer konstanten Breite von $b = 38$ mm (siehe Abb. 7.2.2). Weiterhin werden auch gekerbte Balken mit einer Anrißlänge von $a = d/6$ und einer konstanten Breite der Einkerbung von $w = 30$ mm vergleichend berechnet.

Zur Durchführung der Berechnung wurden die Materialeigenschaften des Betons wie folgt angesetzt: Zugfestigkeit $f_t = 4.5$ MPa, einachsige Druckfestigkeit $f_c = 40$ MPa, Elastizitätsmodul $E = 30000$ MPa, Querdehnungszahl $\nu = 0.20$, Betonbruchenergie $G_f = 0.12$ N/mm und Größtkorn $d_a = 16$ mm. Als lokales einachsiges Spannungs-Dehnungsentfestigungsgesetz dient die in Abb. 7.2.2 dargestellte Exponentialfunktion. Die charakteristische Länge des nichtlokalen Kontinuums wird in allen untersuchten Fällen konstant zu $l = d_a = 16$ mm gewählt. Die Belastung wird durch eine vertikale Verschiebung in der Feldmitte aufgebracht (Abb. 7.2.2). Das Eigengewicht des Balkens wird vernachlässigt. Aus Symmetriegründen wird nur die Hälfte des Balkens unter Verwendung 4-knotiger ebener Elemente (4 Integrationspunkten) modelliert, wobei die Elementgröße (≈ 12 mm) in der Bruchprozeßzone für alle Balkengrößen ungefähr gleich ist.

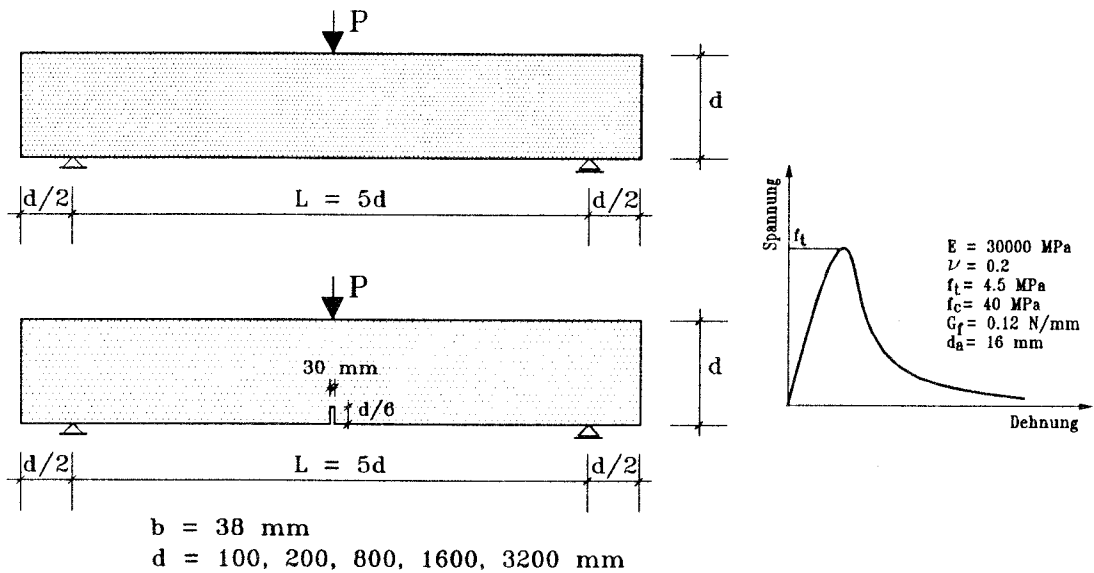


Abb. 7.2.2 Geometrie und Materialeigenschaften. Analyse von ungekerbten und gekerbten Betonbalken.

7.2.3.2 Ergebnisse – gekerbte Balken

Die berechnete Biegefestigkeit und die Mittelwerte aus den Versuchen (Bazant und Pfeiffer, 1987) an gekerbten Balken sind in Abb. 7.2.3 graphisch dargestellt. Die Biegefestigkeit wurde nach der Elastizitätstheorie unter Verwendung der berechneten Bruchlast (P_U) ermittelt und auf die Nettoquerschnittsfläche bezogen ($\sigma_N = 6M_U/(bd_{net}^2)$) mit M_U = Biegemoment bei Höchstlast, d_{net} = Balkenhöhe ohne Kerblänge). Die mittels einer Regressionsanalyse der Versuchsdaten entsprechend dem Bazant'schen Maßstabgesetz bestimmten Biegefestigkeiten sind ebenfalls in Abb. 7.2.3 eingetragen.

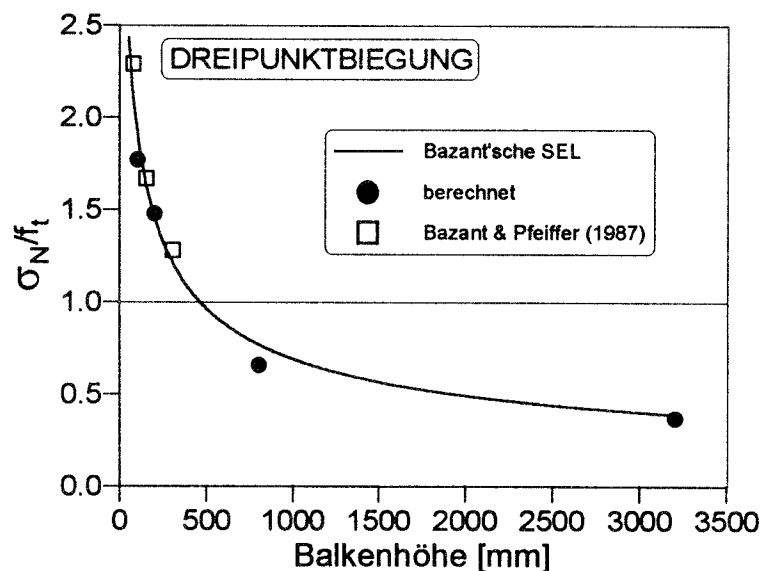


Abb. 7.2.3 Einfluß der Bauteilgröße auf die Biegefestigkeit von Betonbalken mit Anrissen proportional zur Balkenhöhe ($\sigma_N = 6M_U/(bd_{net}^2)$).

Die numerischen Ergebnisse bestätigen, wie erwartet, für alle untersuchten Balkengrößen das Bažant'sche Maßstabsgesetz. Der Grund hierfür besteht darin, daß die Balkengeometrie (konstantes Verhältnis zwischen Einkerbung und Balkenhöhe a/d) a priori die Hauptvoraussetzung des Bažant'schen Maßstabsgesetzes, die Proportionalität der Rißlänge bei Bruchlast, erfüllt.

Im Hinblick auf die theoretischen Ansätze in Abschnitt 5 können die Rechenergebnisse wie folgt interpretiert werden. Der mechanische Hauptgrund für die Existenz des Maßstabeffektes liegt im gesamten Größenbereich vor. D.h. für $d \rightarrow \infty$ ist das Maß der Inhomogenität des Dehnungsfelds (Γ , siehe Kap. 5) konstant und ungleich Null. Dies wird wiederum von der Kerben, deren Länge proportional zur Balkenhöhe ist, verursacht.

7.2.3.3 Ergebnisse – ungekerbte Balken

Die Biegefestigkeit, die unter Verwendung der berechneten Bruchlast P_U und unter Ansatz der Elastizitätstheorie ermittelt wird, ist in Abb. 7.2.4 über der Balkenhöhe aufgetragen ($\sigma_N = 6M_U/(bd^2)$ mit M_U = Biegemoment bei Höchstlast). Zum Vergleich sind die entsprechenden Versuchsergebnisse (Malkov and Karavaev, 1968) sowie das Bažant'sche Maßstabsgesetz (vgl. Abb. 7.2.3) ebenfalls dargestellt. Die Werte für Balkenhöhen bis zu etwa 3 m wurden nach einer von Malkov und Karavaev (1968) vorgeschlagenen Gleichung extrapoliert.

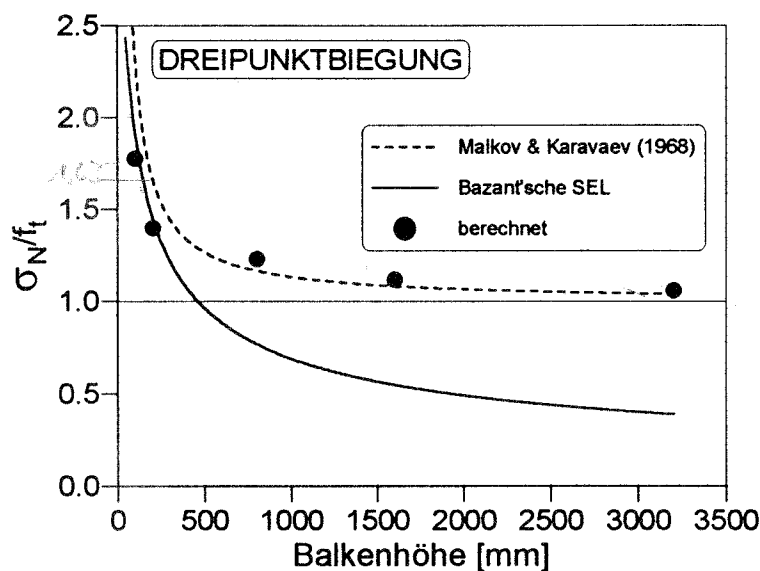


Abb. 7.2.4 Maßstabseffekt auf die Biegefestigkeit bei ungekerbten Betonbalken.

Bei sehr großen Balken kann eine asymptotische Annäherung der berechneten Biegefestigkeit an die einachsige Zugfestigkeit beobachtet werden. Diese Berechnungsergebnisse stimmen mit den Versuchsergebnissen an ungekerbten Balken ausreichend gut überein. Im Gegensatz dazu zeigt der Vergleich zwischen numerischen Ergebnissen und dem Bažant'schen Maßstabsgesetz im Größenbereich von $d=100$ bis 3200 mm keine befriedigende Übereinstimmung. Dies wird jedoch besser, wenn die numerischen Ergebnisse für kleinere Balkenhöhen entsprechend angepaßt werden ($d=100, 200$ und 800 mm; vgl. Abb. 7.2.5). Obwohl

das Bazant'sche Maßstabsgesetz nicht für den gesamten Größenbereich den berechneten Ergebnissen entspricht, so stellt es doch eine relativ gute Näherung für einen begrenzten Größenbereich dar. Dieser Größenbereich kann jedoch auch mit anderen Näherungsformeln ähnlich gut abgebildet werden.

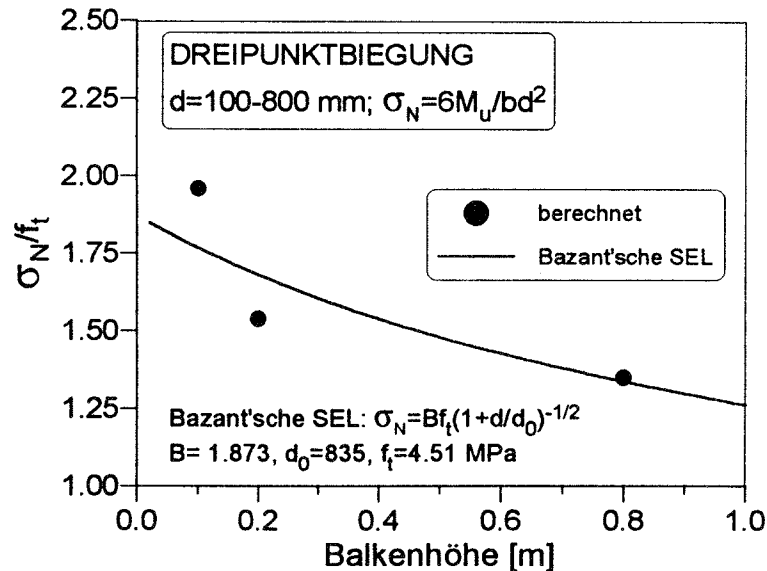


Abb. 7.2.5 Vergleich zwischen berechneter Biegefestigkeit und dem Bazant'schen Maßstabsgesetz für "kleine" Bauteile.

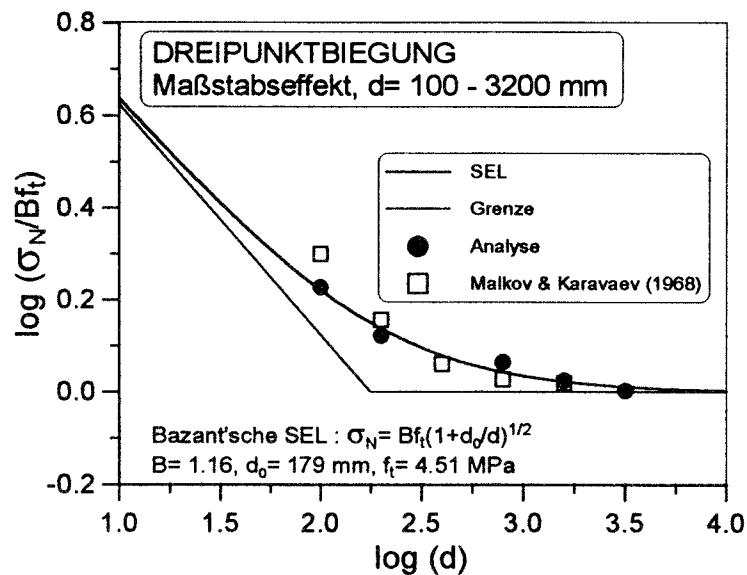


Abb. 7.2.6 Maßstabseffekt auf die Biegefestigkeit – Vergleich zwischen berechneten Daten und dem Maßstabsgesetz für positive Geometrien (Gl. 5.1).

Abb. 7.2.6 zeigt für den gesamten Größenbereich die experimentell ermittelten sowie die numerischen Ergebnisse im Vergleich mit dem für positive Geometrien vorgeschlagenen Maßstabsgesetz (Gl. 5.1). Die Konstanten B und d_0 werden wiederum durch eine lineare Regression der berechneten Daten bestimmt. Eine gute Übereinstimmung zwischen Versuchs-

und Rechenergebnissen im gesamten Größenbereich konnte mit $\alpha = 1/2$ erzielt werden. Für $d \rightarrow \infty$, ergibt sich annähernd die einachsige Zugfestigkeit. Die berechnete charakteristische Größe (d_0) beträgt im vorliegenden Fall ungefähr 180 mm. Dies bedeutet, daß bei Balken mit $d > d_0$ die Biegefestigkeit in der Nähe der Festigkeitsgrenze (f_t) und bei $d < d_0$ in der Nähe der Plastizitätsgrenze liegt.

Die charakteristische Größe d_0 hängt ausschließlich von den Brucheigenschaften des Betons ab. Dies führt bei einem vollkommen spröden Material ($G_f = 0$) mit einer Zugfestigkeit ungleich Null zu $d_0 = 0$, und damit zu keinem Maßstabseffekt; d.h. im gesamten Größenbereich gilt die einachsige Zugfestigkeitsgrenze. Im Falle eines vollkommen elastoplastischen Materials ($G_f \rightarrow \infty$) erhalten wir $d_0 \rightarrow \infty$ und ebenfalls keinen Maßstabseffekt; im gesamten Größenbereich gilt die Biegefestigkeit nach der Plastizitätstheorie.

7.2.4 Erläuterung und Diskussion der Ergebnisse

Um die numerischen und experimentellen Ergebnisse vom mechanischen Standpunkt aus zu erklären, wollen wir zunächst die Änderungen der Dehnungen in der am stärksten belasteten Schicht des Balkens betrachten (Abb. 7.2.7). Wenn wir die Richtigkeit der Elastizitätstheorie (Balken) voraussetzen, beträgt die Änderung der Dehnungen in bezug auf die Balkenlänge in Feldmitte:

$$\frac{\Delta \epsilon}{\Delta x} = \frac{3P}{bd^2 E} \quad (7.1)$$

mit P = Last in Feldmitte und E = Elastizitätsmodul. Für $d \rightarrow 0$ ergibt sich aus Gl. (7.1) $\Delta \epsilon / \Delta x \rightarrow \infty$, jedoch für $d \rightarrow \infty$ gilt $\Delta \epsilon / \Delta x \rightarrow 0$. Dies bedeutet, daß bei kleineren Balken der Dehnungsgradient entlang der unteren Balkenkante sehr groß ist und es ergibt sich eine starke Lokalisierung. Im Gegensatz dazu liegt der Dehnungsgradient bei extrem großen Balken in der Nähe von Null (schwache Lokalisierung). Nachdem die Spannung die einachsige Zugfestigkeit erreicht hat, bildet sich daher in kleinen Balken eine Schädigungszone aufgrund der relativ großen Inhomogenität des Dehnungsfelds in der Feldmitte des Balkens aus. Der äquivalente Riß (ausgedrückt im Sinne der LEBM), bzw. die Zone der Entfestigung (Schädigung), kann auf stabile Weise wachsen, da bei einem kleinen Balken die Geschwindigkeit der Energiefreisetzung im Bauteil ($\Delta U / \Delta a$) geringer ist als das Energieverbrauchsvermögen des Betons ($\Delta U / \Delta a < G_f$). Die Maximallast bzw. das Versagen wird erreicht, sobald das Rißwachstum instabil wird, d.h., $\Delta U / \Delta a \geq G_f$. Die Nennspannung beim Versagen wird daher nicht nur von der Zugfestigkeit, sondern auch von der Bruchenergie des Betons gesteuert.

Im Gegensatz dazu beträgt der Dehnungsgradient entlang der Balkenzugseite bei einem großen Balken nahezu Null, d.h. das Dehnungsfeld ist annähernd homogen. Dies führt zu zwei verschiedenen Phänomenen: (1) Die Größe des geschädigten Materialvolumens schwankt in Abhängigkeit von der Bauteilgröße. Dies bedeutet, daß vor der Makrorißlokalisierung ein Energieverbrauch im Materialvolumen vorliegt, der bis zu einem gewissen Grad proportional zur Bauteilgröße ist (verschmierte Schädigung). (2) Wenn sich die Schädigung im abschließenden Makroriß (der schwächsten Stelle) lokalisiert, versagt der Balken infolge der großen gespeicherten Energie ($\Delta U / \Delta a \gg G_f$) ohne stabiles Rißwachstum – Versagen bei beginnender Rißbildung. Daher wird bei großen Balken die Nennfestigkeit von der einachsigen Betonzugfestigkeit gesteuert, und die Bauteile zeigen sehr sprödes Bruchverhalten.

ten. Infolgedessen stellt sich kein Maßstabseffekt ein, und es gilt das Festigkeitskriterium ($d \rightarrow \infty, \sigma_N \rightarrow f_t$).

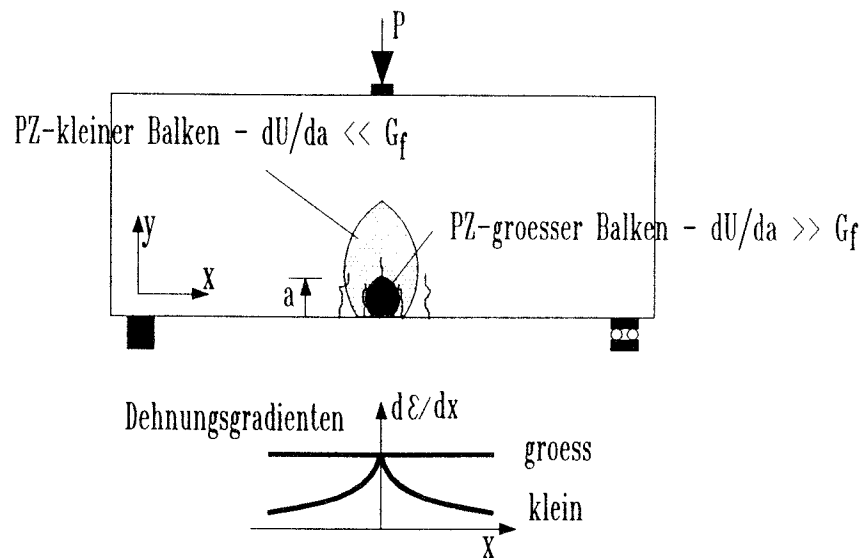


Abb. 7.2.7 Lokalisierung der Dehnungen und zugehörige Größe der Bruchprozeßzone für Balken unterschiedlicher Größe.

Zur Bestätigung der o.g. Ausführungen ist in Abb. 7.2.8 die Größe der Entfestigungszone bei Höchstlast relativ zur Balkenhöhe in Abhängigkeit von der Balkenhöhe aufgetragen. Es ist zu erkennen, daß die bezogene Größe der Entfestigungszone (Schädigungszone) bei kleineren Balken relativ groß ist. So erreicht die Entfestigungszone bei einer Balkenhöhe von $d = 100$ mm ungefähr die Hälfte der Balkenhöhe. Bei einem großen Balken ($d = 3200$ mm) verschwindet im Gegensatz dazu die relative Höhe des Entfestigungsbereiches nahezu. Zweifellos ist daher bei Höchstlast die Größe des Entfestigungsbereiches nicht proportional zur Balkenhöhe.

Um die theoretischen Überlegungen zum Einfluß der Bauteilgröße zu bestätigen, wird die Abhängigkeit des Last-Verschiebungsverhaltens von der Betonbruchenergie ungekerbter Balken untersucht. Dies wird an Balkenhöhen von $d = 100$ mm bzw. 1600 mm durchgeführt. Die Zugfestigkeit wird konstant gehalten während die Bruchenergie des Betons von Null (ideal elastisch-sprödes Material) bis unendlich (ideal elastoplastisches Material) variiert wird. Die berechneten bezogenen Last-Verschiebungskurven für einen kleinen Balken ($d = 100$ mm) und einen großen Balken ($d = 1600$ mm) sind aus den Abbildungen 7.2.9 sowie 7.2.10 ersichtlich. Bei dem kleinen Balken ist der relativ große Einfluß der Bruchenergie G_f auf die Versagenslast ersichtlich. Im Gegensatz dazu ist die Bruchlast des großen Betonbauteils nahezu unabhängig von G_f und - wie zusätzliche Rechnungen zeigen - deutlich abhängig von der Betonzugfestigkeit. Die starke Empfindlichkeit kleiner Balken gegenüber Veränderungen der Betonbruchenergie entspricht einem starken Maßstabseffekt. Andererseits bedeutet die Unempfindlichkeit großer Balken gegenüber einer Veränderung der Bruchenergie, daß die Biegefestigkeit nicht mehr abhängig von der Bauteildicke ist.

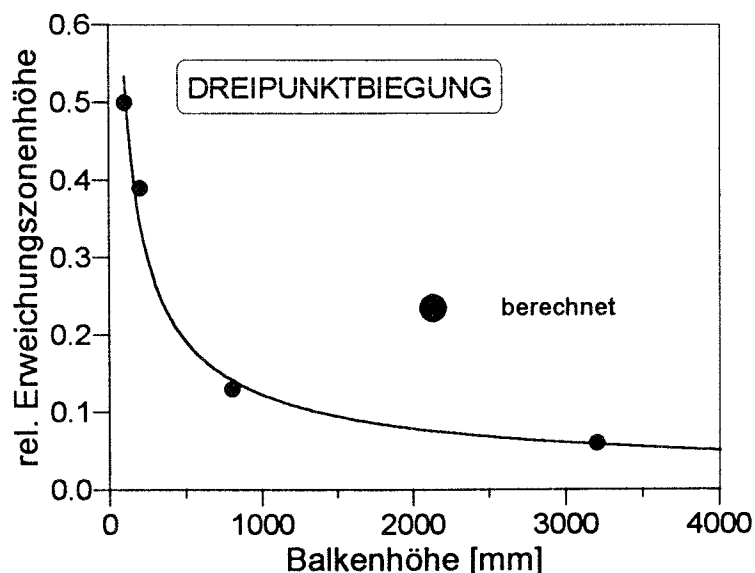


Abb. 7.2.8 Relative Größe der Entfestigungszone bei Bruchlast in Abhängigkeit von der Balkenhöhe.

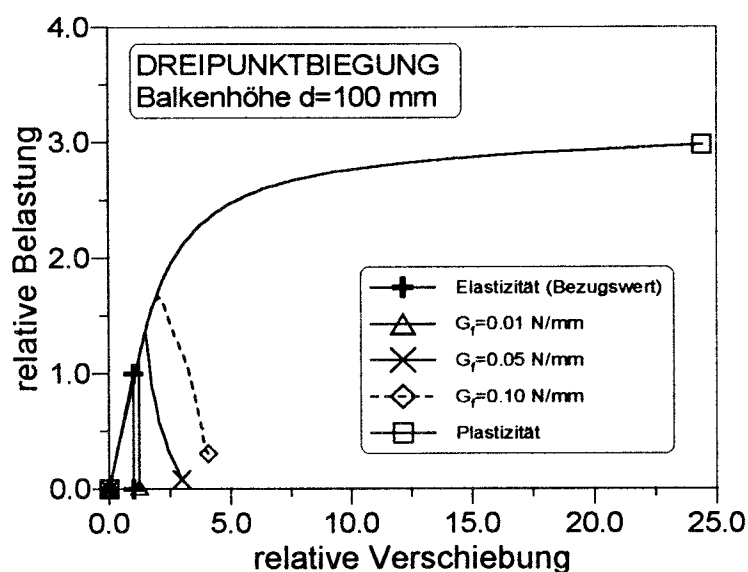


Abb. 7.2.9 Einfluß der Betonbruchenergie auf das Verhalten eines kleinen Betonbalkens ($d= 100$ mm, konstante Zugfestigkeit).

In den Bildern 7.2.9 und 7.2.10 wurden die berechneten Versagenslasten auf die Bruchlast nach der Elastizitätstheorie mit $\sigma_{max} = f_t$ bezogen. Bei vollkommen elastisch-sprödem Material ist die Biegefestigkeit von der Bauteilgröße unabhängig, und die relative Versagenslast entspricht $P_N = 1$ (Festigkeitsgrenze). Falls vollkommen elastoplastisches Material vorliegt, ist die relative Bruchlast ($P_N = 3$) ebenso größenunabhängig, fällt jedoch mit der Plastizitätsgrenze zusammen. Offenbar liegt das Verhalten von Betonbalken zwischen diesen beiden Grenzen.

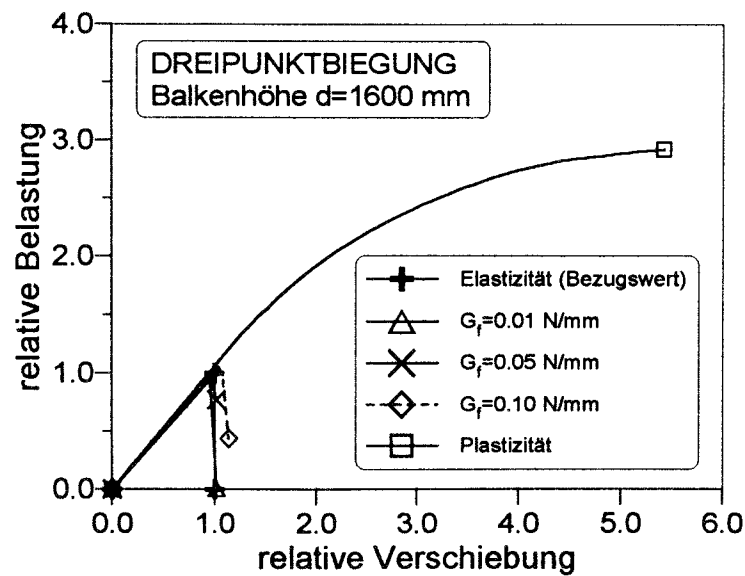


Abb. 7.2.10 Einfluß der Betonbruchenergie auf das Verhalten eines großen Betonbalkens ($d = 1600$ mm, konstante Zugfestigkeit).

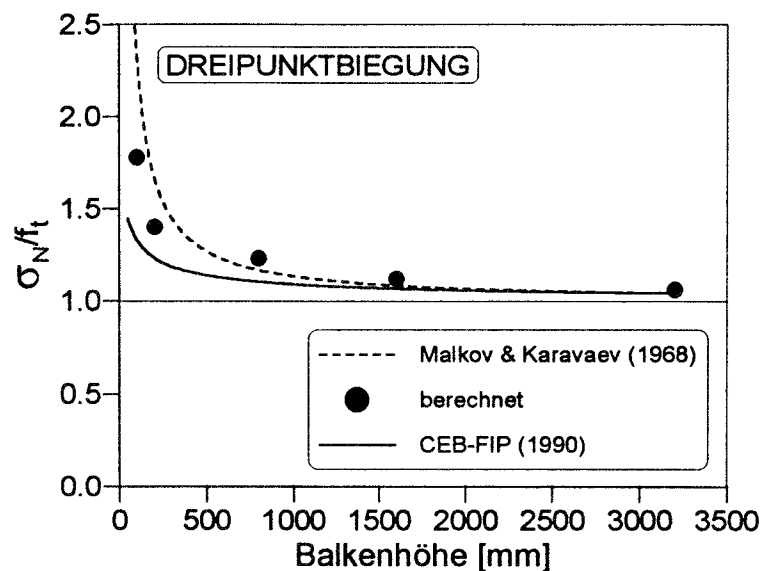


Abb. 7.2.11 Vergleich zwischen Bemessungsformel nach CEB-FIP (MC90) und experimentellen sowie numerischen Ergebnissen.

Zusammenfassend können die Ergebnisse der Bruchanalyse ungekerbter Balken mit unterschiedlicher Größe nach dem Maßstabgesetz (5.1) beschrieben und entsprechend Abb. 5.4 dargestellt werden. Die Bruchlast $P_U = P_{f_t} + P_{G_f}$ besteht danach aus zwei Teilen: P_{f_t} = Lastanteil der Zugfestigkeit und P_{G_f} = Lastanteil der Schädigung (Betonbruchenergie). Bei kleinen Balken ist der Anteil der Schädigung relativ groß, bei größeren Balken existiert kein Lastanteil infolge der Schädigung ($P_U = P_{f_t}$). Kleine Balken, die in der Lage sind, die beim Riß freigesetzte Energie zu verbrauchen, zeigen ein duktileres Verhalten. Sie haben eine höhere Biegefestigkeit und einen relativ starken Maßstabseffekt (Abb. 7.2.9). Im Vergleich

Vergleicht man die berechneten Durchbiegungen bei Höchstlast, bezogen auf die Durchbiegung bei elastischem Verhalten und ungerissem Beton für Balken unterschiedlicher Größe und mit verschiedenen Bewehrungsgraden, ist folgendes zu erkennen (Abb. 7.3.8): (1) Mit zunehmender Balkengröße nimmt die relative Verformung bei Bruchlast im Falle eines konstanten Bewehrungsgrades ab (Abb. 7.3.8a). (2) Bei konstanter Balkenhöhe gehen die Verformungen des Balkens bei Höchstlast mit steigendem Bewehrungsgrad zurück (Abb. 7.3.8b).

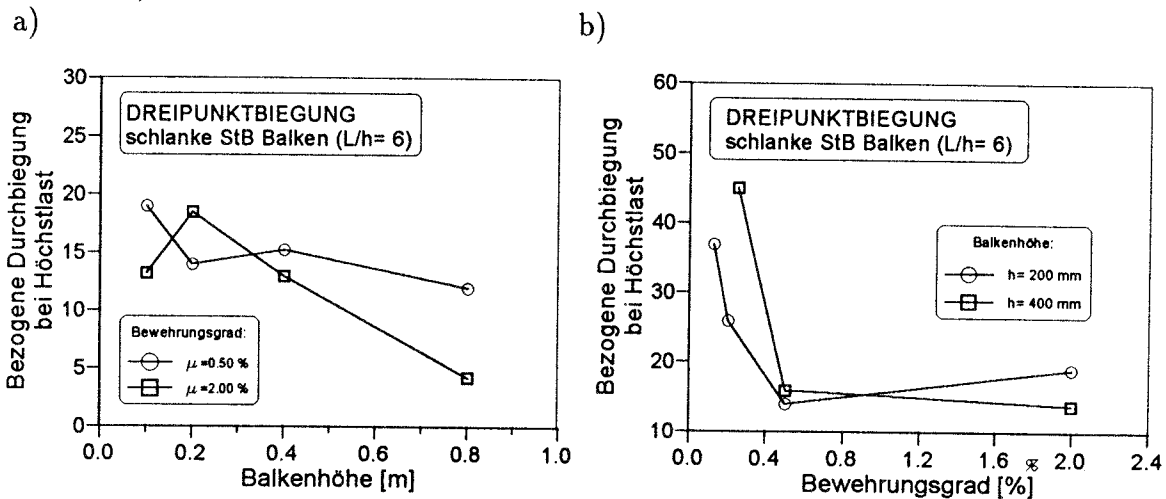


Abb. 7.3.8 Dimensionloses Verformungsvermögen von Balken bei Höchstlast: (a) In Abhängigkeit von der Balkengröße; (b) In Abhängigkeit vom Bewehrungsgrad (Normierung entsprechend Abb. 7.3.6).

Bezüglich der oben besprochenen drei Fälle des typischen Last-Verschiebungsverhaltens, können auch prinzipiell drei unterschiedliche Versagensarten festgestellt werden:

1. Das Versagen erfolgt kurz nachdem das Biegemoment das kritische Moment M_{cr} erreicht. Der erste Biegeriß verläuft von der Biegezug- in die Biegedruckzone und zwar ohne Drehung des Balkenquerschnitts (Versagen bei Rißauslösung). Das Verformungsvermögen hängt von der Balkengröße ab. Bei einem kleinen Balken ist das Verhalten relativ duktil, bei einem großen Balken aber extrem spröde. Das Versagen wird i.a. dadurch hervorgerufen, daß entweder das Energiestabilitätskriterium (große Balken) oder das Spannungsstabilitätskriterium (kleinere Balken) nicht erfüllt ist. Bei Erreichen der Höchstlast (M_{cr}) ist die Zugspannung in der Bewehrung viel geringer als die Fließgrenze des Bewehrungsstahles und die Betondruckspannungen in der Biegedruckzone sind immer kleiner als die einachsige Betondruckfestigkeit. Dieser Spannungszustand stellt sich bei jeder Balkengröße ein, wenn der Bewehrungsgrad das erforderliche Minimum unterschreitet. Das Rißbild bzw. die Hauptdehnungen (symmetrischer Teil) nach der letzten Laststufe sind in Abb. 7.3.9a dargestellt ($h = 800$ mm und $\mu = 0.125\%$).
2. Duktiles Versagen infolge Fließen der Bewehrung. Das Energiestabilitätskriterium ist erfüllt. Die Druckspannungen im Beton sind bei Höchstlast geringer als die einachsige Druckfestigkeit des Betons. Ein typisches Rißbild unmittelbar vor dem Versagen ist in Abb. 7.3.9b gezeigt ($h = 200$ mm, $\mu = 0.125\%$).

3. Die dritte Versagensart (Sprödversagen) ist auf ein Versagen der Betondruckzone oder einen Diagonalschubbruch zurückzuführen. Das Energiestabilitätskriterium ist erfüllt und die Bewehrung kommt normalerweise nicht in den Fließbereich. Kleine stark bewehrte Balken (z.B. $h = 100$ mm und $\mu = 2$ %) versagen durch einen Betondruckbruch in der Biegedruckzone. Große hochbewehrte Balken, z.B. $h \geq 400$ mm und $\mu = 2$ %, versagen durch einen Diagonalschubbruch. Die typischen Versagensarten (Versagen der Betondruckzone oder Diagonalschubbruch) sind der Abb. 7.3.9c,d zu entnehmen.

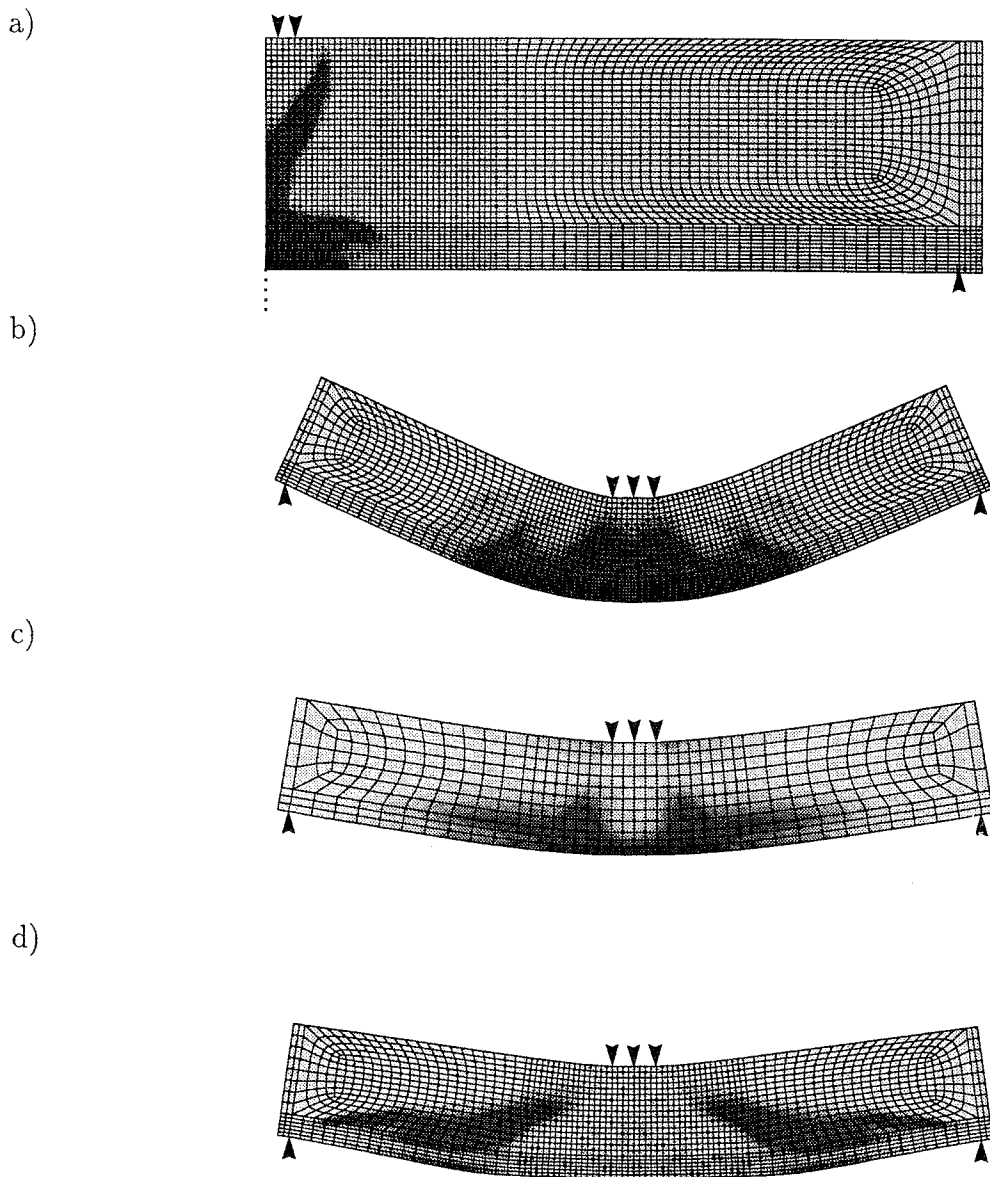


Abb. 7.3.9 Versagensarten bei Höchstlast (Verschiebungsfaktor= 50; Risse entsprechend den maximalen Hauptdehnungen (dunkle Bereiche bedeuten Risse): a) Versagen bei Auslösung der Rißbildung ($h = 800$, $\mu = 0.125$ %); b) Duktiles Versagen ($h = 200$ mm, $\mu = 0.125$ %); c) Betondruckbruch ($h = 100$ mm, $\mu = 2$ %); d) Diagonalschubbruch ($h = 200$ mm, $\mu = 2$ %).

Auf Grund der Komplexität des Versagensmechanismus gibt es neben den drei zuvor erwähnten Hauptversagensarten auch kombinierte Versagensarten. Die Balkengrößen, bei denen kombinierte Versagensarten auftreten, hängen stark von den Material- und den geometrischen Eigenschaften sowie vom Bewehrungsgrad und der Art der Bewehrung ab. Wenn man von konstanten Materialeigenschaften ausgeht, ergeben sich prinzipiell zwei Möglichkeiten: (1) Bei konstanter Balkengröße und einer höheren Bewehrung als der Mindestbewehrungsgrad ist mit zunehmendem Bewehrungsgrad ein Übergang der Versagensart von Typ 2 auf Typ 3 (von duktil zu spröde) zu verzeichnen. (2) Wenn man den Bewehrungsgrad konstant hält, so ändert sich mit zunehmender Balkengröße die Versagensart von Typ 2 oder 3 (je nach Balkengröße) auf Typ 1. Dies bedeutet, daß Stahlbetonbalken ohne Schubbewehrung und mit einer Biegebewehrung, die auf der Balkenunterseite konzentriert ist (wie dies in der vorliegenden Studie vorausgesetzt wird), nur in einem relativ begrenzten Bereich der Größe und des Bewehrungsgrads ein duktileres Verhalten aufweisen. Außerhalb dieses Bereichs ist das Verhalten der Stahlbetonbalken wegen der unterschiedlichen Versagensarten spröde.

Die numerischen Ergebnisse deuten darauf hin, daß größere Balken sowie Balken mit höheren Bewehrungsgraden spröder sind. Die Versuche (Bosco und Carpinteri, 1992; Karihaloo, 1992; Bigaj und Walraven, 1993) sowie die Ingenieurpraxis bestätigen das duktile Verhalten von kleinen Balken mit relativ niedrigem Bewehrungsgrad.

Unter der Voraussetzung, daß die Bewehrung auf der Balkenunterseite konzentriert ist und daß keine konstruktive Bewehrung vorliegt, sind die Begriffe "stark" oder "schwach" bewehrte Balken im Vergleich zur relativen Balkenhöhe zu sehen. So ergibt z.B. bei einer relativ kleinen Balkenhöhe ($h = 100$ mm) eine Bewehrung von $\mu = 1\%$ einen "stark" bewehrten Balken. Bei einer großen Balkenhöhe ($h = 5000$ mm) führt ein Bewehrungsgrad von 1% zu einem "schwach" bewehrten Balken, da diese Bewehrung möglicherweise die erforderliche Mindestbewehrung unterschreitet.

Bei Konzentration der Bewehrung auf den unteren Querschnittsrand ist diese in größeren Balken relativ wirkungslos. Dies ist darauf zurückzuführen, daß die Bewehrung nicht in der Lage ist, die Energie, die aus einem relativ großen Volumen des Balkens in der Nähe der Spitze des ersten Biegerisses freigesetzt wird, wirkungsvoll zu verbrauchen. Um ein stabiles Verhalten mit weniger Bewehrung zu erreichen, sollte sie über eine gewisse Balkenhöhe verteilt werden (vgl. Kapitel 7.3.3.2.2). Diese Verteilungshöhe sollte proportional zur Balkenhöhe sein.

Desweiteren wird das Last-Verschiebungsverhalten und die Versagensart von der Schlankheit des Balkens beeinflusst. Prinzipiell sollten Balken mit einem höheren Schlankheitsgrad ein duktileres Verhalten in einem ausgedehnten Größenbereich zeigen. In der vorliegenden Analyse ist die Schlankheit relativ gering ($L/h = 6$). Infolgedessen ist ein Diagonalschubbruch schon bei relativ niedrigen Bewehrungsgraden zu beobachten.

7.3.3.2 Mindestbewehrung

Die Mindestbewehrung stellt die Biegebewehrungsfläche an der Balkenunterseite dar. Sie muß folgendes gewährleisten: (1) Ein stabiles Verhalten des Balkens, nachdem M_{cr} erreicht ist, d.h. die Last-Verschiebungskurve sollte bei Laststeigerung keinen wesentlichen Abfall zeigen. (2) Das Fließmoment muß annähernd gleich oder größer als das Biegemoment zum Zeitpunkt der Auslösung des ersten Biegerisses sein.

Im folgenden nehmen wir an, daß die Mindestbewehrung auf der Balkenunterseite konzentriert ist und der Balken keine Bügelbewehrung sowie konstruktive Längsbewehrung enthält (extremster Fall, der in der Praxis auftreten kann).

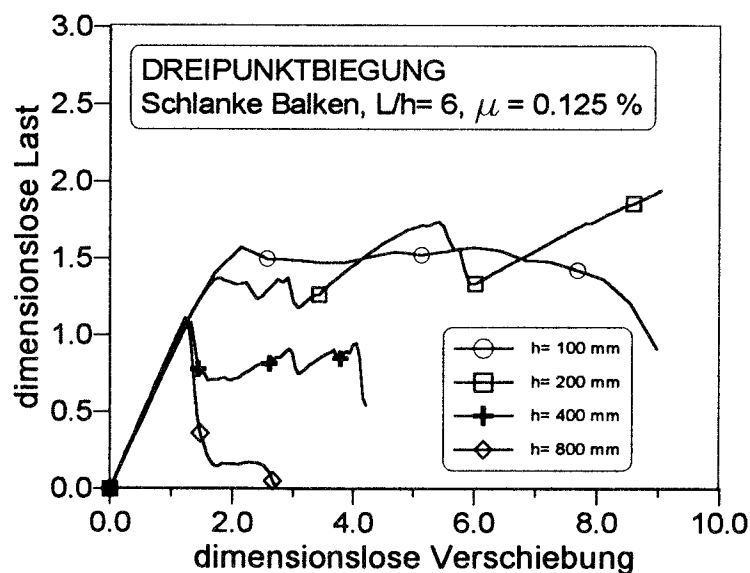


Abb. 7.3.10 Berechnete Last-Verschiebungskurven für verschiedene Balkengrößen und einen konstanten (niedrigen) Bewehrungsgrad ($\mu = 0.125 \%$).

Bei relativ kleinen Balken, $h = 100$ und 200 mm, beträgt der Mindestbewehrungsgrad, nach der numerischen Studie $\mu \approx 0.2 \%$ bzw. 0.125% . Bei Erreichen des Biegemomentes M_{cr} zeigt die Last-Verschiebungskurve dieser Balken ein deutliches horizontales Plateau, die Bewehrung fängt an zu fließen und M_{cr} fällt annähernd mit M_y zusammen (Spannungsstabilitätskriterium, Abb. 7.3.6a,b). Gleichzeitig erfüllen diese Balken das Energiestabilitätskriterium ($(\Delta U / \Delta a)_{cr} < G_R$), da die Geschwindigkeit der Energiefreisetzung im Bauteil im Vergleich zu G_f niedrig ist. Somit sind beide Kriterien, die für ein stabiles Rißwachstum erforderlich sind, erfüllt und ein stabiles Verhalten nach Überschreiten von M_{cr} ist möglich. Für die Balkenhöhe $h = 200$ mm wurde ein im Vergleich zu $h = 100$ mm kleinerer Mindestbewehrungsgrad berechnet. Dies kann dadurch begründet werden, daß bei einem relativ kleinen Balken das Spannungsstabilitätskriterium (Gl. 7.2) wegen des starken Maßstabeffekts auf die Höchstlast den Mindestbewehrungsgrad steuert.

Wenn die Balkengröße bei konstantem Bewehrungsgrad ($\mu = 0.125 \%$) auf $h = 800$ mm zunimmt ist nach Erreichen von M_{cr} deutlich ein instabiles Last-Verschiebungsverhalten zu

erkennen. Um das zu zeigen, sind in Abb. 7.3.10 die normierten Last-Verschiebungskurven für Balkenhöhen von $h = 100$ bis 800 mm mit einem konstanten niedrigen Bewehrungsgrad von $\mu = 0.125$ % dargestellt. Nachdem M_{cr} erreicht ist, kann bei großen Balken die Energie-stabilitätsbedingung ($(\Delta U / \Delta a)_{cr} \leq G_R$) nicht mehr erfüllt werden, bevor die Spannungssta-bilitätsbeziehung ($M_{cr} \leq M_y$) erfüllt ist. Praktisch bedeutet dies, der Balken versagt, bevor die Bewehrung aktiviert werden kann. Der erste Biegeriß verläuft fast ohne Drehung des kritischen Balkenquerschnittes von der Biegezug- in die Biegedruckzone.

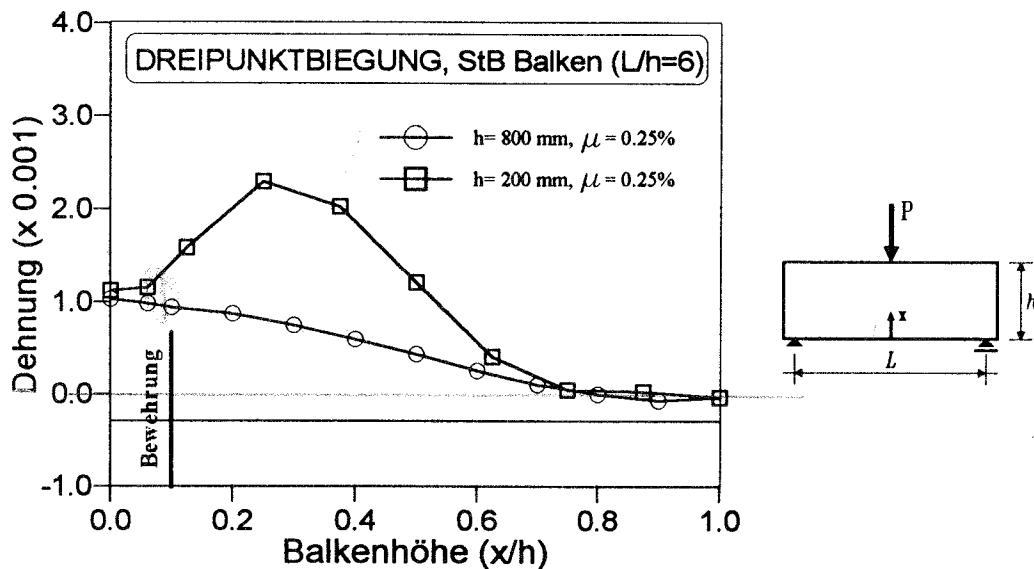


Abb. 7.3.11 Dehnungsverteilung eines Balkenquerschnitts in Feldmitte kurz nach Erreichen von M_{cr} bei einem kleinen Balken ($h = 200$ mm) und bei einem großen Balken ($h = 800$ mm, $\mu = \text{konst.} = 0.25$ %).

Die berechneten Last-Verschiebungsdiagramme zeigen, daß man bei größeren Balken den Bewehrungsgrad erhöhen muß, um ein instabiles Verhalten zu vermeiden. Um nämlich ein stabiles Verhalten mit zunehmender Balkengröße und konstantem Bewehrungsgrad zu gewährleisten, muß nach der Biegebalkentheorie die Verdrehung bei großen Balken gleich sein wie bei kleinen Balken, d.h. die Dehnungsverteilung über den Balkenquerschnitt sollte unabhängig von der Balkengröße sein. Abb. 7.3.11, in der die Dehnungsverteilung über den Balkenquerschnitt in Feldmitte für einen kleinen Balken ($h = 200$ mm, $\mu = 0.25$ %) und für einen großen Balken ($h = 800$ mm, $\mu = 0.25$ %) kurz nach der Bildung des ersten Biegerisses dargestellt ist, zeigt jedoch, daß die Dehnung der Bewehrung bei Rißbildung unabhängig von der Balkenhöhe ist und beim großen Balken der Querschnitt nicht eben bleibt. Im Gegensatz zum großen Balken stimmt die Dehnungsverteilung über den Querschnitt bei dem kleinen Balken mit der Biegetheorie überein. Der verformte Querschnitt bleibt annähernd eben. Das Arbeitsvermögen des Stahls kann effektiv ausgenutzt werden, da der kritische Querschnitt des Balkens sich annähernd proportional zum Rißwachstum dreht.

Leider gibt es gegenwärtig keine systematischen Versuche an größeren Stahlbetonbalken mit verschiedenen Bewehrungsgraden. Bosco und Carpinteri (1992) haben Versuche an Balken, wie sie in der vorliegenden Studie verwendet werden, durchgeführt. Die dimensionlosen Momenten-Rotationsbeziehungen, die bei den Versuchen mit Balken mit $h = 100, 200$ und

400 mm sowie mit μ_{min} , berechnet nach Gl. (7.2) gemessen wurden, sind in Abb. 7.3.12 dargestellt. Sie zeigt, daß bei einer Zunahme der Balkenhöhe von $h = 100$ mm (Fall A mit $\mu_{min} = 0.256$ %) auf $h = 400$ mm (Fall C mit $\mu_{min} = 0.128$ %) das Verhalten des Balkens bereichsweise instabiler wird. D.h. schon bei einem relativ kleinen Balken ist, nachdem M_{cr} erreicht wurde, eine Abnahme des Momentes um ungefähr 20 % zu verzeichnen. Danach ist ein stabiles Verhalten durch Aktivierung der Bewehrung zu beobachten. Da in der Praxis normalerweise die Last "gesteuert" wird, bedeutet der Lastabfall nach dem Erreichen von M_{cr} ein Sprödversagen bei Auslösung der Rißbildung. Dies bestätigt, daß Gl. (7.2) kein ausreichendes Kriterium zur Bestimmung des Mindestbewehrungsgrades ist. Um dies jedoch genauer zu beweisen, sind weitere Versuche erforderlich.

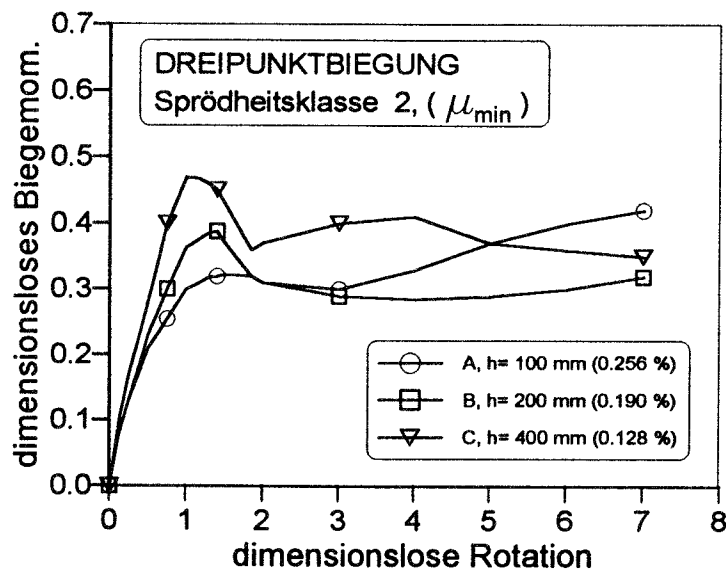


Abb. 7.3.12 Dimensionlose Biegemomenten-Rotationsbeziehungen für Balkenhöhen von $h = 100, 200$ und 400 mm, bei Versuchen von Carpinteri und Bosco (1992) an Balken mit $\mu = \mu_{min}$, berechnet nach (7.2), gemessen.

In der Praxis sind Balken außer mit einer Hauptbewehrung in der Regel zusätzlich mit einer konstruktiven Bewehrung bewehrt. Um die Bedeutung und die Leistungsfähigkeit der konstruktiven Bewehrung im Hinblick auf die erforderliche Mindestbewehrung bei größeren Balken zu zeigen, werden Untersuchungen an Balken mit einer Balkenhöhe $h = 1600$ mm und $\mu = 0.14\%$ (Mindestbewehrungsgrad nach den CEB-FIP-Empfehlungen) sowohl mit als auch ohne konstruktive Bewehrung durchgeführt. Der Umfang der konstruktiven Mindestbewehrung wird mit 0.1% der Gesamtquerschnittsfläche des Balkens, verteilt über die untere Hälfte der Balkenhöhe, angesetzt. Sie wird in horizontaler und vertikaler Richtung so modelliert (verschmierter Ansatz), daß sich die Streckgrenze entsprechend der Biegebewehrung ($\sigma_y = 420$ MPa) einstellt. Die berechneten Last-Verschiebungskurven der Balken mit und ohne konstruktive Bewehrung sind aus Abb. 7.3.13 ersichtlich. Es ist zu erkennen, daß eine Mindestbiegebewehrung von 0.14% in Verbindung mit einer konstruktiven Bewehrung ein stabiles Tragverhalten gewährleistet. Dagegen verhält sich der Balken mit einem Bewehrungsgrad von 0.14% ohne konstruktive Bewehrung spröde. Der Gesamtumfang der Mindestbewehrung, $\mu_{min} = \mu_{Bieg.} + \mu_{konst.} = 0.14 + 0.1 = 0.24\%$, entspricht ungefähr der Hälfte dessen, was man benötigen würde, wenn keine konstruktive Bewehrung vorliegt.

Offensichtlich trägt in großen Balken die konstruktive Bewehrung wirkungsvoll zur Stabilität des Tragverhaltens bei. Dies ist auf die Tatsache zurückzuführen, daß die Schädigung infolge der Rißbildung über ein größeres Betonvolumen verteilt wird. Dadurch ist der Verbrauch der im Bauteil durch Rißbildung freigesetzten Energie möglich. Demgegenüber ist die konstruktive Bewehrung in kleineren Balken weniger bedeutend. Denn hier ist die Energiefreisetzungsgeschwindigkeit viel niedriger und die Rißbildung generell stabiler. Aus diesem Ergebnis ist abzulesen, daß die konstruktive Mindestbewehrung eine Funktion der Balkenhöhe sein muß.

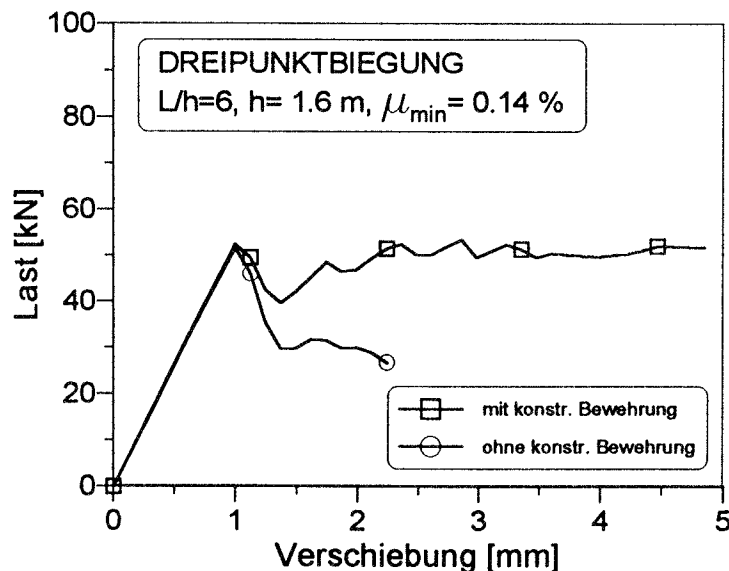


Abb. 7.3.13 Berechnete Last-Verschiebungsbeziehungen für große Stahlbetonbalken ($h=1600$ mm) mit $\mu_{\min}=0.14\%$ (Mindest-Biegebewehrung), mit und ohne konstruktiver Bewehrung.

Der Mindestbewehrungsgrad für Stahlbetonbalken mit und ohne konstruktiver Bewehrung ergibt sich anhand der numerischen Studie als eine Funktion der Balkenhöhe. Nach Abb. 7.3.14, nimmt er bei Balken ohne konstruktive Bewehrung etwa proportional zu $\sqrt{d}$ von 0.125% ($h=200$ mm) auf annähernd 0.5% ($h=1600$ mm) zu. Verdoppelt man die Balkenhöhe, erhöht sich der Mindestbewehrungsgrad um etwa 40% . Dieses Ergebnis wird qualitativ auch durch das Jenq-Shah-Modell für Einzelrisse (Jenq and Shah, 1989), das auf der LEBM basiert, bestätigt. Nach diesem Modell ist bei beginnender Biegerißbildung der Beitrag der Bewehrung zur Bruchlast proportional zur Wurzel des Verhältnisses zwischen dem Bewehrungsgrad und der Balkenhöhe. Dies bedeutet, daß der Bewehrungsgrad proportional zur Quadratwurzel der Balkenhöhe ansteigen muß, um einen konstanten Anteil der Bruchlast aufzunehmen und ein Versagen bei Auslösung der Rißbildung zu verhindern. Demgegenüber ist die Mindestbewehrung für Balken mit der angenommenen konstruktiven Bewehrung praktisch unabhängig von der Balkengröße.

Weiterhin werden in Abb. 7.3.14 die Berechnungsergebnisse mit der von Carpinteri (1981) vorgeschlagenen Gleichung, die auf dem Spannungsstabilitätskriterium (Gl. 7.2) beruht, verglichen. Außerdem sind die Bestimmungen der Bemessungsvorschriften ACI-318 (1989) und CEB-FIP (1990) dargestellt. In einem begrenzten Größenbereich (bis zu ungefähr $h=500$

mm) zeigen die Bemessungsformeln eine gute Übereinstimmung mit den Rechenergebnissen für Balken ohne konstruktive Bewehrung. Balken mit konstruktiver Bewehrung benötigen im gesamten Größenbereich eine Mindestbewehrung nach der CEB-FIP Richtlinie. Die konstruktive Mindestbewehrung sollte in der Vorschrift als eine Funktion der Balkenhöhe definiert werden.

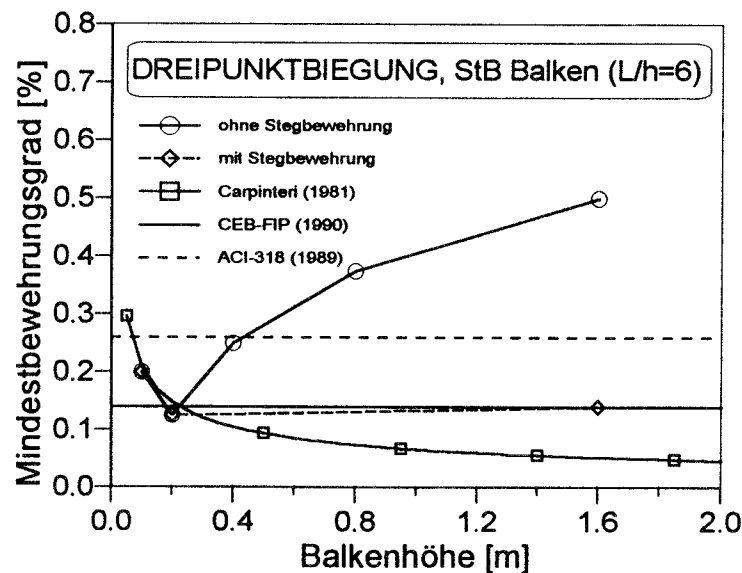


Abb. 7.3.14 Berechneter Mindestbewehrungsgrad in Abhängigkeit der Balkenhöhe, entsprechend der numerischen Studie, verglichen mit CEB-FIP-Formeln ($\mu_{min} = 0.14\%$), ACI-318 ($\mu_{min} = 0.26\%$) und der von Carpinteri (1981) vorgeschlagenen Formel.

Die Ergebnisse der Untersuchung zeigen deutlich eine Diskrepanz zu den theoretischen Vorhersagen, die man erhält, wenn man nur das Spannungsstabilitätskriterium (Gl. 7.2) einhält und die Bedingung der Energiestabilität (Gl. 7.4) nicht beachtet.

7.3.3.2.3 Anteil der Betonzugfestigkeit an der Höchstlast

Zur Darstellung des Beitrages des Betons an der Höchstlast ist in Abb. 7.3.15 das Biegemoment bei Höchstlast (bezogen auf das Fließmoment M_Y der Bewehrung) über der Balkenhöhe aufgetragen. Hierbei wurden Balken mit relativ niedrigen Bewehrungsgraden ($\mu = 0.25 - 0.375\%$), die ein duktiles Verhalten besitzen, zugrunde gelegt. Das Biegebruchmoment M_Y ermittelt sich nach folgender Gleichung:

$$M_Y = \sigma_y A_s (0.9d) \quad (7.5)$$

mit σ_y = Fließgrenze des Stahles und A_s = Querschnittsfläche des Stahles.

Aus Abb. 7.3.15 ist ersichtlich, daß das auf das Fließmoment M_Y bezogene Bruchmoment bei kleinen Balken ($h \approx 200$ mm) etwa doppelt so groß ist wie bei großen Balken. Dies ist auf die Mitwirkung des Betons auf Zug in der Betonzugzone zurückzuführen. Bei kleinen Balken mit einem niedrigen Bewehrungsgrad ist dieser Beitrag nämlich im Vergleich zum Beitrag der Bewehrung relativ groß.

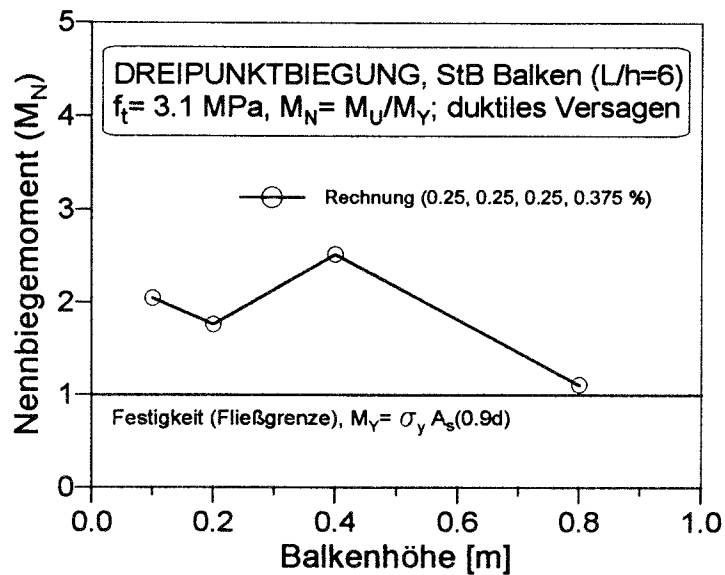


Abb. 7.3.15 Berechnete Nennbiegemomente für Balken mit einem niedrigen Bewehrungsgrad, die auf duktile Weise versagen, in Abhängigkeit der Balkenhöhe.

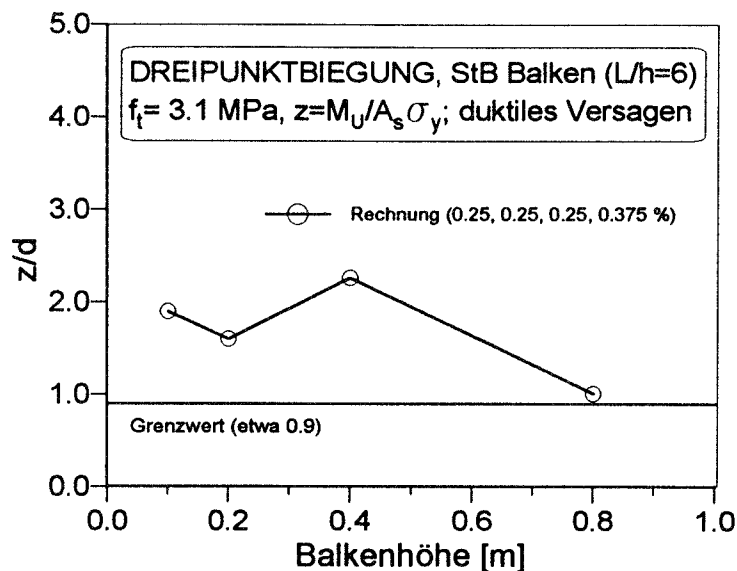


Abb. 7.3.16 Hebelarm der Schnittkräfte, berechnet nach Gl. (7.6) für Balken mit einem niedrigen Bewehrungsgrad (duktiler Versagen).

In Abb. 7.3.16 ist der Hebelarm der inneren Kräfte in Abhängigkeit von der Balkengröße aufgetragen. Der Hebelarm der inneren Kräfte ist nach folgender Formel berechnet:

$$z = M_U / (\sigma_Y A_s) \quad (7.6)$$

Die Gl. (7.6) berücksichtigt nur die Bewehrung bei der Lastaufnahme. Wie aus Abb. 7.3.16 zu erkennen ist, ist der berechnete Hebelarm bei kleinen Balken wesentlich größer als die Balkenhöhe, was nicht möglich ist. Dies beweist den bedeutenden Beitrag des Betons zur

Die Balken werden im linken und im rechten Drittel der Spannweite mit Bügeln ($\phi 10/100$ mm) bewehrt, um einen Diagonalschubbruch zu vermeiden (Abb. 7.3.18a). Alternativ dazu sind die Balken im mittleren Drittel der Spannweite zusätzlich mit einer vertikalen und horizontalen konstruktiven Bewehrung (ungefähr 8% der Biegebewehrung) versehen (Abb. 7.3.18b). Es wird davon ausgegangen, daß diese Bewehrung in vertikaler und horizontaler Richtung ideal elastisch-plastisch ist ($\sigma_y = 420$ MPa). Die Bügel sowie die konstruktive Bewehrung werden verschmiert modelliert. Die Materialeigenschaften und die Geometrie der Balken entsprechen denen der obigen Studie "Stahlbetonbalken ohne Schubbewehrung".

7.3.3.3.1 Duktiles Versagen – Versagen der Bewehrung

In Abb. 7.3.19 sind die berechneten Last-Verschiebungskurven für Balken ($\mu = 2\%$) des Typs 1 im gesamten Größenbereich ($h = 100 - 1600$ mm) und für einen Balken des Typs 2 ($h = 1600$ mm) dargestellt. Bei kleineren Balken des Typs 2 ($h = 100$ bis 800 mm) sind die Last-Verschiebungskurven nämlich praktisch gleich denen des Typs 1. Die Last-Verschiebungskurven wurden mit der Last sowie der Verschiebung normiert, die man nach der Elastizitätstheorie (Biegebalkentheorie) mit $\sigma_{max} = f_t$ erhält.

Die Balken des Typs 2 ($\mu = 2\%$ und $h = 100 - 1600$ mm) versagen infolge Fließen bzw. Reißen der Bewehrung. Diese Versagensart ist bei Balken des Typs 1 nur für Balkenhöhen $h \leq 400$ mm, zu beobachten. Die Last-Verschiebungskurve ist relativ duktil. Der große Balken des Typs 1 ($h = 1600$ mm) zeigt jedoch Sprödiversagen bevor die Bewehrung aktiviert wird. Dies wird durch das schlagartige Weiterlaufen des Biegerisses von der Biegezug- in die Biegedruckzone des Balkens verursacht. Der Balken des Typs 1 mit $h = 800$ mm versagt kurz nach Erreichen der Streckgrenze der Bewehrung. Das Verformungsvermögen ist im Vergleich zu den kleineren Balken des Typs 1 bzw. Balken des Typs 2 wesentlich geringer.

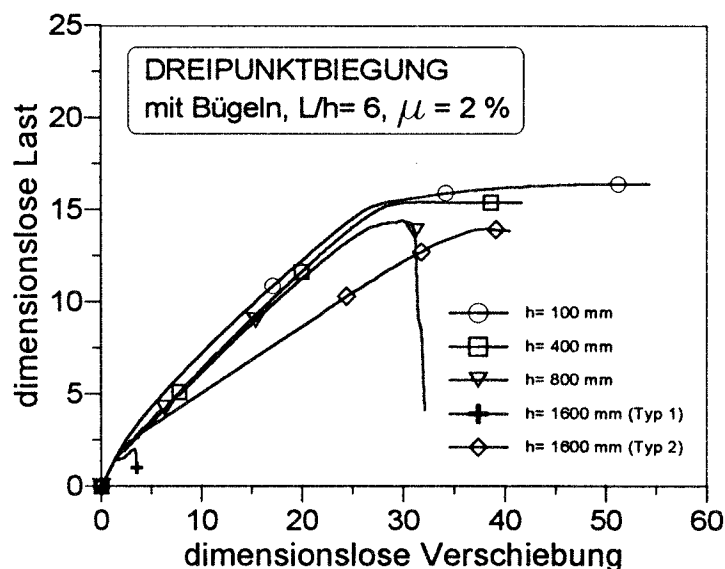


Abb. 7.3.19 Dimensionslose Last-Verschiebungskurven (Bezugswerte = elastische Last und zugehörige Verschiebung bei $\sigma = f_t$ an der Balkenunterseite) für Balken mit $h = 100$ bis 1600 mm und $\mu = 2\%$.

Die obigen Ergebnisse zeigen deutlich die Bedeutung einer konstruktiven Bewehrung für große Balken. Für das Sprödversagen der Balken des Typs 1 (keine konstruktive Bewehrung im mittleren Drittel des Balkens), mit einer Balkenhöhe $h > 800$ mm können zwei Gründe angegeben werden:

1. Auf Grund des relativ hohen Bewehrungsgrades ist die Zugkraft in der Bewehrung groß. Nach dem Auftreten des Biegerisses benötigt die Zugkraft daher eine relativ große Verankerungslänge, da das Volumen der Verankerungszone nicht proportional zur Balkengröße zunimmt.
2. Die Energiefreisetzungsgeschwindigkeit in großen Balken übersteigt bei weitem das Verbrauchsvermögen des Betons. Deshalb breitet sich der Biegeriß, der zur Aktivierung der Biegebewehrung bezüglich der Balkenhöhe relativ stärker wachsen muß, auf instabile Weise aus.

Wenn es daher in einem großen Stahlbetonbalken keine konstruktive Bewehrung gibt, die das Wachstum der Biegerisse stabilisiert, so ist Sprödversagen des Balkens die Folge. Abb. 7.3.20 zeigt das typische Rißbild für einen Balken Typ 1, $h = 1600$ mm bei Höchstlast. Der Biegeriß erstreckt sich weit in die Balkenhöhe.

Wie schon im Kapitel "Mindestbewehrung" erwähnt, trägt die konstruktive Bewehrung in großen Balken dazu bei, die Schädigung in ein großes Betonvolumen zu verteilen. Deshalb nehmen das Energieverbrauchsvermögen des Betons sowie die Duktilität des Balkens zu. Dies ermöglicht die vollständige Aktivierung der Biegebewehrung. Aus Energiegründen ist in kleineren Balken ($h \leq 800$ mm) die konstruktive Bewehrung weniger bedeutend als in größeren Balken. Daher ist i.a. die Schubbewehrung in der Nähe der Auflager ausreichend. Die Studie zeigt, daß bei einer Balkenhöhe von $h = 1600$ mm der in der Praxis übliche Umfang der konstruktiven Bewehrung (8% der Biegebewehrung) ein duktileres Verhalten gewährleistet.

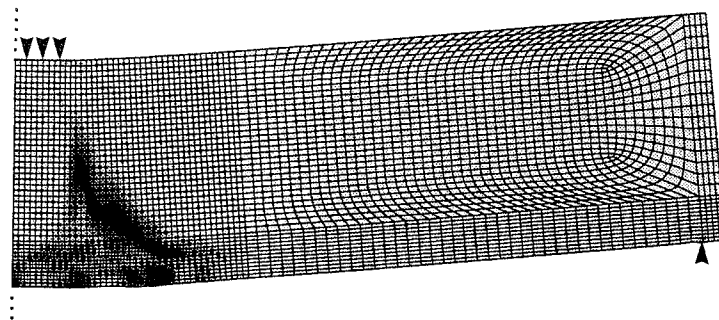


Abb. 7.3.20 Typisches Rißbild entsprechend den Hauptdehnungen in einem Stahlbetonbiegebalken ($h = 1600$ mm, $\mu = 2$ %) ohne konstruktive Bewehrung in der Mitte des Balkens.

In Abb. 7.3.21 ist das Nennbiegemoment (Bruchmoment M_U bezogen auf das Fließmoment M_Y) in Abhängigkeit von der Balkengröße für Balken der Typen 1 und 2 graphisch dargestellt (duktiler Versagen). Daraus ist zu erkennen, daß im Gegensatz zu Stahlbetonbalken mit einem relativ niedrigen Bewehrungsgrad, die auf duktile Weise versagen (siehe Abb. 7.3.15), der Einfluß der Bauteilgröße auf das Nennbiegemoment bei relativ stark bewehrten Balken

nicht signifikant ist. Bei Verdoppelung der Balkenhöhe von $h=400$ auf $h=800$ mm nimmt die Nennfestigkeit lediglich um etwa 5% ab. Der relativ geringe Maßstabseffekt kann dadurch erklärt werden, daß der Beitrag der Zugfestigkeit des Betons zur Höchstlast im Vergleich zum Anteil der Bewehrung bei stark bewehrten Balken relativ klein ist. Das Biegemoment bei der Höchstlast nähert sich mit ansteigender Balkenhöhe dem theoretischen Wert M_Y nach Gleichung (7.5).

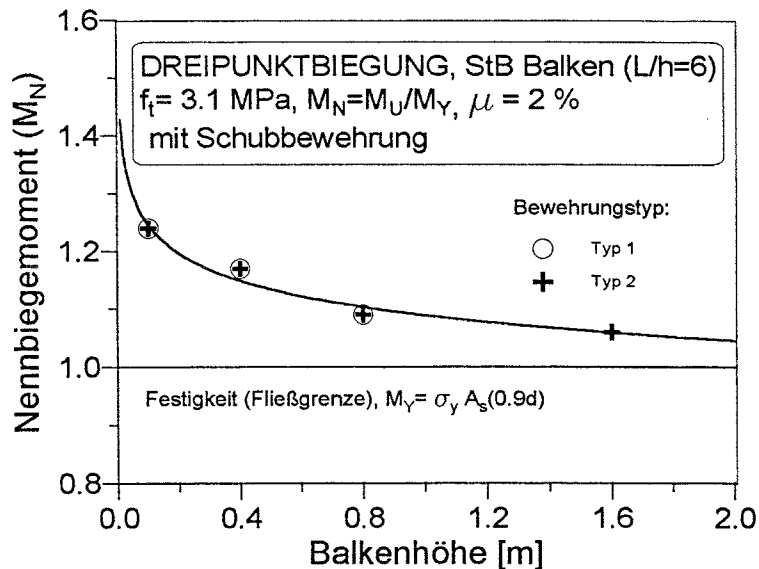


Abb. 7.3.21 Beziehung zwischen dem Nennbiegemoment und der Balkenhöhe bei Balken, die auf duktile Weise (Fließen der Bewehrung) versagen ($h=100$ bis 1600 mm; $\mu=2\%$).

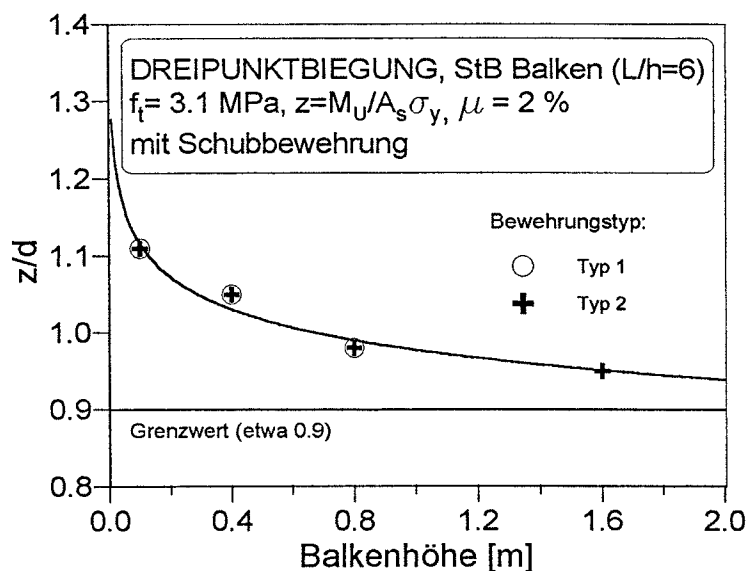


Abb. 7.3.22 Bezogener innerer Hebelarm der Schnittkräfte bei Höchstlast für Balken, die infolge Fließens der Bewehrung versagen ($h=100$ bis 1600 mm; $\mu=2\%$).

Abb. 7.3.22 zeigt die Abhängigkeit des nach Gleichung (7.6) berechneten inneren Hebelarmes bei Höchstlast von der Balkenhöhe. Bei kleineren Balken ist er größer als der Näherungswert $z \approx 0.9d$, der den Beitrag des Betons zur Bruchlast vernachlässigt.

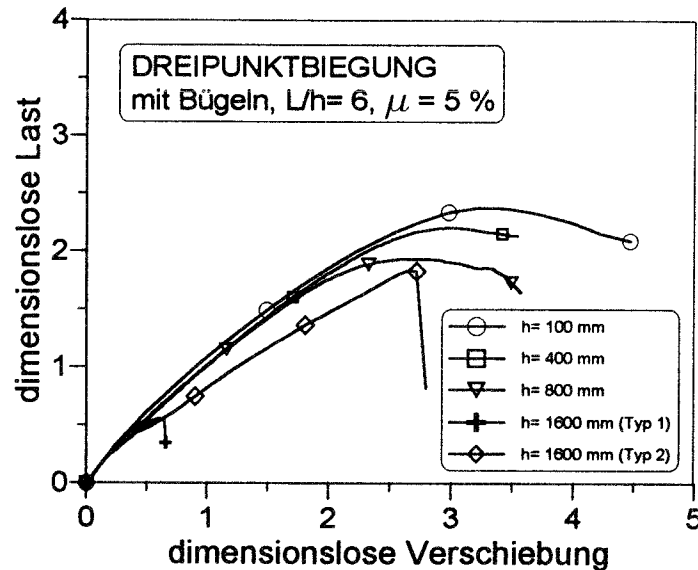


Abb. 7.3.23 Berechnete dimensionlose Last-Verschiebungsbeziehungen (Bezugswerte = elastische Last und zugehörige Verschiebung bei $\sigma_{max} = f_t$ an der Balkenunterseite) für Balken mit $h = 100$ bis 1600 mm und $\mu = 5\%$.

7.3.3.3.2 Sprödes Versagen – Bruch der Betondruckzone

Die berechneten Last-Verschiebungskurven für überbewehrte Balken ($\mu = 5\%$; ansonsten gleiche Bedingungen wie bei $\mu = 2\%$), normiert nach Abschnitt 7.3.3.3.1, sind in Abb. 7.3.23 dargestellt. Die Balken mit $\mu = 5\%$ versagen i.a. durch Bruch der Betondruckzone. Mit wachsender Balkenhöhe wird das Verhalten zunehmend spröder. Nur der Balken des Typs 1 mit $h = 1600$ mm versagt nach Auftreten von Biegerissen.

Wie man aus Abb. 7.3.23 erkennt, nimmt bei Balken, die infolge des Bruches der Betondruckzone versagen, die Last nach Erreichen der Druckfestigkeit des Betons in der oberen Balkenzone relativ schnell ab und die Verschiebung wächst. Der große Balken des Typs 1 ($h = 1600$ mm) versagt spröde entsprechend der Bruchmechanik. Der Biegeriß verläuft schlagartig bis in die Druckzone des Balkens. Die Gründe für dieses Verhalten sowie die Bedeutung der konstruktiven Bewehrung sind mit denen von Balken mit einem Bewehrungsgrad von $\mu = 2\%$ identisch.

In Abb. 7.3.24 ist das berechnete Höchstbiegemoment, normiert auf das größenunabhängige Biegebruchmoment M_C nach Gleichung (7.7), gegenüber der Balkenhöhe aufgetragen. Das größenunabhängige Festigkeits- (Druck-) Grenzbiegemoment beträgt nach dem CEB-FIP-Model Code (1990):

$$M_C = 0.294bh^2f_c \quad (7.7)$$

Wie aus Abb. 7.3.24 zu sehen ist, nähern sich die berechneten Biegebruchmomente bei großen Balken asymptotisch dem Grenzwert nach Gl. (7.7). Der Maßstabeffekt auf das Nennbiegemoment ist zwar vorhanden, allerdings nur in geringem Umfang. So nimmt z.B. das Nennbiegemoment nur um ca. 30% ab, wenn die Balkenhöhe von $h = 100$ auf 1600 mm zunimmt. Der Grund für den geringen Einfluß der Bauteilgröße besteht in der relativ zur Balkenhöhe kleinen Zugzone und der geringen Lokalisierung der Zugdehnungen an der Bal-

kenunterseite, die durch den hohen Bewehrungsgrad verhindert wird. Gleichzeitig existiert nur eine schwache Lokalisierung der Dehnungen in der Balkendruckzone. Die Dehnungsverteilung über die Balkenhöhe ist ungefähr linear. D.h. die klassische Biegebalkentheorie (Bernoulli-Hypothese) gilt ungefähr.

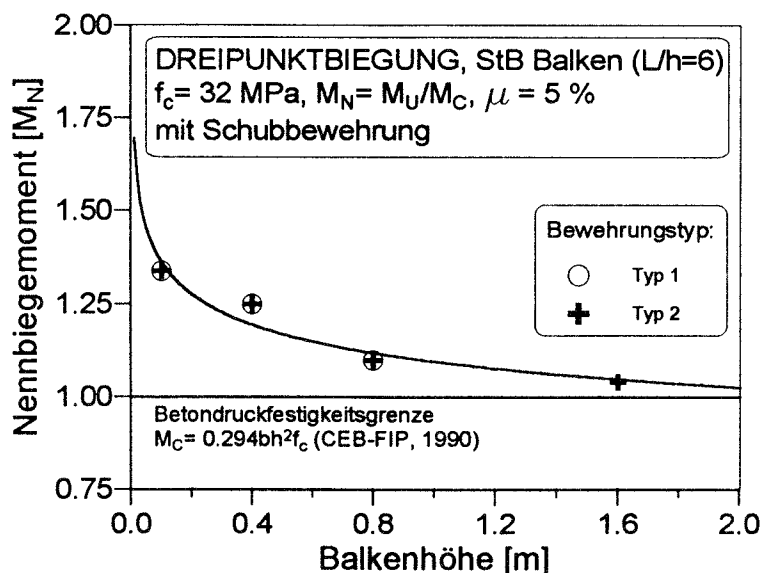


Abb. 7.3.24 Beziehung zwischen Nennbiegemoment und Balkenhöhe bei Balken, die aufgrund eines Bruchs der Betondruckzone versagen ($h = 100$ bis 800 mm mit $\mu = 5\%$).

Dies wird auch aus Abb. 7.3.25 ersichtlich, in der die Verteilung der Dehnungen und Spannungen über den Querschnitt in Feldmitte bei Höchstlast für einen kleinen Balken ($h = 100 \text{ mm}$) und einen größeren Balken ($h = 800 \text{ mm}$) dargestellt ist. Die Druckzonengröße sowie die maximalen Druckspannungen sind annähernd gleich groß und damit fast größenunabhängig. Der Maßstabeffekt wird in den Vorschriften (CEB-FIP Modelcode, 1990) vernachlässigt. Dies liegt nach den Rechenergebnissen auf der sicheren Seite.

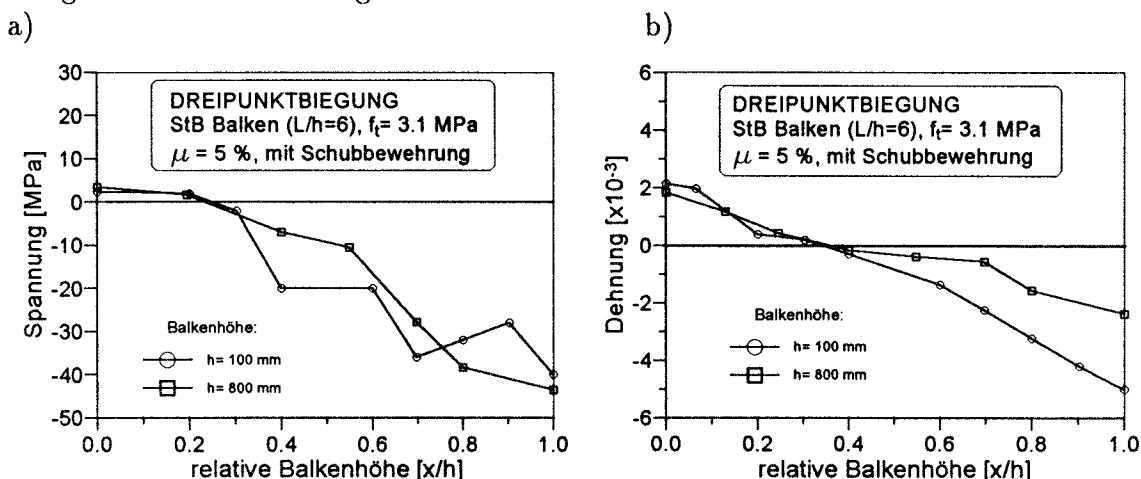


Abb. 7.3.25 Verteilung der: a) Spannungen und b) Dehnungen über den Querschnitt in Feldmitte bei Höchstlast für einen kleinen Balken ($h = 100 \text{ mm}$) und einen großen Balken ($h = 800$) mm mit $\mu = 5\%$.

7.3.3.4 Diskussion der numerischen Ergebnisse

Zusammenfassend kann bezüglich der Ergebnisse der vorliegenden numerischen Studie folgendes festgestellt werden.

Das prinzipielle Verhalten und die Versagensart von Stahlbetonbalken, die durch eine mittige Einzellast beansprucht sind, wird sowohl von der Balkengröße als auch vom Bewehrungsgrad stark beeinflusst. Dabei wird von konstanten Materialparametern und geometrischer Ähnlichkeit ausgegangen. In Abb. 7.3.26 ist schematisch die Beziehung zwischen dem Bewehrungsgrad, der für ein stabiles Balkenverhalten erforderlich ist, in Abhängigkeit von der Balkengröße dargestellt. Die Abbildung zeigt zwei Kurvenscharen. Die erste Schar ergibt sich aus dem klassischen Spannungsstabilitätskriterium, die in Gl. (7.2) bzw. Gl. (7.7) definiert sind. Die zweite Kurvenschar definiert dieselben Grenzen, allerdings auf der Grundlage des Energiekriteriums (vgl. Gl. (7.4)).

Die Kurven, die aufgrund der Spannungsstabilitätskriterien ermittelt werden, nähern sich für $d \rightarrow \infty$ einem konstanten Wert. Wenn man die Versagensart "Diagonalschubbruch" ausschließt, können zwei Kurven angegeben werden: (1) Eine untere Kurve, die die Mindestbewehrung für stabiles und duktiles Verhalten steuert (Gl. 7.2), und eine obere Linie, die die Grenze zwischen duktilem und sprödem Versagen (Betondruckbruch) festlegt (Gl. 7.7).

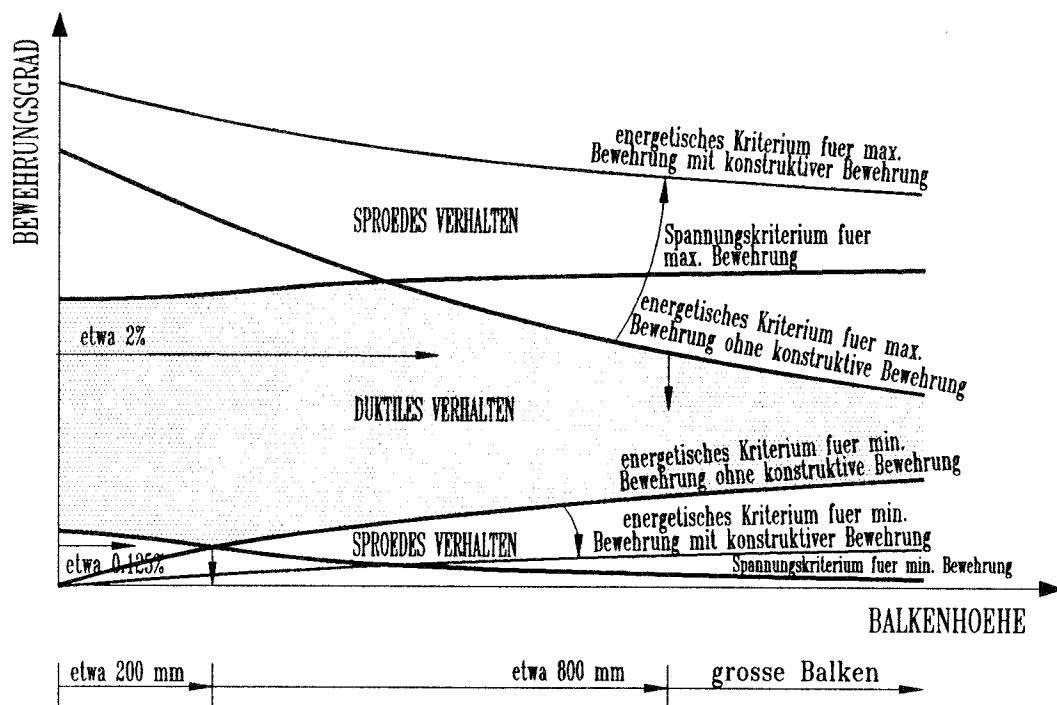


Abb. 7.3.26 Verschiedene Versagensbereiche, dargestellt in Abhängigkeit vom Bewehrungsgrad und von der Balkenhöhe.

Für die zweite Kurvenschar, die das Energiekriterium darstellt, kann ebenfalls eine Ober- und eine Untergrenze definiert werden. Die untere Grenzkurve regelt die Anforderungen an die Mindestbewehrung und gewährleistet ein stabiles Bauteilverhalten (vgl. Gl. 7.4). Die Berechnungen haben gezeigt, daß für Balken ohne konstruktive Bewehrung diese Grenze annähernd als Quadratwurzelfunktion der Balkenhöhe darzustellen ist. Die obere Kurve

legt den höchsten Bewehrungsgrad, der für duktilen Balkenverhalten noch zulässig ist, fest. Beide Kurven hängen stark von der Verteilung der Biegebewehrung sowie von der Menge, der Verteilung und der Art der konstruktiven Bewehrung ab. Wird keine konstruktive Bewehrung eingelegt, gibt es ab einer kritischen Balkengröße keinen Biegebewehrungsgrad, der ein duktilen Versagen gewährleisten kann. Prinzipiell hängt diese kritische Größe von den Materialeigenschaften und der Balkengeometrie ab. Für die vorliegende Geometrie und die verwendeten Materialeigenschaften weisen Balken die kleiner als ungefähr 800 mm sind, bei einem Bewehrungsgrad $\mu \leq 2\%$ immer ein duktilen Verhalten auf (vorausgesetzt, daß ein Diagonalschubbruch durch Schubbewehrung vermindert wird). Für Balken mit $h \geq 800$ mm ist zur Erzielung eines duktilen Verhaltens eine über die Balkenhöhe verteilte konstruktive Bewehrung erforderlich. Wenn diese konstruktive Bewehrung fehlt, ist bei großen Balken ($h > \approx 1600$ mm) unabhängig von der Menge der eingelegten Bewehrung ein spröder Bruch nach Auftreten von Biegerissen zu befürchten.

Vom bruchmechanischen Standpunkt aus können je nach Versagensart Stahlbetonbalken entsprechend Bauteilen mit positiver bzw. mit negativer Geometrie unterschieden werden. Wenn man nur eine Versagensart berücksichtigt (Auslösung der Rißbildung, duktilen Versagen infolge des Fließens der Bewehrung, Versagen der Betondruckzone), wirken die Balken als Bauteile mit positiver Geometrie. Daher wird nur in einem begrenzten Größenbereich ein Maßstabeffekt auf die Biegefestigkeit beobachtet. Dieser Maßstabeffekt wird in bestehenden Vorschriften vernachlässigt. Dies liegt nach den Untersuchungen auf der sicheren Seite.

7.3.4 Schlußfolgerungen

1. Der Versagensmechanismus von Stahlbetonbalken ohne Schubbewehrung, die durch Dreipunktbiegung belastet sind, hängt sowohl von der Balkengröße als auch vom Bewehrungsgrad ab. Er variiert zwischen einem spröden Versagen (Betondruckbruch) bei überbewehrten Balken und einem Spröbruch bei Auslösung der Rißbildung (unterbewehrte Balken). Dazwischen zeigt der Versagensmechanismus einen Übergang, wobei entweder ein Diagonalschubbruch (keine Schubbewehrung) oder ein duktilen Versagen aufgrund des Fließens der Bewehrung auftreten kann.
2. Die Berechnungsergebnisse zeigen, daß der Mindestbewehrungsgrad für Balken ohne konstruktive Stegbewehrung mit ansteigender Balkengröße etwa proportional zu $\sqrt{d}$ zunimmt. Dies erscheint vernünftig, da große Balken ein spröderes Verhalten zeigen als kleinere Balken, die schon ohne Bewehrung relativ duktil sind. Im Widerspruch dazu stehen jedoch die gegenwärtigen Bemessungsvorschriften, die einen von der Balkengröße unabhängigen Mindestbewehrungsgrad verlangen, so wie auch die theoretischen Ergebnisse von Carpinteri (1981). Der Widerspruch ist dadurch begründet, daß bisher nur das Spannungsstabilitätskriterium berücksichtigt wurde. Zusätzlich muß jedoch die Bedingung der Energiestabilität erfüllt werden. Bei kleinen Balken wird die Mindestbewehrungsfläche über das Spannungsstabilitätskriterium gesteuert. Bei großen Balken spielt jedoch das Energiestabilitätskriterium eine wichtigere Rolle. Ist dagegen der Balken mit einer konstruktiven Stegbewehrung bewehrt, ist die erforderliche Mindestbewehrung etwa unabhängig von der Balkenhöhe. Der Querschnitt

der erforderlichen Stegbewehrung sollte in den Normen in Abhängigkeit von der Balkenhöhe angegeben werden.

3. Bei Stahlbetonbalken mit Schubbewehrung muß der maximale Bewehrungsgrad mit zunehmender Balkengröße abnehmen, um ein duktiles Versagen zu erreichen. Dadurch ist eine Obergrenze des Bewehrungsgrades festgelegt, die stark von der Menge und der Ausbildung der konstruktiven Stegbewehrung beeinflußt wird. Ist eine konstruktive Stegbewehrung vorhanden, so ist der maximale Biegebewehrungsgrad praktisch unabhängig von der Balkenhöhe.
4. In kleinen Balken mit einem niedrigen Bewehrungsgrad ist der Anteil der Betonzugfestigkeit an der Bruchlast bedeutend. Er kann in der gleichen Größenordnung oder sogar größer als der Anteil der Bewehrung sein. Dieser Einfluß wird in Bemessungsvorschriften vernachlässigt, was auf der sicheren Seite liegt. Er sollte berücksichtigt werden, wenn man eine konstante Sicherheit unabhängig von der Balkenhöhe anstrebt.

7.4 Maßstabseffekt auf die Querkrafttragfähigkeit von schlanken Stahlbetonbalken ohne Schubbewehrung

7.4.1 Einführung

Der Versagensmechanismus und der Maßstabseffekt auf die Schubfestigkeit bei Diagonalschubbruch von schlanken Stahlbetonbalken ohne Schubbewehrung wurde in der Vergangenheit eingehend untersucht. Das Problem stellt eine Herausforderung für viele Forscher dar, denn der Versagensmechanismus ist komplex und hängt von einer Reihe von Material- und geometrischen Parametern ab.

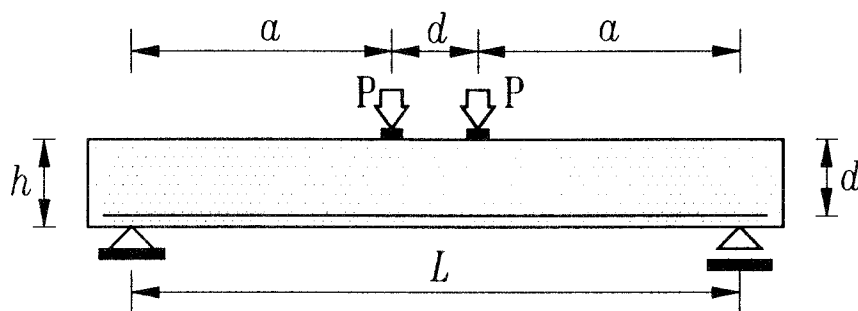


Abb. 7.4.1 Typische Geometrie eines Stahlbetonbalkens, der durch Vierpunktbiegung belastet ist und durch Diagonalschubbruch versagt.

Ein schlanker durch Vierpunktbiegung belasteter Stahlbetonbalken, (Abb. 7.4.1), versagt durch Diagonalschubzugbruch, wenn folgende Bedingungen annähernd erfüllt sind: (1) Das Verhältnis zwischen dem Hebelarm der Last und der effektiven Balkenhöhe ist größer als zwei ($a/d > 2$, siehe Abb. 7.4.1). (2) Der Bewehrungsgrad ist hoch genug, um vorzeitiges Fließen der Bewehrung zu verhindern. (3) Die Biegebewehrung muß an den Balkenenden gut verankert sein, um Verankerungsversagen zu verhindern. (4) Es darf keine Schubbewehrung vorhanden sein.

Die Mechanismen eines Diagonalschubbruchs von Stahlbetonbalken ohne Schubbewehrung können aufgrund von Versuchen sowie theoretischen Studien, die aus der Literatur bekannt sind (Rüsch, Haugli und Mayer, 1962; Leonhardt und Walter, 1968; Walraven, 1978; Walraven und Lehvalter, 1990; Bazant und Kim, 1984; Iguro et. al., 1985; Reineck, 1990; Bazant und Kazemi, 1991) folgendermaßen beschrieben werden. Nach Aufbringen der Last verhält sich der Balken bis zum Auftreten des ersten Biegerisses an der Balkenunterseite annähernd linear elastisch. Nach Rißbildung nimmt die Biegebewehrung die Zugkraft und die Energie auf, die infolge der Rißbildung im Beton freigesetzt wird. Dies ermöglicht eine weitere Laststeigerung. Mit zunehmender Last bilden sich neue Biegerisse. Diese breiten sich mit einem veränderten Neigungswinkel in Richtung der Auflager aus. Während dieser Rißbildung können neben Biegerissen mehrere kleinere Verbundrisse in der Umgebung der Biegebewehrung auftreten. Der Balken versagt spröde, sobald der fortgeschrittenste geneigte Riß (kritischer Riß) in die Biegedruckzone des Balkens verläuft und diese zu stark einschnürt.

Bei Versuchsbalken tritt der erste Schubbruch fast immer an einer Balkenseite auf (Bažant und Kazemi, 1991). Trotz dieses asymmetrischen Diagonalschubbruchs kann bei verformungsgesteuerten Versuchen eine weitere Lastzunahme möglich sein, wenn sich ein neues stabiles statisches System bildet (Bogen mit Zugband). Der Balken versagt, wenn die Druckfestigkeit des Betons in der Druckzone des Balkens überschritten wird. Als Bruchlast muß jedoch immer die Last gelten, bei der sich der erste Diagonalriß bildet. In der Praxis kann die Belastung nämlich als kraftgesteuert und nicht wie bei Versuchen verformungsgesteuert vorausgesetzt werden. Daher bedeutet das Auftreten der ersten Instabilität auch gleichzeitig das Versagen.

Mit der Methode der diskreten Risse oder einer einfachen Rißbandmethode, die im allgemeinen eine starke Netzabhängigkeit zeigt, ist dieser komplizierte Bruchprozeß mit seiner Vielzahl von Rissen und lokalen Instabilitäten, die durch Spannungsumlagerungen zwischen Stahl und Beton hervorgerufen werden, schwierig zu modellieren. Daher wurde in der Vergangenheit sehr oft eine Rißbandmethode zusammen mit einem vorab definierten Hauptdiagonalriß in Form eines Grenzflächenelements benutzt (Rots, 1988; de Borst und Rots, 1989; Zareen und Niwa, 1994; König, Grimm und Remml, 1994). Aus zwei Gründen stellt dies jedoch keine allgemeingültige Methode dar: (1) Lage und Neigung des Hauptdiagonalrisses sind im allgemeinen nicht im voraus bekannt. (2) Vor dem Erreichen des kritischen Diagonalrisses muß zunächst die Rißbildung infolge der Biegung und der Relativverschiebungen zwischen Bewehrungsstahl und Beton korrekt modelliert werden. Denn der Einfluß der Rißbildung auf die Bruchlast kann je nach Balkengröße bedeutend sein.

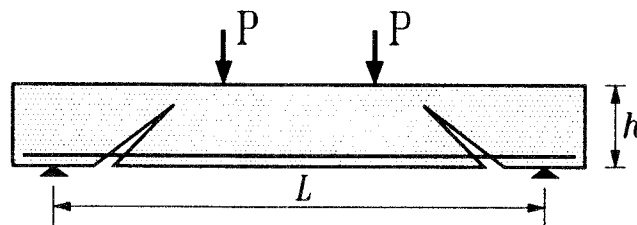


Abb. 7.4.2 Bruchmechanisches Einzelrißmodell, wie es in der Vergangenheit oft zur Modellierung eines Diagonalschubbruchs benutzt wurde.

Sehr oft wurde für bruchmechanische Studien eines Diagonalschubbruchs von schlanken Stahlbetonbalken nur ein diskreter Diagonalriß (der Hauptschubriß) (Reinhardt, 1981ab; Jenq und Shah, 1989; So und Karihaloo, 1993) berücksichtigt (Abb. 7.4.2). Dies führt, wie später besprochen wird, zu nicht realistischen Ergebnissen. In Wirklichkeit kann nämlich ein Großteil der Bauteilenergie, die auf die Rißbildung zurückzuführen ist, vom Beton verbraucht werden, bevor sich der endgültige (kritische) Diagonalschubriß bildet. Dies wiederum hat einen bedeutenden Einfluß auf die Bruchlast. Außerdem hängen sowohl die Lage als auch die Neigung des kritischen Diagonalrisses stark von der Balkengröße ab. Daher müssen Bruchuntersuchungen des vorliegenden Problems die vollständige Rißgeschichte und nicht nur die endgültige Rißkonfiguration berücksichtigen.

In zahlreichen Versuchen, die in der Vergangenheit durchgeführt wurden, wurde die Balkengeometrie (Bewehrungsfläche, Lage der Bewehrung) nicht systematisch verändert. Trotzdem gibt es jetzt genügend Beweise für die Existenz eines starken Maßstabeffekts bei Balkenhöhen bis zu ungefähr $h = 1000$ mm. Einige typische Beispiele (Versuche und Berechnungen) wurden bereits in Kapitel 3 dargestellt. Dabei wurde folgendes festgestellt. Die

experimentellen und numerischen Ergebnisse zeigen in einem relativ kleinen Größenbereich einen starken Maßstabseffekt auf die Schubfestigkeit. Die wenigen Versuchsergebnisse, die es für Balkenhöhen bis zu drei Metern gibt (Iguro, et al., 1985), zeigen immer noch einen Einfluß der Bauteilgröße auf die Schubfestigkeit. Er ist jedoch wesentlich geringer als für kleinere Bauteile.

Leider gibt es für extrem große Balkenhöhen nur wenige Versuchsergebnisse. Theoretische (numerische) Ergebnisse existieren ebenfalls nicht, weil die meisten FE-Programme nicht in der Lage sind, den komplexen Bruchprozeß eines Diagonalschubbruchs realistisch zu simulieren. Um den Versagensmechanismus besser zu verstehen und um den Maßstabseffekt auf die Schubfestigkeit bei großen Balken zu untersuchen, wird daher eine numerische Studie unter Verwendung der neuen nichtlokalen Methode der Mikrorißwechselwirkung sowie des Microplane-Materialmodells für Beton durchgeführt. Die folgenden Untersuchungen gelten für Balken mit Rechteckquerschnitt.

7.4.2 Numerische Analyse

7.4.2.1 Geometrie und Materialeigenschaften

Die Berechnungen werden an schlanken Stahlbetonbalken, die durch zwei Einzellasten im Abstand a vom Auflager beansprucht sind, durchgeführt. Die Geometrie, die Last und die Materialeigenschaften (Abb. 7.4.3) werden entsprechend den Versuchen von Bažant und Kazemi (1991) gewählt. Die Balkenhöhe h wird jedoch in einem sehr viel größeren Bereich verändert. Es werden fünf Balken ($h = 100, 200, 400, 1200$ und 2000 mm) mit einer konstanten Breite ($b = 38$ mm) und proportional veränderter Geometrie (2-D Ähnlichkeit) untersucht. Um den Einfluß der Betonzugfestigkeit und der Betonbruchenergie auf den Maßstabseffekt zu studieren, werden neben der Balkengröße auch die Brucheigenschaften des Betons sowie der Bewehrungsgrad variiert.

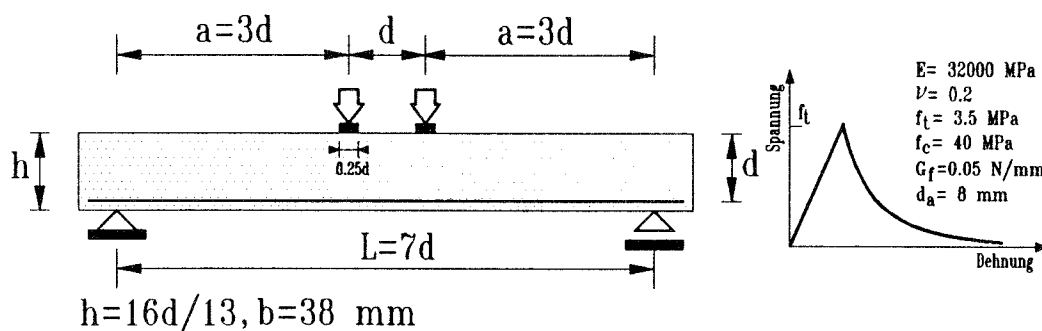


Abb. 7.4.3 Geometrie, lokale Zugspannungs-Dehnungskurve und Betoneigenschaften, die in der numerischen Hauptstudie verwendet werden.

In der Hauptstudie zum Maßstabseffekt werden folgende makroskopische Eigenschaften des Betons angesetzt: Elastizitätsmodul $E = 32000$ MPa, Querdehnungszahl $\nu = 0.20$, einachsige Betondruckfestigkeit $f_c = 40$ MPa, einachsige Betonzugfestigkeit $f_t = 3.5$ MPa, Betonbruchenergie $G_f = 0.05$ N/mm. Desweiteren wird in der nichtlokalen Analyse, wie in den Versuchen (Bažant und Kazemi, 1991), als Größtkorn $d_a = 8$ mm benutzt. Der lokalen

Zugspannung-Dehnungskurve wird ein lineares Verfestigungs- und ein exponentielles Entfestigungsgesetz zugrunde gelegt (Hordijk, 1991; siehe Abb. 7.4.3). Es wird weiterhin angenommen, daß sich die auf der Balkenunterseite konzentrierte Biegebewehrung ideal elastisch-plastisch verhält (Elastizitätsmodul $E_s = 210000$ MPa, Streckgrenze $\sigma_y = 420$ MPa). Die Bewehrungsstäbe werden entsprechend der Studie zur Dreipunktbiegung (siehe Kapitel 7.3) modelliert. Der Bewehrungsgrad wird so gewählt, daß Stahlfließen nicht auftritt (vgl. Versuche von Bažant und Kazemi (1991); $\mu = 100A_s/(bh) = 1.72$ %).

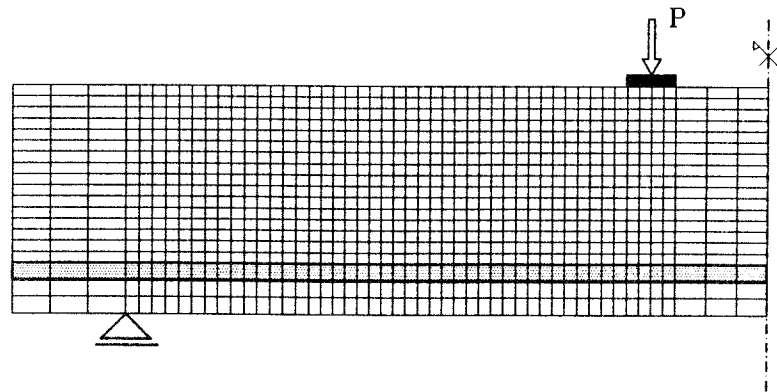


Abb. 7.4.4 Typisches FE-Netz.

In der FE-Berechnung werden 4-knotige, ebene Elemente mit 4 Integrationspunkten benutzt. Ein typisches FE-Netz ist in Abb. 7.4.4 dargestellt. Aus Symmetriegründen wird nur eine Hälfte des Balkens (inklusive der Last) modelliert. Die Last wird durch Aufbringen von definierten Verschiebungen unter der Lastplatte erzeugt. Die Breite der Platte wird mit $d/4$ angenommen. Um die Querdehnungsbehinderung infolge der Lastplatte zu berücksichtigen, werden die horizontalen Verschiebungen unter der Platte zu Null gesetzt. Das Eigengewicht des Balkens wird vernachlässigt.

7.4.2.2 Versagensarten, die in der Analyse beobachtet wurden

Ähnlich wie bei den Versuchen wurden in der numerischen Untersuchung zwei typische Versagensarten beobachtet: (1) Diagonalschubbruch und (2) Druckzonenbruch. Bei Balken mit Balkenhöhen bis zu einem Meter kommt es je nach Material- und geometrischen Parametern sowohl zu einem Diagonalschubbruch als auch einem Versagen der Biegedruckzone. Dies bedeutet, daß sich nach Überwinden der ersten Instabilität, die durch Öffnung des ersten kritischen Diagonalschubrisses hervorgerufen wird, ein neuer stabiler Lastabtragungsmechanismus ausbildet. Dabei ist eine Lastzunahme bis zum Erreichen der Druckfestigkeit des Betons in der Druckzone möglich. Zu dieser Art von Bogentragwirkung kommt es nicht immer. Wenn sich nämlich der kritische Diagonalschubriß öffnet, ergibt sich daraus eine Entlastung (Instabilität). Diese Entlastung führt zum Schließen des Diagonalschubrisses in der Umgebung der Druckzone. Daraus kann sich eine Zunahme der Schubfestigkeit des Betons entwickeln. In diesem Fall wird nach einem kurzen instabilen Verhalten bei anschließender Erhöhung der Verschiebungen ein stabiler Lastverlauf aktiviert (Bogentragwirkung). Die typischen Last (Schubkraft) -Verschiebungskurven, die im Fall eines Diagonalschubbruchs ($h =$

100 mm, $G_f = 0.05$ N/mm) und eines Druckzonenbruchs ($h = 100$ mm, $G_f = 0.07$ N/mm) beobachtet wurden, sind in Abb. 7.4.5 dargestellt.

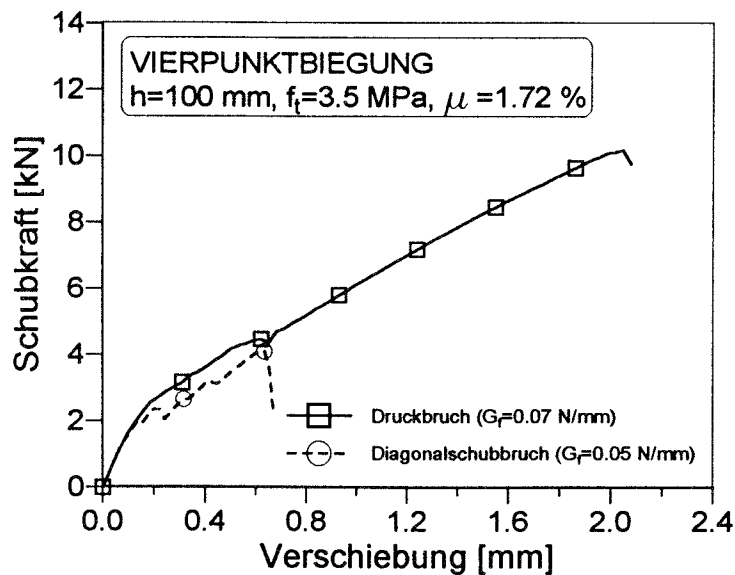


Abb. 7.4.5 Last(Schubkraft)-Verschiebungskurven bei Diagonalschubbruch bzw. Druckbruch und $h = 100$ mm.

Bevor der Diagonalschubbruch auftritt, zeigt die Analyse ein relativ instabiles Verhalten. Nachdem diese Instabilität überschritten wird, ergibt sich in den anschließenden Lastschritten ein sehr stabiles Verhalten und eine gute Konvergenz bis zum Betondruckversagen. Es ist jedoch zu beachten, daß die Analyse zum Zeitpunkt der Instabilität eine starke Empfindlichkeit gegenüber der Lastschritt-Größe zeigt. Daher neigt das Verhalten des Balkens bei Vergrößerung des Lastschrittes im allgemeinen dazu, über die Stelle der Instabilität in einen stabilen Lastabtragungsmechanismus (Gewölbetragswirkung) zu springen. Dasselbe Verhalten wurde auch in Versuchen festgestellt, nur daß hierbei neben der Belastungsgeschwindigkeit auch andere Versuchsbedingungen (Reibung, Asymmetrie usw.) die Änderung der Versagensart beeinflussen haben könnten.

Eine Bogentragwirkung wird nur bei relativ kleinen Balken (bis zu $h \approx 500$ mm) beobachtet. Sie tritt bei großen Balken infolge der größeren Energiefreisetzungsgeschwindigkeit im Bauteil und einem daraus resultierenden Rißwachstum, das ein Schließen des Schubrisses unmöglich macht, nicht auf.

Im folgenden wird die Last bei Bildung des Diagonalschubrisses als Bruchlast angesehen, unabhängig davon, ob in der Analyse eine Bogenwirkung erzeugt wurde oder nicht.

7.4.2.3 Diagonalschubbruch – Last-Verschiebungskurven und Versagensarten

Aus Abb. 7.4.6 sind die berechneten Last-Verschiebungskurven für alle Balkengrößen ersichtlich. Die Last-Verschiebungsbeziehungen von Balken, die durch Diagonalschubbruch versagen, bestehen aus zwei Teilen. Ein linear elastischer erster Ast, der bei Erreichen der Zugfestigkeit des Betons in der Biegezugzone endet. Der zweite Teil der Last-Verschiebungskurve ist im wesentlichen eine flachere Gerade, die durch eine Vielzahl lokaler Instabilitäten gekennzeichnet ist. Diese Instabilitäten werden von der Spannungsumlagerung zwischen der

Biegebewehrung und dem Beton hervorgerufen. Dieser Teil der Last-Verschiebungskurve wird durch das "Durchschlagen" des Hauptdiagonalrisses in die Biegedruckzone begrenzt. Eine schematische Darstellung des Last-Verschiebungsverhaltens ist in Abb. 7.4.7 wiedergegeben. Punkt A bedeutet das Ende des linear-elastischen Teils (Auslösung des ersten Biegerisses), und Punkt B entspricht dem Diagonalschubbruch.

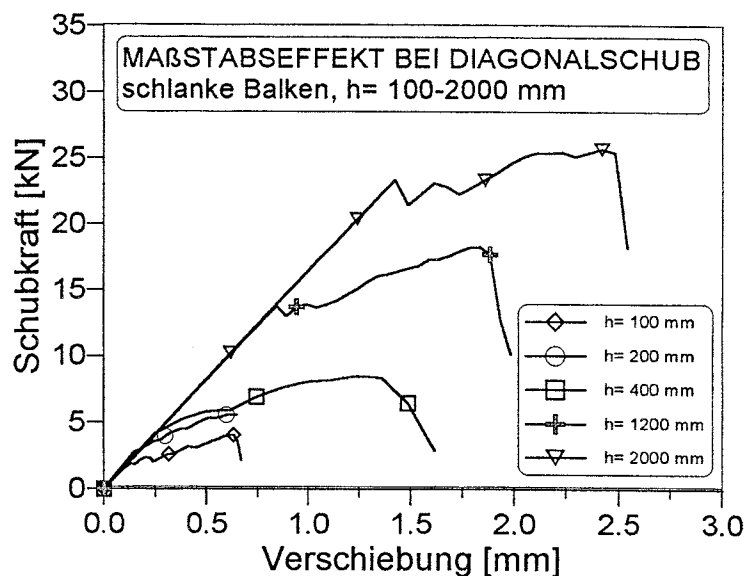


Abb. 7.4.6 Berechnete Querkraft-Verschiebungskurven für verschiedene Balkengrößen: $h = 100, 200, 400, 1200$ und 2000 mm mit $\mu = 1.72$ %.

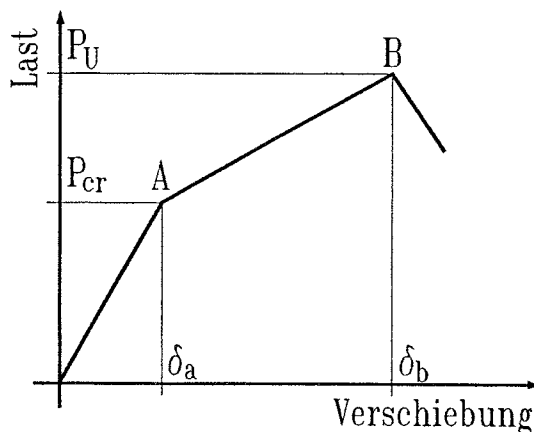


Abb. 7.4.7 Schematische Darstellung der Last-Verschiebungskurven.

Die lokalen Instabilitäten, die im zweiten Teil der Last-Verschiebungslinie zu beobachten sind (siehe Abb. 7.4.6), werden von der Bildung neuer Biegerisse erzeugt. Gleichzeitig bildet sich eine Anzahl kleiner Risse in der Grenzfläche zwischen Bewehrung und Beton. Diese Risse sind auf das Verbundverhalten zurückzuführen. Dadurch wird die Zugkraft in der Bewehrung an der Stelle des Biegerisses zwischen den Rissen teilweise zurück in den Beton eingeleitet. Während dieses Rißbildungsprozesses werden sowohl die Betonbruchenergie als auch die Zugfestigkeit des Betons ausgenutzt. Dies wirkt sich deutlich auf die Bruchlast aus. Abb. 7.4.8 zeigt Rißbilder entsprechend den maximalen Hauptdehnungen (dunkler Bereich

bedeutet Rißbildung). Die Rißverläufe sind an einem Verformungsbild (Überhöhungsfaktor=50) für einen relativ kleinen Balken ($h=100$ mm) in verschiedenen Laststufen dargestellt: (a) Auslösung des ersten Biegerisses, (b) ungefähr 75% der Bruchlast, (c) Höchstlast und (d) Berechnungsende. Die Rißbildung bei der numerischen Analyse weist im wesentlichen einen ähnlichen Verlauf wie bei den Versuchen auf.

In Abb. 7.4.9a-c sind die Rißbilder bei Höchstlast (symmetrischer Teil) für die Balkengrößen $h=100, 400$ und 2000 mm zu sehen. Der kleine Balken besitzt eine größere Anzahl von Biegerissen mit einem geringeren Rißabstand als die größeren Balken. Der kritische Diagonalschubriß verläuft unter einem mittleren Winkel von $\alpha \approx 25^\circ$ gegenüber der Balkenachse von der Biegezug- in die Biegedruckzone. Die Schädigung in der Nähe der Bewehrung ist bei größeren Balken stärker. Der durchschnittliche Winkel des kritischen Risses ist größer ($\alpha \approx 45^\circ$ bei $h=400$ mm; $\alpha \approx 70^\circ$ bei $h=2000$ mm). Offensichtlich scheint die Ausbreitung einer Schädigung auf ein relativ kleines Balkenvolumen begrenzt zu sein. Der Winkel α des kritischen Diagonalschubbrisses wird stark von der Balkengröße beeinflusst.

In Abb. 7.4.10 sind schematisch die Rißbilder für einen kleinen und einen großen Balken dargestellt. Sie gelten für einen konstanten Bewehrungsgrad. Bei kleinen Balken erfolgt nach dem Erreichen der Zugfestigkeit des Betons eine umfangreiche Rißentwicklung an der Balkenunterseite, danach bildet sich der kritische Diagonalschubriß. Beim Bruch verläuft der Diagonalschubriß unter einem Winkel von ungefähr 25° in die Druckzone des Balkens. Bei großen Balken findet diese umfangreiche Rißbildung nicht statt und der Neigungswinkel des kritischen Diagonalschubbrisses steigt an. Er strebt nach den Rechnungen bei einem sehr großen Balken dem Grenzwert $\alpha \approx 90^\circ$ zu.

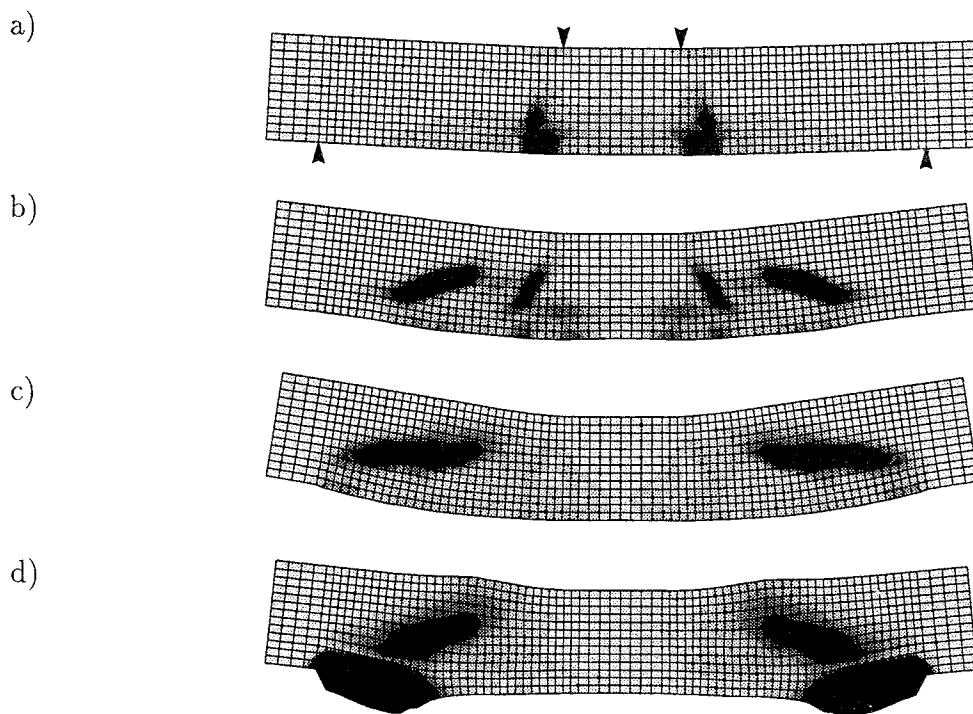


Abb. 7.4.8 Rißbilder bei einer Balkenhöhe $h=100$ mm, wie sie bei verschiedenen Laststufen beobachtet wurden: a) Auslösung des ersten Biegerisses; b) 75 % der Höchstlast; c) Bruchlast – Diagonalschubbruch – d) Berechnungsende.

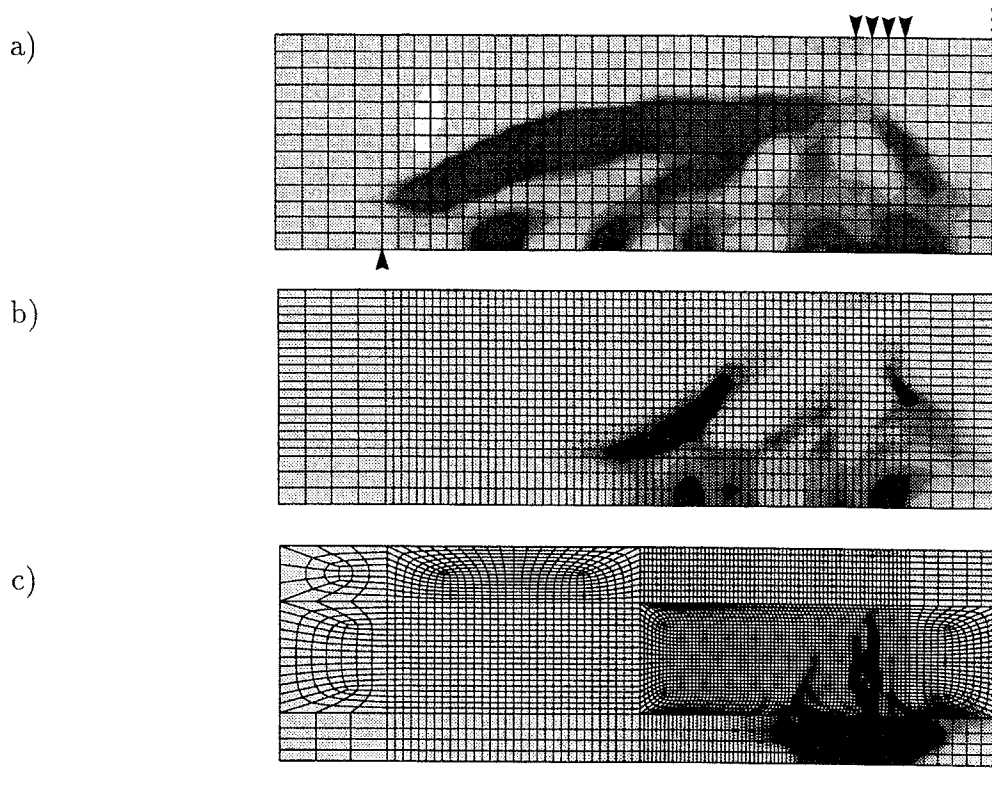


Abb. 7.4.9 Rißverläufe bei Höchstlast: a) Kleiner Balken ($h = 100$ mm); b) mittelgroßer Balken ($h = 400$ mm); c) großer Balken ($h = 2000$ mm).

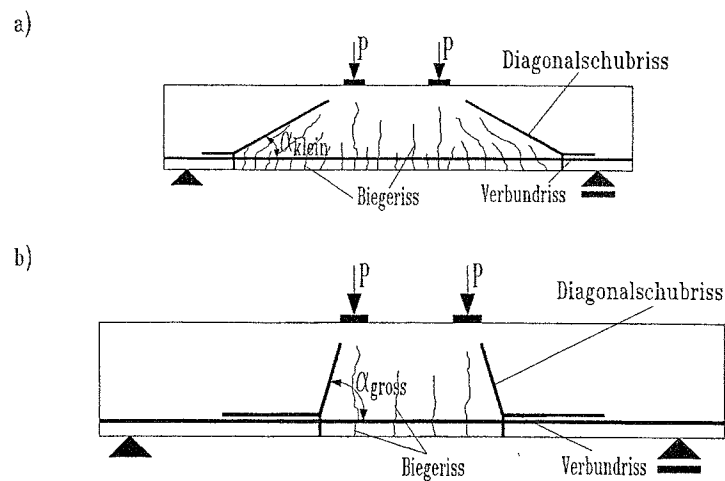
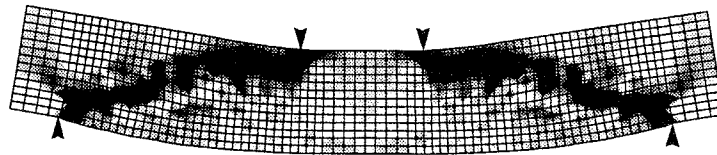


Abb. 7.4.10 Schematische Darstellung des Riðverlaufes für Stahlbetonbalken unterschiedlicher Größe: a) kleiner Balken und b) großer Balken.

Bei kleinen Balken ist die Geschwindigkeit der Energiefreisetzung im Bauteil, die von der Riðbildung hervorgerufen wird, im Vergleich zum Energieverbrauchsvermögen des Betons relativ niedrig. D.h. ein stabiles Riðwachstum und die Entwicklung neuer Risse sind aufgrund der Spannungsumlagerung zwischen Beton und Stahl möglich. Im Gegensatz dazu ist bei größeren Balken die Ausbreitung von Biegerissen von der Feldmitte in Auflagerichtung aus zwei Gründen weniger ausgeprägt: (vgl. Dreipunktbiegung von Balken mit Bügeln

und einem relativ großen Biegebewehrungsgrad – Kapitel 7.3): (1) Bei Auftreten des ersten Biegerisses müssen relativ große Zugkräfte (Bewehrungsgrad $\mu = 1.72\%$), die annähernd proportional zur Balkenhöhe zunehmen, vom Beton in die Bewehrung übertragen werden. Die Kraft im Stahl muß dann in einem bestimmten Bereich in der Umgebung des Bewehrungsstabes über Verbund wieder im Beton verankert werden. Da die Größe dieses Bereiches (Verbundzone) nicht proportional zur Balkenhöhe zunimmt, müssen die Verankerungslänge und daher der Abstand der Biegerisse bei höheren Balken größer sein (siehe Abb. 7.4.9c). Infolgedessen ist bei größeren Balken die Schädigung im Bereich der Biegebewehrung an den Rißufern (Verbundschädigung) stärker. Um die Zugkraft zu verankern, muß sich der Biegeriß weiter öffnen und damit weiter in Richtung der Balkenhöhe ausbreiten. (2) Nach Bildung des ersten Biegerisses ist die Energiefreisetzungs geschwindigkeit im Bauteil groß. Dies führt zu einem relativ instabilen Verhalten. Für $h \rightarrow \infty$ neigt der erste Biegeriß dazu, daß er ohne die Möglichkeit eines stabilen Rißwachstums (vgl. Kapitel 7.3) unmittelbar in die Druckzone des Balkens verläuft.

a)



b)

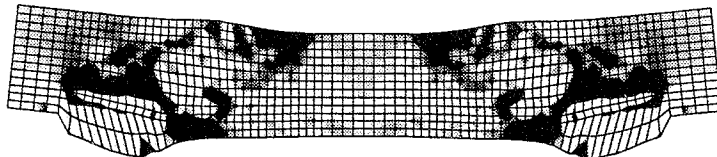


Abb. 7.4.11 Verteilung der Schubspannungen bei einer Balkenhöhe $h = 100$ mm: a) Bei Höchstlast; b) Berechnungsende (nach Höchstlast).

Aus Abb. 7.4.11 ist die Verteilung der Schubspannungen bei Höchstlast für eine Balkenhöhe $h = 100$ mm zu erkennen. Dunkle Bereiche kennzeichnen die Lage der maximalen Schubspannungen. Diese Bereiche geben deutlich Lage und Richtung des Diagonalschubbrisses an. Die maximalen Schubspannungen bei Höchstlast liegen oberhalb der Diagonalrißoberfläche. Die maximale Schubfestigkeit stellt sich unter der Lastplatte (etwa 8.5 MPa) und die geringste ungefähr in der Mitte des Diagonalrisses (etwa 2 MPa) ein. Dies ist darauf zurückzuführen, daß es im Bereich der Lastplatten zu einer Einschnürung der Druckzone kommt, deren Tragfähigkeit durch die Behinderung der Querdehnung des Betons durch die Lastplatte ansteigt.

Abb. 7.4.11a zeigt deutlich, daß bei Höchstlast fast keine Schubspannungen über die Balkenzugzone (weiße Zone mit Schubspannungen annähernd Null) übertragen werden. Dieses

Ergebnis steht im Widerspruch zu den Aussagen einiger anderen Forscher (Taylor, 1969, 1970; Reineck, 1990). Der Grund für diese unterschiedlichen Ergebnisse wurde nicht weiter verfolgt.

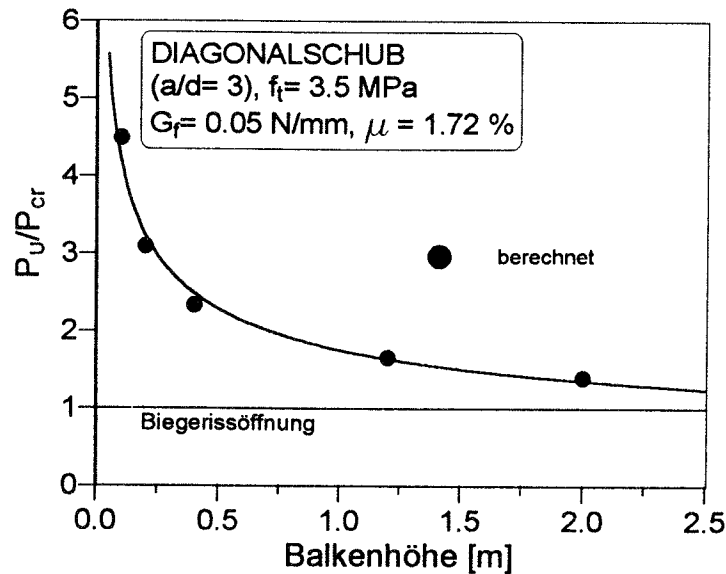


Abb. 7.4.12 Das Verhältnis P_U/P_{cr} in Abhängigkeit von der Balkenhöhe.

Der oben besprochene Versagensmechanismus bei verschiedenen Balkengrößen spiegelt sich auch in den Last-Verschiebungskurven wider. Wenn man die Kurven aus Abb. 7.4.6 vergleicht, ist folgendes festzustellen. Die Last am Punkt A (P_{cr} , siehe Abb. 7.4.7) ist annähernd proportional zur Balkenhöhe. Der Punkt A entspricht der Zugfestigkeit des Betons an der Balkenunterseite. Das Verhältnis $\Delta P = \text{Bruchlast } P_U - \text{Rißlast } P_{cr}$ ($\Delta P = P_U - P_{cr}$) zur Rißlast P_{cr} , nimmt bei einer Zunahme der Balkengröße ab (Abb. 7.4.12), d.h. größere Balken zeigen ein spröderes Verhalten. Offenbar führt der Grenzfall $d \rightarrow \infty$ zu $\Delta P \rightarrow 0$, so daß größere Balken ohne Schubbewehrung und ohne konstruktive Stegbewehrung infolge Biegebruch und nicht durch Diagonalschubbruch versagen.

7.4.2.4 Maßstabseffekt auf die Schubfestigkeit

Aus Abb. 7.4.13 sind die berechneten Schubfestigkeiten ($v_u = V_U/(bd)$, V_U = Querkraft bei Höchstlast) in Abhängigkeit von der effektiven Höhe des Balkens (d) für relativ geringe Balkenhöhen ($h = 100, 200$ und 400 mm) zu sehen. Zum Vergleich sind Versuchsergebnisse (Bažant und Kazemi, 1991) sowie das Maßstabsgesetz von Bažant ebenfalls dargestellt. Die Konstanten B und d_0 (Gl. 4.1) wurden durch eine lineare Regression der berechneten Werte bestimmt. Zwischen den Versuchswerten und den berechneten Daten ist eine gute Übereinstimmung festzustellen. Beide zeigen einen starken Maßstabseffekt auf die Schubfestigkeit. Das Bažant'sche Maßstabsgesetz stellt für diesen relativ kleinen Größenbereich eine gute Annäherung der experimentellen und numerischen Daten dar. Wenn man das Bažant'sche Maßstabsgesetz auf einen größeren Größenbereich extrapoliert, geht für $d \rightarrow \infty$ die Schubfestigkeit $v_u \rightarrow 0$, d.h. der Maßstabseffekt ist maximal. Um dies zu überprüfen, sind in Abb. 7.4.14 die berechneten Schubfestigkeiten für Balkenhöhen $h = 100, 200, 400$,

1200 und 2000 mm als Funktion der effektiven Nutzhöhe des Balkens aufgetragen. Das Maßstabsgesetz von Bazant (entsprechend den Berechnungsergebnissen aus Bild 7.4.13) ist zum Vergleich mit aufgenommen. Im Gegensatz zum kleinen Größenbereich von vorher zeigen die Ergebnisse für große Balken zweifellos die Tendenz, daß mit zunehmender Balkenhöhe der Maßstabseffekt abnimmt. Die Diskrepanz zum Bazant'schen Maßstabsgesetz ist offensichtlich.

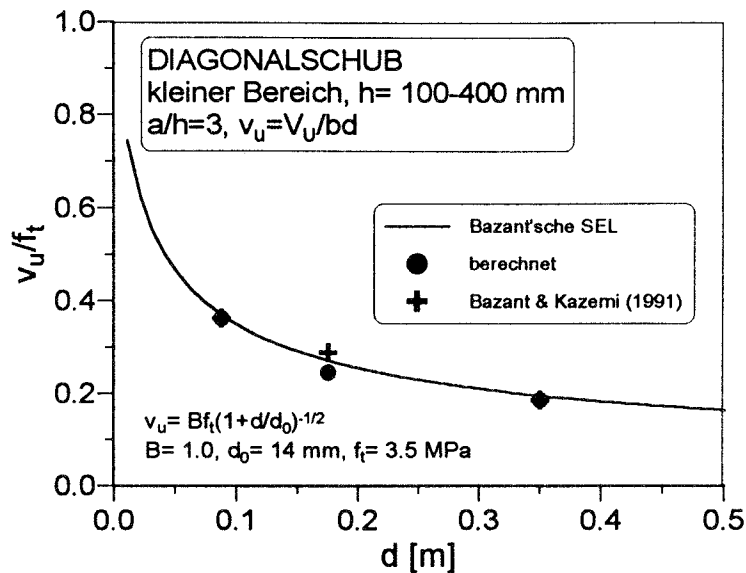


Abb. 7.4.13 Der Maßstabseffekt auf die Schubfestigkeit in einem Größenbereich von bis zu 400 mm.

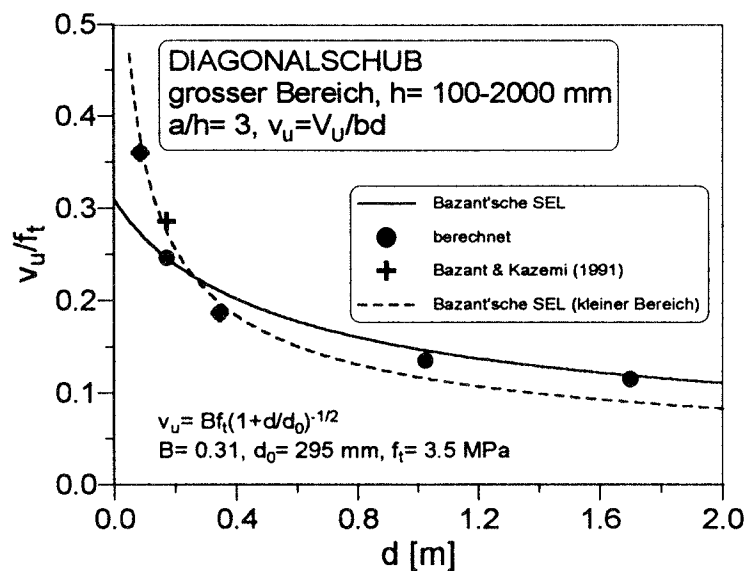


Abb. 7.4.14 Maßstabseffekt auf die Schubfestigkeit in einem ausgedehnten Größenbereich (bis zu 2000 mm).

In der Tat muß sich für $d \rightarrow \infty$ die Diagonalschubfestigkeit einem konstanten Wert ungleich Null annähern. Andernfalls würden große Balken durch Diagonalschub versagen,

bevor ein Biegeriß an der Balkenunterseite auftritt. Dies ist jedoch nicht möglich, da im Grenzfall ($d \rightarrow \infty$) die Biegezugfestigkeit der zentrischen Zugfestigkeit entspricht. Daher muß die Untergrenze für die Diagonalschubfestigkeit der Schubspannung entsprechen, die sich bei Erreichen der Zugfestigkeit auf der Balkenunterseite ergibt. Aufgrunddessen stellt das Maßstabgesetz für positive Geometrien (Gl. 5.1) eine gute Approximation für das Maßstabgesetz der Diagonalschubfestigkeit dar. Dies ist aus Abb. 7.4.15 zu ersehen, in dem die Rechenergebnisse für einen ausgedehnten Größenbereich gezeigt werden. Zusätzlich sind die Versuchsergebnisse von Bazant und Kazemi (1991), Walraven (1978) und Iguro et al. (1985) dargestellt. Die Versuche von Iguro et al. (1985) wurden ausschließlich an großen Balken mit $h = 1000$ bis 3000 mm durchgeführt.

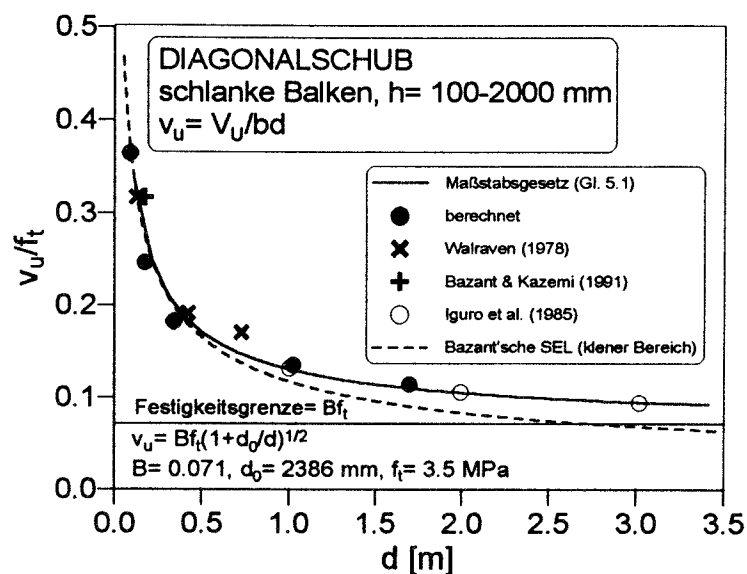


Abb. 7.4.15 Maßstabeffekt auf die Schubfestigkeit – Anpassung der berechneten und experimentellen Ergebnisse an das Maßstabgesetz für positive Geometrien.

Die Kurve des Maßstabgesetzes für positive Geometrien (Gl. 5.1), die mittels linearer Regression aus den Rechenergebnissen ermittelt wurde, ist in Abb. 7.4.15 ebenfalls aufgetragen. Bei den Versuchen lagen teilweise andere Bedingungen (z.B. Betoneigenschaften, Bewehrungsgrad, Schubschlankeit) vor als in den Rechnungen. Daher wurden die Versuchsergebnisse auf die in den Rechnungen vorliegenden Bedingungen normiert. Daher wurde angenommen, daß die gemessene Schubfestigkeit des kleinsten Balkens einer Serie mit den Rechenergebnissen übereinstimmt und die gemessenen Schubfestigkeiten der höheren Balken der Versuchsserie wurden mit dem für den kleinsten Balken geltenden Skalierungsfaktor multipliziert. Daher werden nicht die Absolutwerte, sondern nur die Tendenz zwischen den Versuchs- und Berechnungsergebnissen verglichen. Zwischen den Rechen- und Versuchsergebnissen besteht im ganzen Größenbereich eine gute Übereinstimmung. Obwohl die Analyse nur für eine maximale Balkenhöhe von 2000 mm durchgeführt wurde, können die Versuchsergebnisse des großen Balkens ($h = 3000$ mm) sehr gut durch das Maßstabgesetz auf der Grundlage der Rechenergebnisse angenähert werden. Die berechnete charakteristische Balkengröße (d_0) ist relativ groß ($d_0 = 2400$ mm). Dies bedeutet, daß der Maßstabeffekt in einem relativ ausgedehnten Größenbereich stark ausgeprägt ist. Bei Balken mit einer effek-

tiven Nutzhöhe $d > d_0 = 2400$ mm nähert sich die Schubfestigkeit der Festigkeitsgrenze.

In Abb. 7.4.16 sind die Ergebnisse aus Abb. 7.4.15 mit der CEB-FIP-Bemessungsformel ($v_u = A(1 + d^{-1/2})$; A = Konstante, abhängig von den Material- und geometrischen Eigenschaften) und der JSCE-Bemessungsformel ($v_u = Ad^{-1/4}$) verglichen. Dabei wurde angenommen, daß die Bemessungsformeln für Balken mit $h = 400$ mm die gleiche Bruchlast liefern wie die FE-Analyse. Die im CEB-FIP (1990) vorgeschlagene Bemessungsformel liefert für den Grenzfall $d \rightarrow \infty$ eine konstante Schubfestigkeit ungleich Null. Bis zu einer Balkenhöhe von $d \approx 500$ mm stimmen die experimentellen sowie die numerischen Ergebnisse gut mit dieser Formel überein. Bei großen Balken überschätzt sie jedoch sowohl die Versuchsdaten als auch die berechneten Ergebnisse und liegt daher auf der unsicheren Seite (unter der Annahme, daß die Versuche, die Rechnung und die CEB-FIP-Formel für $h = 400$ mm die gleiche Bruchlast ergeben). Demgegenüber wird im Grenzfall ($d \rightarrow \infty$) die Schubfestigkeit, die unter Verwendung der JSCE-Formel (1986) ermittelt wird, zu Null. Dies ist zwar theoretisch nicht möglich, trotzdem stellt diese Formel im ganzen betrachteten Bereich ($d = 100$ to 2000 mm) eine bessere Näherung der Versuchs- und Berechnungsergebnisse dar als die CEB-FIP Gleichung.

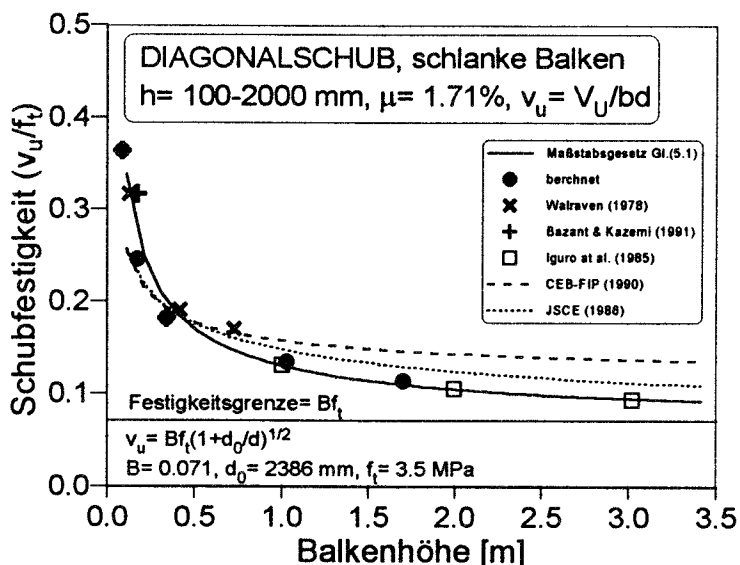


Abb. 7.4.16 Maßstabseffekt auf die Schubfestigkeit – Vergleich zwischen Rechenergebnissen, Versuchsdaten und einigen Empfehlungen in Normen (Die CEB-FIP- und JSCE-Kurven sind unter der Annahme gezeichnet, daß die Bruchlast für eine Balkenhöhe $h = 400$ mm mit den Rechenergebnissen übereinstimmt).

Abschließend können die Rechenergebnisse wie folgt zusammengefaßt werden. In einem Größenbereich bis zu ungefähr $h = 1000$ mm ist der Maßstabseffekt auf die Diagonalschubfestigkeit stark. Aus Sicht der Bruchmechanik wirken kleinere Balken daher wie Bauteile mit negativer Geometrie. Mit ansteigender Balkengröße ändert sich der Versagensmechanismus von einem Diagonalschubbruch (kleine Balken) zu einem Biegebruch (große Balken). Deshalb wird die Schubfestigkeit zu einem konstanten Wert ungleich Null, und größere Balken wirken wie Bauteile mit positiver Geometrie.

7.4.2.5 Einfluß der Bruchenergie und der Zugfestigkeit des Betons auf die Versagenslast

Um den Einfluß der Zugfestigkeit und der Bruchenergie des Betons auf den Diagonalschubbruch von schlanken Balken zu untersuchen, wird eine Parameterstudie für zwei verschiedene Balkengrößen ($h = 100$ und 1200 mm) durchgeführt. Die Material- und die geometrischen Eigenschaften sowie der Bewehrungsgrad entsprechen ansonsten den vorherigen Angaben.

Bei der Berechnung des kleinen Balkens ($h = 100$ mm) wird zunächst die Betonzugfestigkeit konstant gehalten ($f_t = 3.5$ MPa) und die Bruchenergie verändert: $G_f = 0.015, 0.03, 0.05$ und 0.07 N/mm. Die berechneten Last-Verschiebungskurven sind in Abb. 7.4.17a dargestellt. Die Abb. 7.4.17b zeigt das Verhältnis zwischen der berechneten Schubfestigkeit und der Bruchenergie. Wie erwartet, beeinflusst die Bruchenergie aufgrund des relativ stabilen Mehrfachrißwachstums im kleinen Balken die Bruchlast wesentlich. Bei der gewählten Veränderung von G_f läßt sich die Schubfestigkeit annähernd als lineare Funktion der Betonbruchenergie beschreiben. Mit Verdoppelung der Bruchenergie nimmt die Schubfestigkeit um etwa 15% zu. Daraus ist ersichtlich, daß der Maßstabseinfluß auf die Schubfestigkeit, wie bereits zuvor bestätigt (siehe Abb. 7.4.15), relativ stark sein muß.

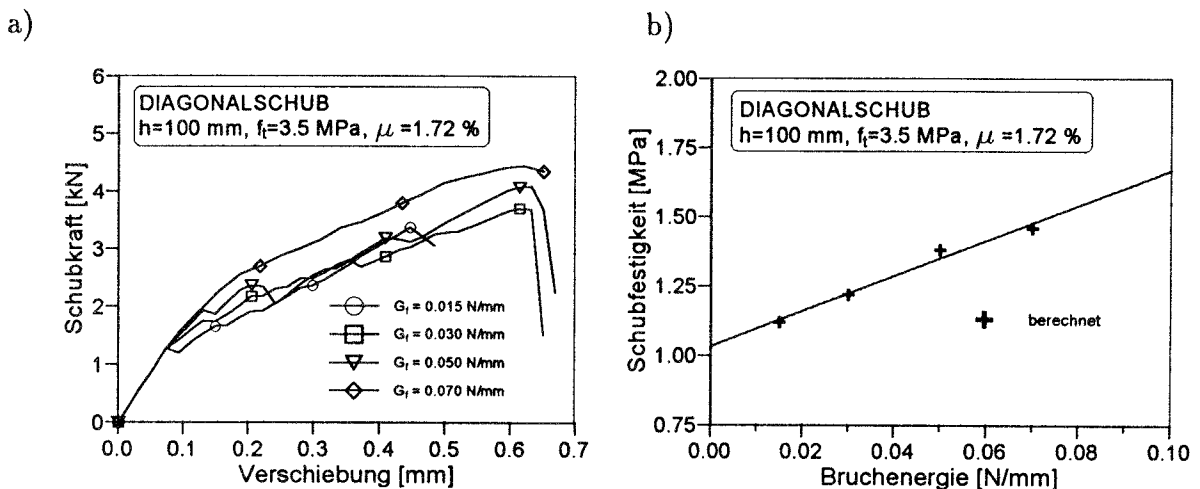


Abb. 7.4.17 Einfluß der Betonbruchenergie auf die Versagenslast von kleinen Stahlbetonbalken ($h = 100$ mm): a) Berechnete Last-Verschiebungskurven; b) Verhältnis zwischen Schubfestigkeit und Betonbruchenergie.

Um den Einfluß der Zugfestigkeit des Betons auf die Bruchlast bei konstanter Bruchenergie ($G_f = 0.05$ N/mm) zu zeigen, wird sie folgendermaßen variiert: $f_t = 3.5, 4.0, 4.5$ und 5.0 MPa. In allen Fällen konnte ein Diagonalschubbruch beobachtet werden. Die berechneten Last-Verschiebungskurven sind Abb. 7.4.18a zu entnehmen. Bei Auftreten des ersten Biegerisses nimmt die Last mit steigender Betonzugfestigkeit zu. Die Bruchlast ist jedoch praktisch unabhängig von der Betonzugfestigkeit. Dies wird aus Abb. 7.4.18b deutlich.

Die Zusammenfassung der Ergebnisse zeigt folgendes. Die Bruchlast wird bei kleinen Balken vorherrschend von der Betonbruchenergie gesteuert. Der Einfluß der Zugfestigkeit des Betons ist nahezu vernachlässigbar.

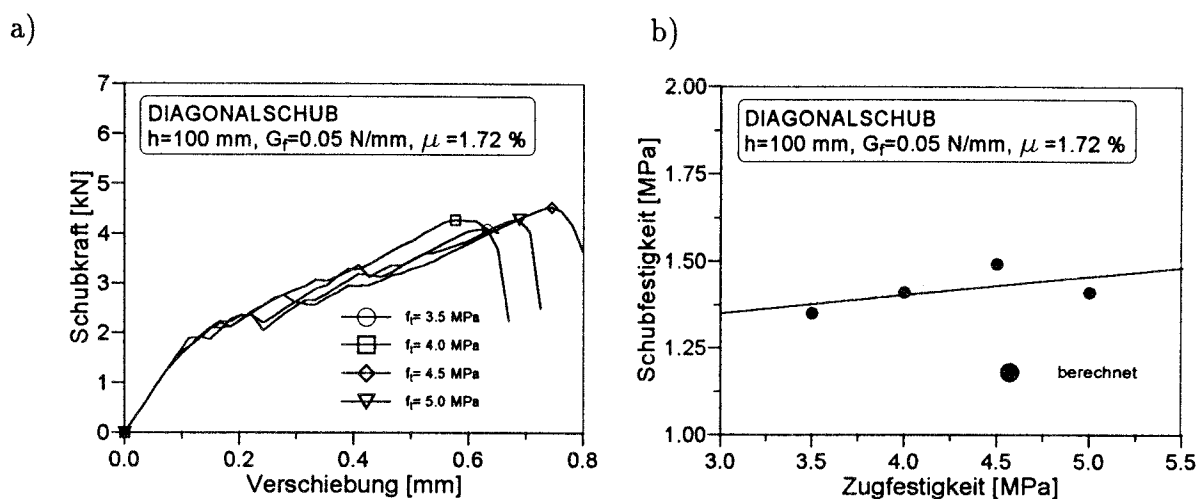


Abb. 7.4.18 Einfluß der Betonzugfestigkeit auf die Bruchlast von kleinen Stahlbetonbalken ($h=100$ mm): a) Berechnete Last-Verschiebungskurven; b) Verhältnis zwischen Schubfestigkeit und Zugfestigkeit des Betons.

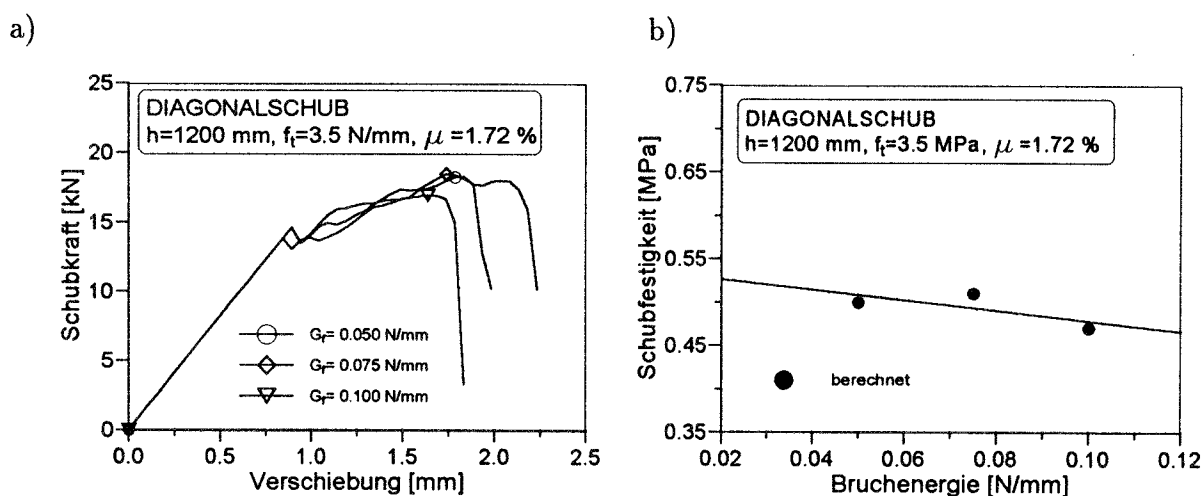
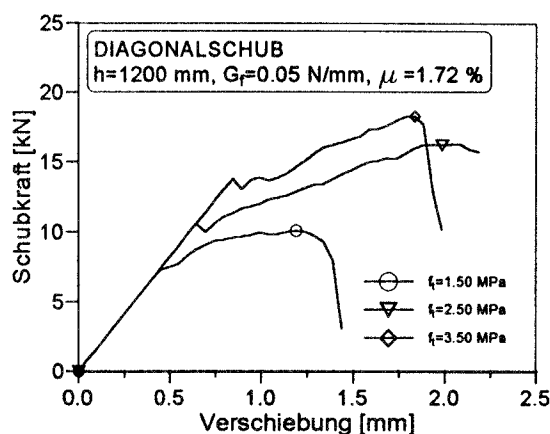


Abb. 7.4.19 Einfluß der Betonbruchenergie auf die Versagenslast von großen Stahlbetonbalken ($h=1200$ mm): a) Berechnete Last-Verschiebungskurven; b) Verhältnis zwischen Schubfestigkeit und Betonbruchenergie.

Die o.g. Parameterstudie wird nun für einen relativ großen Balken mit $h=1200$ mm durchgeführt. Für die Berechnung wurde zunächst von einer konstanten Betonzugfestigkeit ($f_t=3.5$ MPa) ausgegangen und die Bruchenergie folgendermaßen variiert: $G_f=0.05$, 0.075 und 0.10 N/mm. Die Balken versagten ausnahmslos durch Diagonalschubbruch. Im Gegensatz zum kleinen Balken zeigen sowohl die berechneten Last-Verschiebungskurven (Abb. 7.4.19a) als auch die Schubfestigkeit (Abb. 7.4.19b) nur eine geringe Abhängigkeit von der Betonbruchenergie. Dies bestätigt den bei der Untersuchung beobachteten relativ kleinen Maßstabseffekt auf die Schubfestigkeit (siehe Abb. 7.4.15). Dies konnte aufgrund der zuvor besprochenen Energiegründe und dem daraus resultierenden instabilen Rißwachstum erwartet werden.

Zur Untersuchung des Einflusses der Betonzugfestigkeit auf das Verhalten großer Balken, wird die Bruchenergie $G_f = 0.05 \text{ N/mm}$ = konstant und die Zugfestigkeit des Betons ($f_t = 1.5, 2.5$ und 3.5 MPa) variabel eingeführt. Im Vergleich zum kleinen Balken ist der Einfluß der Betonzugfestigkeit auf die Bruchlast dominant. Dies ist aus den Abb. 7.4.20a und b zu erkennen. Die Schubfestigkeit des Balkens steigt um etwa 70 % an, wenn die Betonzugfestigkeit verdoppelt wird. Offenbar wird die Schubfestigkeit großer Balken im wesentlichen von der Zugfestigkeit des Betons gesteuert.

a)



b)

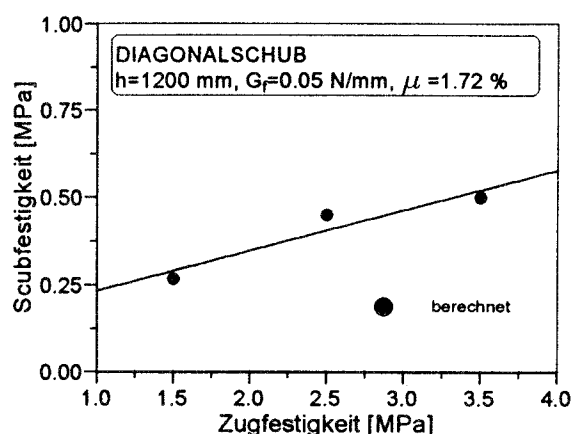


Abb. 7.4.20 Einfluß der Betonzugfestigkeit auf die Versagenslast von großen Stahlbetonbalken ($h = 1200 \text{ mm}$): a) Berechnete Last-Verschiebungskurven; b) Verhältnis zwischen Schubfestigkeit und Zugfestigkeit des Betons.

7.4.2.6 Einfluß der Biegebewehrungsfläche

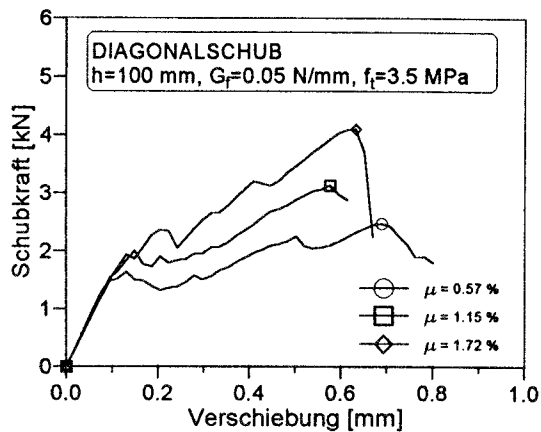
Der Einfluß der Biegebewehrungsfläche auf das Diagonalschubversagen wird anhand einer Parameterstudie für drei Balkengrößen ($h = 100, 1200$ und 2000 mm) untersucht. Die Material- und geometrischen Eigenschaften werden entsprechend der Hauptstudie des Maßstabseinflusses gewählt. Der Bewehrungsgrad wird für die o.g. Balkenhöhen zwischen $\mu = 0.57\%$ und $\mu = 1.72\%$ variiert.

Die Balken versagten in allen berechneten Fällen durch Diagonalschubbruch. Die Bewehrung kam nicht in den plastischen Stahldehnungsbereich. In Abb. 7.4.21 sind die berechneten Last-Verschiebungskurven für zwei verschiedene Balkengrößen und die o.g. Bewehrungsgrade dargestellt. Die Balken mit einem geringeren Bewehrungsgrad zeigen nach beginnender Rißbildung ein instabileres Verhalten (P_U/P_{cr} klein) und besitzen eine niedrigere Bruchlast.

Die Beziehung zwischen der Bewehrungsfläche und der Schubfestigkeit ($v_u = V_U/(bd)$) für die verschiedene Balkenhöhen ist aus Abb. 7.4.22 ersichtlich. Es ist zu erkennen, daß die Schubfestigkeit beider Balkengrößen annähernd eine lineare Funktion des Bewehrungsgrads ist. Jedoch ist die Bewehrung in kleinen Balken effektiver. Wenn man die Bewehrungsfläche bei kleinen Balken ($h = 100 \text{ mm}$) verdoppelt, nimmt die Schubfestigkeit um etwa 40 % zu, während diese Zunahme bei größeren Balken ($h = 1200 \text{ mm}$) nur etwa 15 % beträgt. Der Grund dafür besteht im wesentlichen in der Geschwindigkeit der Energiefreisetzung im Bauteil (vgl. Dreipunktbiegung von Stahlbetonbalken in Kapitel 7.3). Diese ist bei größeren

Balken sehr viel höher.

a)



b)

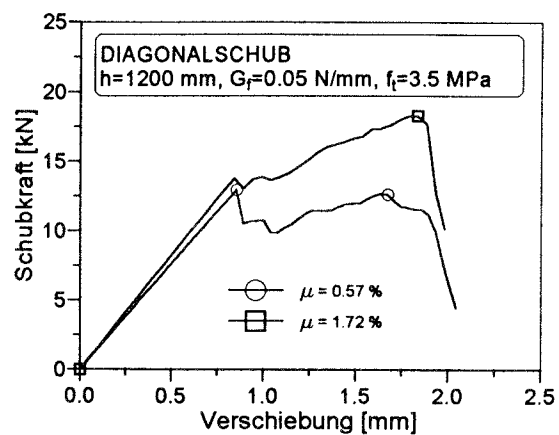


Abb. 7.4.21 Last-Verschiebungskurven für verschiedene Bewehrungsgrade: a) Kleiner Balken ($h=100$ mm); b) großer Balken ($h=1200$ mm).

Die berechneten Schubfestigkeiten bezogen auf die Betonzugfestigkeit sind in Abb. 7.4.23 in Abhängigkeit von der Balkenhöhe für zwei verschiedene Bewehrungsgrade ($\mu=0.57\%$ und 1.72%) dargestellt. Aus der Abbildung ist zu erkennen, daß ein höherer Bewehrungsgrad zwar eine höhere Schubfestigkeit, aber auch einen stärkeren Maßstabeffekt mit sich bringt.

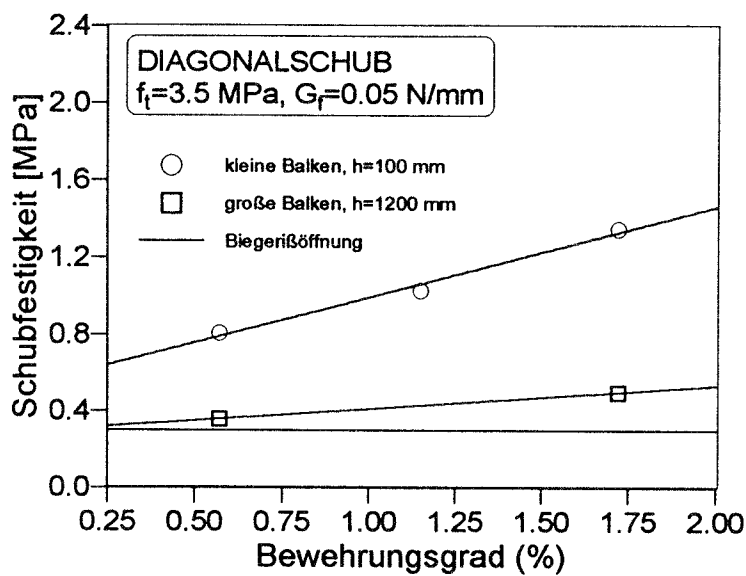


Abb. 7.4.22 Verhältnis zwischen Schubfestigkeit und Bewehrungsgrad für kleine ($h=100$ mm) und große Balken ($h=1200$ mm).

Der stärkere Maßstabeffekt ist darauf zurückzuführen, daß die Bewehrung in kleinen Balken besser ausgenutzt wird (siehe Abb. 7.4.22). In zukünftigen Versuchen sollte dieses wichtige Untersuchungsergebnis, das bisher keine Berücksichtigung in den Bemessungsvorschriften findet, verifiziert werden. In Abb. 7.4.23 sind zum Vergleich die Ergebnisse entsprechend

der Bemessungsformel nach CEB-FIP (1990) für zwei verschiedene Bewehrungsgrade (0.57% und 1.72%) eingetragen. Dabei wurde davon ausgegangen, daß für Balken mit $h=400$ mm die Schubfestigkeit nach CEB-FIP mit dem numerischen Wert übereinstimmt.

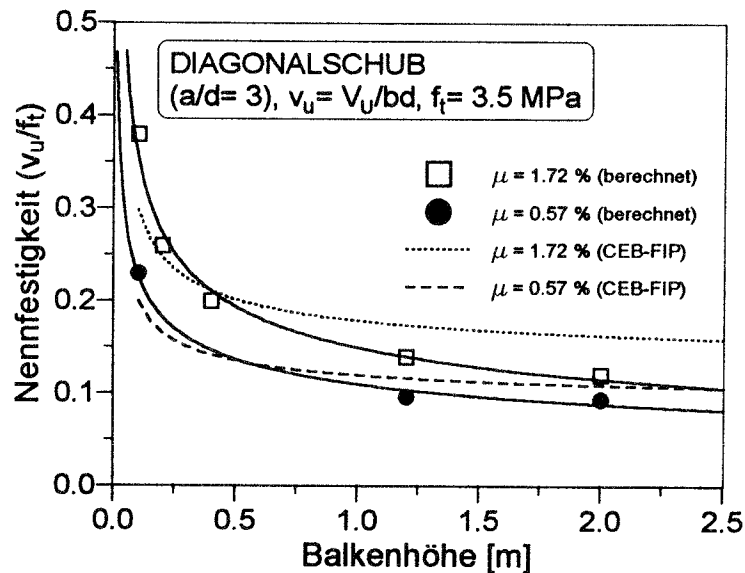


Abb. 7.4.23 Verhältnis Schubfestigkeit / Zugfestigkeit in Abhängigkeit von der Balkenhöhe. Vergleich zwischen berechneten Ergebnissen und den Werten, die nach der CEB-FIP Bemessungsformel ermittelt werden (Die CEB-FIP Kurven wurden unter der Annahme gezeichnet, daß die Bruchlast für Balken mit $h=400$ mm mit dem numerischen Wert übereinstimmt).

Für den Bewehrungsgrad $\mu = 0.57\%$ zeigt die CEB-FIP-Formel in einem ausgedehnten Größenbereich eine relativ gute Übereinstimmung mit den berechneten Ergebnissen. Bei großen Balken ($h \geq 0.5$ m) mit einem höheren Bewehrungsgrad ist die Übereinstimmung nicht mehr befriedigend und liegt auf der unsicheren Seite.

7.4.2.7 Diskussion der numerischen Ergebnisse

Der Mechanismus eines Diagonalschubbruchs schlanker Balken ist ziemlich komplex. Vor dem Versagen tritt nicht nur ein einzelner Diagonalriß, der von der Zug- in die Druckzone verläuft, sondern eine Vielzahl von Rissen zwischen dem ersten Biegeriß und der Bildung des endgültigen Diagonalschubbrisses auf. Bei kleinen Balken ist der Rißbildungsprozeß relativ stabil. Deshalb kann das Energieverbrauchsvermögen des Betons in großem Umfang aktiviert werden. Im Gegensatz dazu ist bei großen Balken eine umfangreiche Rißbildung nach Erreichen der Betonzugfestigkeit an der Balkenunterseite aus Energiegründen nicht möglich. Infolgedessen schlägt im Grenzfall ($d \rightarrow \infty$, $dU/da \gg G_f$) der erste Biegeriß direkt von der Betonzug- in die Biegedruckzone durch (siehe auch Kapitel 7.3). Der Balken versagt infolge Biegebruch und nicht durch Schubversagen. Die kleinstmögliche Grenze der Diagonalschubfestigkeit entspricht dem Wert beim Biegebruch. Sie ist konstant und ungleich Null. Daher strebt der Maßstabseffekt auf die Schubfestigkeit von Stahlbetonbalken wie die Biegefestigkeit von Betonbalken einer Festigkeitsgrenze zu.

In der Vergangenheit wurde die Festigkeitstheorie ohne Erfolg dazu benutzt, den Versagensmechanismus und den Maßstabeffekt bei einem Schubzugbruch zu erklären. Später wurde die linearelastische Bruchmechanik eingeführt (Reinhardt, 1981 a,b; Jenq und Shah, 1989; So und Karihaloo, 1993). Wie schon angesprochen, wird jedoch bei der LEBM die Bruchlast gewöhnlich für eine Geometrie mit einem einzelnen diskreten Diagonalriß berechnet. Daher wird ein i.a. Großteil der Bruchgeschichte, der wesentlich zur Bruchlast beiträgt, vernachlässigt.

7.4.3 Schlußfolgerungen

1. Die Ergebnisse der Berechnungen stimmen gut mit den experimentellen Beobachtungen überein. Sie gelten für Balken mit rechteckigem Querschnitt sowie für einachsige gespannte Platten.
2. Der Versagensmechanismus eines Diagonalschubbruchs von Stahlbetonbalken ohne Schubbewehrung ist sehr komplex. Er beginnt mit Biegerissen in der Mitte des Balkens, die bei Laststeigerung in Auflagerrichtung wachsen. Ein sprödes Versagen tritt ein, wenn der kritische Diagonalriß von der Zug- in die Druckzone verläuft. Bei konstanter Balkengröße und konstantem Verhältniss a/d hängt die Schubfestigkeit von den Materialeigenschaften des Betons und dem Bewehrungsgrad ab.
3. Der Rißbildungsprozeß ist bei kleinen Balken aufgrund der relativ geringen Energie, die sich im Balken ansammelt, stabil. Er liefert einen beträchtlichen Anteil zur Bruchlast. Demgegenüber ist bei großen Balken bei Bildung des ersten Biegerisses die Energiefreisetzungsgeschwindigkeit infolge der Rißbildung groß. Ein stabiles Rißwachstum ist daher nur begrenzt möglich.
Infolge der zahlreichen Risse ist bei kleineren Balken der Neigungswinkel des kritischen Diagonalschubbrisses, der in der Nähe des Auflagers beginnt, gering. Im Gegensatz dazu liegt bei großen Balken der Versagensriß ungefähr in Balkenmitte. Der Neigungswinkel ist deutlich größer, im Grenzfall ($d \rightarrow \infty$) nähert er sich 90° (BiegeriB).
4. Bei einem konstanten Bewehrungsgrad, der hoch genug ist, um einen Diagonalschubbruch zu gewährleisten, wird die Bruchlast großer Balken von der Zugfestigkeit des Betons gesteuert. Bei kleinen Balken ist ein stabiles Rißwachstum vorhanden und die Betonbruchenergie beeinflußt maßgeblich die Versagenslast. Ein höherer Bewehrungsgrad ergibt eine höhere Schubfestigkeit und einen stärkeren Maßstabeffekt.
5. Die numerischen Untersuchungen ergeben einen starken Maßstabeffekt auf die Schubfestigkeit in einem kleinen Größenbereich. Dies ist eine Folge der relativ stabilen Rißausbreitung, die vor Erreichen der Bruchlast stattfindet. Bei großen Balken gibt es nur eine begrenzte stabile Rißentwicklung, und damit ist der Maßstabeffekt sehr viel geringer. Im Grenzfall ($d \rightarrow \infty$) wird die Schubfestigkeit nicht zu Null, da dies ein Versagen des Balkens vor Auslösung des ersten Biegerisses bedeuten würde. Dies ist nicht möglich, und deshalb fällt das Minimum der Schubfestigkeit mit dem Wert bei Bildung des ersten Risses zusammen. Dieser Grenzwert ist konstant und ungleich Null.

6. Der Maßstabseffekt kann in guter Näherung mit dem Maßstabsgesetz für positive Geometrien beschrieben werden.
7. Für Modelle, die auf der bruchmechanischen Methode beruhen, muß die vollständige Bruchgeschichte und nicht nur ein einzelner Diagonalriß berücksichtigt werden. Dies gilt insbesondere für kleinere Balken. Denn die Rißbildung und deren Folgeerscheinungen tragen wesentlich zur Bruchlast bei. Einzelschubrißmodelle entsprechend der LEBM sind nur für größere Balken geeignet.

7.5 Gedrungene Stahlbetonbalken ohne Schubbewehrung

7.5.1 Einführung

Gedrungene Balken mit einer horizontalen Biegebewehrung und ohne Schubbewehrung werden in der Ingenieurpraxis oft benutzt. Der Tragmechanismus dieser Balken unterscheidet sich generell von dem schlanker Balken. Der ausschlaggebende Beiwert, der in der Praxis üblicherweise zur Unterscheidung zwischen "gedrungenen" und "schlanken" Balken benutzt wird, ist das Verhältnis a/d . Darin sind a = der Hebelarm der Last und d = der Abstand zwischen Druckzonenrand und Bewehrung (siehe Abb. 7.5.1). Wenn das Verhältnis $a/d \geq 2$ ist, kann der Balken je nach Bewehrungsgrad und Balkengröße durch Diagonalschubzugbruch (siehe Kapitel 7.3 und 7.4) spröde versagen.

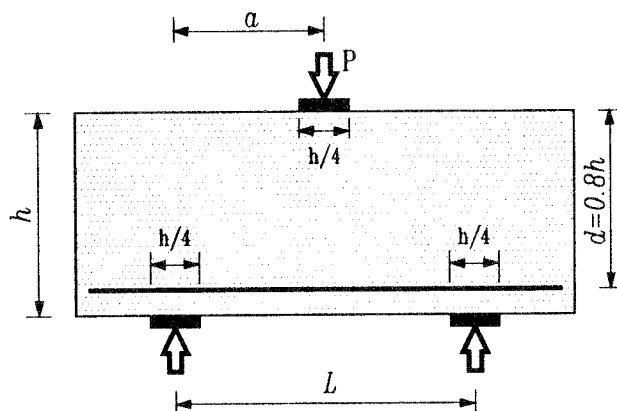


Abb. 7.5.1 Typische Geometrie eines gedrungenen Stahlbetonbalkens.

Ist eine ausreichende Biegebewehrung vorhanden, die den schlagartigen Bruch bei Auslösung des ersten Biegerisses verhindert, versagen Balken mit einer Schubschlankheit $a/d < 2$ durch ein sogenanntes Schubdruckversagen. Dieses Versagen zeigt ein duktileres Verhalten als es bei schlanken Balken zu beobachten ist. Der Tragmechanismus kann qualitativ durch ein einfaches Stabwerkmodell beschrieben werden (Schlaich und Schäfer, 1984; Lehwalter, 1988; Walraven und Lehwalter, 1990; Walraven, 1990). Modelle dieser Art basieren auf einem einfachen globalen Kräftegleichgewicht. Sie beinhalten jedoch nicht das Energiegleichgewicht zwischen der Geschwindigkeit der Energiefreisetzung im Bauteil infolge der Rißbildung und dem Energieverbrauchsvermögen des Betons. Um daher den Einfluß der Balkengröße auf die Schubfestigkeit und den Lastabtragungsmechanismus in gedrungenen Stahlbetonbalken zu untersuchen, sind Berechnungen auf der Grundlage der Bruchmechanik erforderlich. Alternativ dazu müssen unter hohen Kosten Versuche durchgeführt werden.

In der Vergangenheit wurden systematische Versuche zum Maßstabseinfluß an gedrungenen Stahlbetonbalken nur für Balkenhöhen bis zu $h = 1000$ mm durchgeführt (Lehwalter, 1988). In diesen Versuchen war der Bewehrungsgrad in etwa konstant und hoch genug, um sowohl ein Versagen bei Beginn der Rißbildung als auch das Fließen der Bewehrung zu verhindern. Bei dem relativ hohen Bewehrungsgrad ($\mu \approx 1\%$) zeigten die Versuche bis zu einer Balkenhöhe von ungefähr 800 mm einen starken Maßstabseffekt.

Um den Einfluß der Balkenhöhe und der Bewehrungsfläche auf die Schubfestigkeit zu untersuchen, wird für ein relativ breites Spektrum von Balkenhöhen eine rechnerische Analyse durchgeführt. Die Berechnungsergebnisse werden nachfolgend dargestellt und mit den verfügbaren Versuchsdaten verglichen. Sie gelten für Balken mit Rechteckquerschnitt.

7.5.2 Rechnerische Untersuchung

7.5.2.1 Geometrie und Materialeigenschaften

Die den Berechnungen zugrundegelegte Geometrie der gedrunenen Balken ist der Abb. 7.5.2 zu entnehmen. Zum besseren Vergleich wurde die dargestellte Geometrie im wesentlichen entsprechend den Versuchskörpern von Lehwalter (1988) gewählt. Es werden geometrisch ähnliche (2D-Ähnlichkeit) Balken (Balkenhöhe $h = 200, 400, 800, 1000$ und 1600 mm) mit einem konstanten Bewehrungsgrad und dem Verhältnis $a/d = 1$ untersucht. Die Betondeckung wird proportional zur Balkengröße verändert. Dies erfolgte auch bei den Versuchskörpern von Lehwalter (1988). Der Einfluß der Biegebewehrung auf die Schubfestigkeit für verschiedene Balkengrößen wird durch Variation des Bewehrungsgrades ($\mu = 100A_s/(bh)$, A_s = Bewehrungsfläche) zwischen $\mu = 0.9$ und 1.2 % untersucht. Die Balkenbreite ist für alle Balkengrößen konstant ($b = 250$ mm).

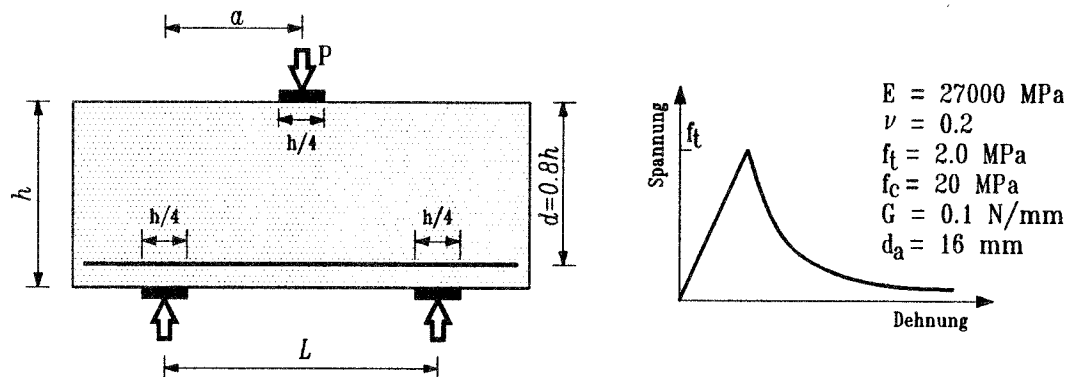


Abb. 7.5.2 Für die Berechnungen verwendete Geometrie des Balkens und Betoneigenschaften.

Wie in den vorherigen Studien wird zur Berechnung der Balken das FE-Programm auf der Grundlage des nichtlokalen Microplane-Modells benutzt. Die Eigenschaften des Betons werden konstant und ungefähr gleich den Versuchsdaten von Lehwalter (1988) angesetzt: Elastizitätsmodul $E = 27000$ MPa, Querdehnungszahl $\nu = 0.2$, einachsige Zugfestigkeit $f_t = 2.0$ MPa, Zylinderdruckfestigkeit $f_c = 20$ MPa, Bruchenergie $G_f = 0.1$ N/mm und Größtkorn $d_a = 16$ mm. Die linear-exponentielle lokale Zugspannungs-Dehnungsbeziehung (Hordijk, 1991) ist in Abb. 7.5.2 dargestellt. Die Bewehrung wird mit einem Elastizitätsmodul $E_s = 210000$ MPa und einer Fließgrenze $\sigma_y = 420$ MPa als ideal elastisch-plastisch angenommen. Sie wird wie in den vorherigen Kapiteln verschmiert modelliert.

In der FE-Analyse werden 4-knotige ebene Elemente mit vier Integrationspunkten eingesetzt. Ein typisches FE-Netz ist in Abb. 7.5.3 zu sehen. Wegen der Symmetrie wird nur eine Balkenhälfte idealisiert. Die Belastung des Balkens erfolgt durch Steuerung der vertikalen Verschiebung unter der Lastplatte. Um die Querdehnungsbehinderung durch die Lastplatte

zu simulieren, werden keine horizontalen Verschiebungen unter der Lastplatte zugelassen. Das Eigengewicht des Balkens wird nicht berücksichtigt.

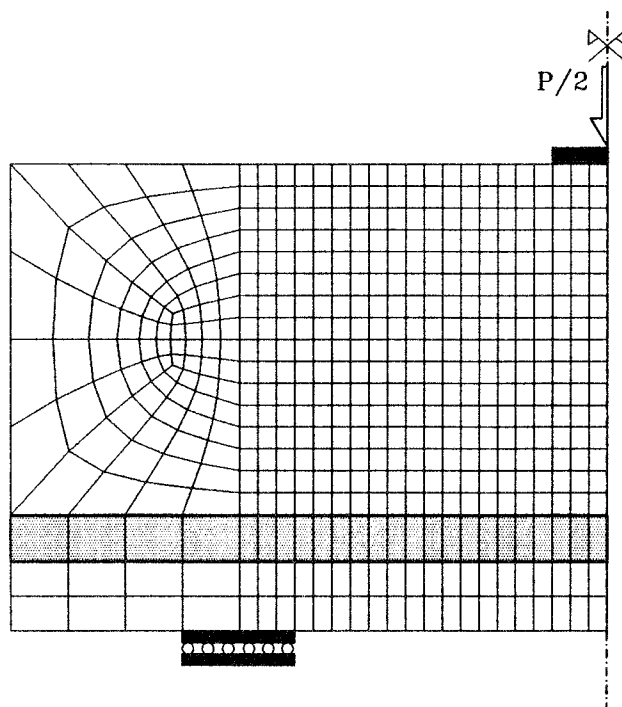


Abb. 7.5.3 Typisches FE-Netz einer Balkenhälfte (Symmetrie).

7.5.2.2 Last-Verschiebungsverhalten und Versagensmechanismus

Die berechneten Last-Verschiebungskurven für verschiedene Balkengrößen mit konstantem Bewehrungsgrad ($\mu = 1.05\%$) zeigt Abb. 7.5.4. Prinzipiell weisen die Last-Verschiebungskurven ein bilineares Verhalten auf. Nach zunächst annähernd linear-elastischem Verhalten beginnt bei Auftreten des ersten Biegerisses an der Balkenunterseite eine stärker geneigte Kurve. Entlang dieser Linie kann insbesondere bei größeren Balken eine Reihe lokaler Instabilitäten beobachtet werden. Diese Instabilitäten werden durch die Bildung neuer bzw. das Öffnen bestehender Risse hervorgerufen. In diesem Bereich der Kurve ist das Bauteilverhalten stark nichtlinear. Dies ist bei größeren Balken besonders ausgeprägt. Im Gegensatz zu schlanken Balken nimmt die Nichtlinearität bei Laststufen in der Nähe der Bruchlast zu. Dies ist ein Hinweis darauf, daß gedrungene Balken auf duktilere Weise versagen als schlanke Balken.

Bei den Berechnungen konnte ein Unterschied im Versagensmechanismus der gedrungenen Stahlbetonbalken im Vergleich zum Diagonalschubzugbruch bei schlanken Balken festgestellt werden. Der erste Riß beginnt an der Balkenunterseite in Feldmitte. Zwischen der Balkenunterseite und der Bewehrung bildet sich eine Biegeschädigungszone (siehe Abb. 7.5.5) aus. Weiterhin bildet sich und eine Anzahl von Rissen entlang der Grenzfläche zwischen Bewehrung und Beton. In Auflagernähe entsteht ein relativ großer Balkenbereich mit hohen Hauptzugdehnungen.

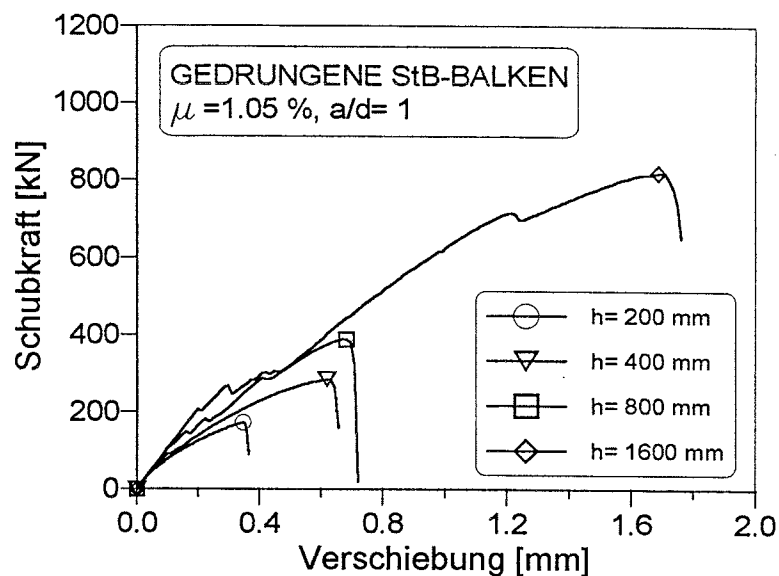


Abb. 7.5.4 Berechnetes Last-Verschiebungsverhalten gedrungener Stahlbetonbalken unterschiedlicher Größe mit konstantem Bewehrungsgrad ($\mu = 1.05 \%$).

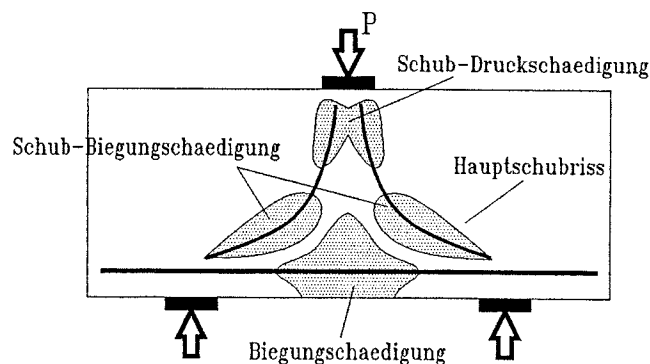


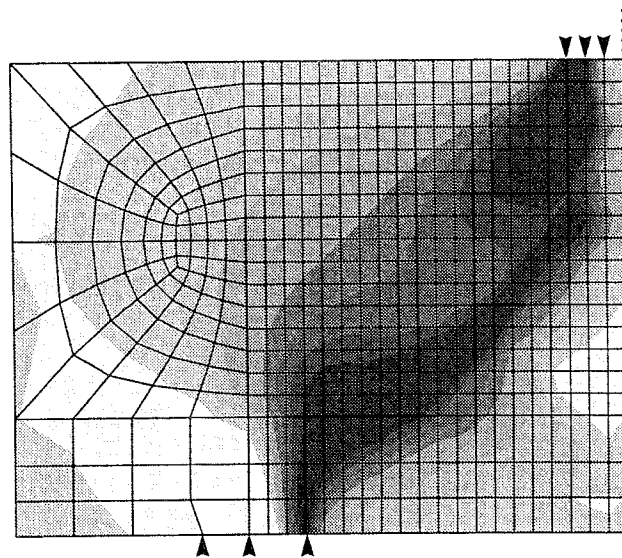
Abb. 7.5.5 Schematische Darstellung der Schädigungszonen, die bei der Berechnung gedrungener Stahlbetonbalken beobachtet wurden.

In diesem Bereich tritt daher der geneigte Hauptschubriß auf. Dieser Hauptriß bildet zusammen mit einer Reihe lokaler Biegerisse entlang der Bewehrung die Schub-Biegeschädigungszone (siehe Abb. 7.5.5). Bei weiterer Laststeigerung wächst der geneigte Hauptriß vom Auflager in Richtung der Lastplatte. Der Winkel zwischen diesem Riß und der Bewehrungsrichtung steigt mit dem Rißwachstum an, er neigt sich also während seiner Ausbreitung mit zunehmender Belastung in Richtung der Vertikalen. Gleichzeitig bildet sich in der Nähe des Lastplattenrandes ein Schub-Druckschädigungsbereich. Mit ansteigender Last ist eine Ausbreitung dieses Schädigungsbereiches zur Balkenunterseite hin zu beobachten. Das Versagen erfolgt durch Schubdruckbruch an der Balkenoberseite, sobald der Hauptdiagonalriß von der Balkenunterseite aus in den durch Schubdruck geschädigten Bereich verläuft.

In Abb. 7.5.6a,b sind die Rißbilder entsprechend den Schubspannungen bei Bruchlast für einen kleinen ($h = 200 \text{ mm}$) und einen großen Balken ($h = 1600 \text{ mm}$) dargestellt. Die dunklen Zonen stellen Bereiche mit Schubspannungen über 2 MPa dar (der Höchstwert von ungefähr

10 MPa ist bei dem kleinen Balken unter der Lastplatte zu erkennen). Diese Spannungen verlaufen im unteren Balkenbereich entlang dem Hauptdiagonalriss (Schädigungszone infolge Schubbiegung). Im oberen Teil des Balkens beschränken sie sich auf den Bereich unter der Lastplatte (Schädigungszone infolge Schubdruck). Bei dem kleineren Balken ist der Schädigungsbereich infolge Schubbiegung relativ größer und die Schubdruckschädigungszone relativ kleiner als bei großen Balken. Es ist deutlich zu erkennen, daß die auf die Bauteilhöhe bezogene Größe der Schädigungszone infolge Schubbiegung mit zunehmender Balkenhöhe abnimmt. Bei einem konstanten Bewehrungsgrad von ungefähr 1 % erreicht sie ab einer Balkenhöhe von $h \approx 800$ mm einen konstanten Wert.

a)



b)

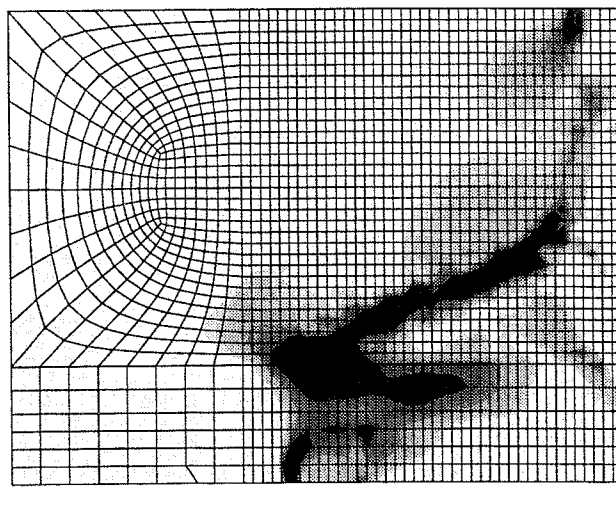


Abb. 7.5.6 Rißverläufe entsprechend den Schubspannungen bei Höchstlast; Berechnungen für $\mu = 1.05$ % und: a) $h = 200$ mm; b) $h = 1600$ mm (dunkle Zonen kennzeichnen die lokalen Schädigungsbereiche).

Um die o.g. Aussage zu bestätigen, ist in Abb. 7.5.7 für den Querschnitt in Feldmitte die Verteilung der mittleren Schubspannungen in den Knoten bei Bruchlast über die Quer-

schnittshöhe für Balkenhöhen von $h = 200, 800$ und 1600 mm dargestellt. Vergleicht man die Verteilung der Schubspannungen für die Balkenhöhen $h = 200$ und 800 mm miteinander, ist zu erkennen, daß die relative Länge der Schub-Druckwiderstandsfläche beim höheren Balken ungefähr 20 % größer ist als beim kleineren Balken und mit zunehmender Balkenhöhe konstant bleibt. Die Tatsache, daß bei kleinen Balken die Schub-Druckwiderstandsfläche kleiner ist, führt im oberen Balkenbereich zu höheren Druckspannungen. Dadurch vergrößert sich die Schubfestigkeit des Betons und der Gesamtwiderstand. Dies ist ebenfalls aus Abb. 7.5.7 beim Vergleich der maximalen Schubspannungen unter Höchstlast festzustellen. Demnach beträgt die maximale Schubfestigkeit des kleinen Balkens ($h = 200$ mm) $\tau_{max} \approx 10$ MPa, während sich bei größeren Balken $\tau_{max} \approx 5$ MPa einstellt.

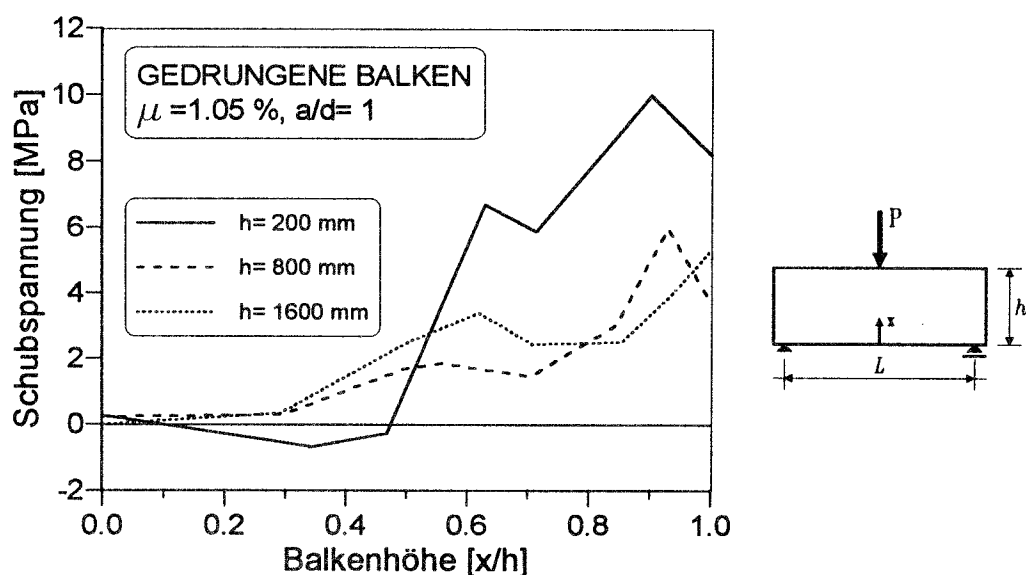


Abb. 7.5.7 Verteilung der Schubspannungen bei Höchstlast für drei verschiedene Balkenhöhen ($h = 200$ mm, $h = 800$ mm und $h = 1600$ mm) mit jeweils konstantem Bewehrungsgrad $\mu = 1.05$ %.

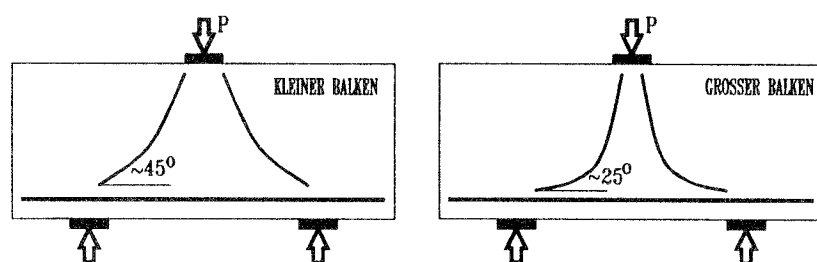


Abb. 7.5.8 Schematische Darstellung des Rißverlaufes bei kleinen und großen Balken.

Die Größe des Schub-Biege-Schädigungsbereiches beeinflusst den Neigungswinkel des Hauptdiagonalrisses. Bei kleinen Balken mit einem relativ großen Schub-Biege-Schädigungsbereich ergibt sich ein größerer Rißneigungswinkel als bei großen Balken (vgl. Abb. 7.5.8 $\alpha \approx 45^\circ$ bei $h = 200$ mm). Aufgrund der relativ niedrigen Energiefreisetzungsgeschwindigkeit zeigen

kleine Balken ein ziemlich stabiles Rißwachstum, das wesentlich zur Bruchfestigkeit des Bauteils beiträgt. Daher ist die Nennfestigkeit kleiner Balken relativ hoch. Bei größeren Balken ist der Winkel zwischen dem Hauptschubriß und der Bewehrung viel kleiner ($\alpha \approx 20 - 30^\circ$, siehe Abb. 7.5.6). Die Schub-Druckwiderstandsfläche nimmt annähernd proportional zur Balkengröße zu. Das Last-Verschiebungsverhalten ist duktiler.

Infolge des stabilen Rißwachstums sowie des wesentlichen Anteils der Betonbruchenergie zur Bruchlast kann das Tragverhalten von kleinen gedrunenen Balken durch einen kombinierten Schub-Biege-Druck-Mechanismus charakterisiert werden. Die Lastabtragung bei großen Balken erfolgt vorwiegend durch Schubdruck und mit einem sehr viel kleineren Lastanteil der Betonbruchenergie.

7.5.2.3 Maßstabseffekt auf die Schubfestigkeit

Die berechneten Schubfestigkeiten (v_u/f_c , mit $v_u = V_U/(bd)$) bezogen auf die Betondruckfestigkeit f_c für Balken mit einem konstanten Bewehrungsgrad ($\mu = 1.05\%$) sind in Abb. 7.5.9 über die Balkenhöhe aufgetragen. Zum Vergleich sind die Versuchsergebnisse von Lehwalter (1988) und die Werte nach dem CEB-FIP Model Code (1990) mit eingetragen. Dabei wurde angenommen, daß die Schubfestigkeit nach der CEB-FIP Formel für $d = 400$ mm mit den Rechenergebnissen übereinstimmt. Die Abb. 7.5.9 zeigt bis zu einer Balkenhöhe von ungefähr 800 mm einen deutlichen Maßstabseffekt auf die Schubfestigkeit. Bei größeren Balken ($h > 800$ mm) ist die Schubfestigkeit jedoch annähernd konstant und der Maßstabseffekt verschwindet. In den Versuchen von Lehwalter (1988) konnten ähnliche Abhängigkeiten beobachtet werden.

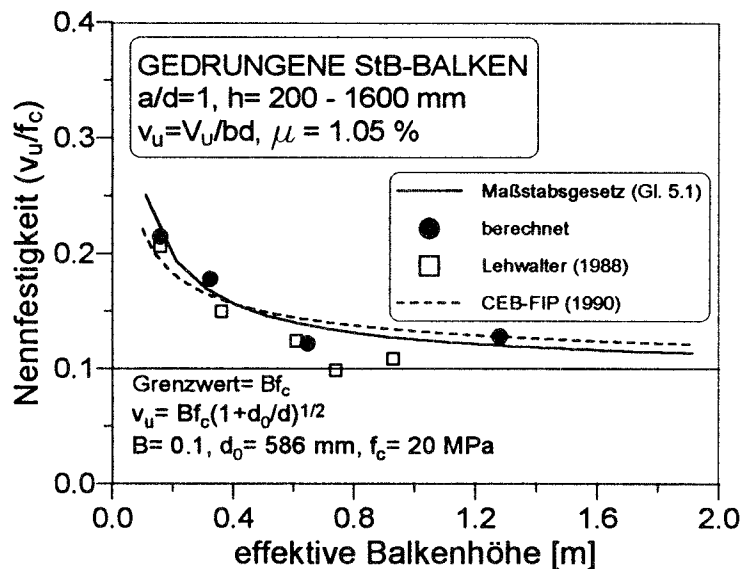


Abb. 7.5.9 Maßstabseffekt auf die Schubfestigkeit – Rechenergebnisse im Vergleich zu Versuchsergebnissen (Mittelwerte), Maßstabsgesetz nach Gl. (5.1), CEB-FIP (1990) (Bei der CEB-FIP Kurve wurde angenommen, daß die Schubfestigkeit für Balken mit $d = 400$ mm mit den Rechenergebnissen übereinstimmt).

In Abb. 7.5.9 ist auch das Maßstabsgesetz für positive Geometrien nach Gl. (5.1) mit eingetragen. Die Konstanten B und d_0 in Gl. (5.1) wurden wie bei den vorherigen Studien

ermittelt. Die Übereinstimmung zwischen den berechneten Werten, den Versuchsergebnissen, den Werten nach CEB-FIP sowie dem vorgeschlagenen Maßstabgesetz ist relativ gut. Die berechnete charakteristische Größe beträgt für den vorliegenden Fall $d_0 \approx 600$ mm. Dies bedeutet, daß bei einer Balkenhöhe $d \leq 600$ mm die Versagensart vorherrschend durch Schub-Biege-Druckversagen (starker Maßstabseffekt) und bei $d > 600$ mm durch Schub-Druckversagen (kleiner Maßstabseffekt) gekennzeichnet ist.

7.5.2.4 Einfluß der Biegebewehrung auf die Versagensart und die Schubfestigkeit

Um den Einfluß des Bewehrungsgrads auf die Versagensart und die Schubfestigkeit zu untersuchen, wird der Bewehrungsgrad von $\mu = 0.9$ bis $\mu = 1.20$ % und die Balkenhöhe von $h = 200$ bis 1600 mm variiert. Die Betondeckung und die Bewehrungsfläche werden proportional zu h verändert. In Abb. 7.5.10 sind die berechneten und die in Versuchen ermittelten Schubfestigkeiten (bezogen auf f_c) über die Balkengröße dargestellt.

Bei einer konstanten Balkenhöhe nimmt die Schubfestigkeit mit abnehmendem Bewehrungsgrad ab und der Maßstabseffekt auf die Schubfestigkeit ist in einem ausgedehnten Größenbereich stark. Dies ist darauf zurückzuführen, daß bei einer Abnahme der Bewehrungsfläche in einem breiteren Größenspektrum ein Schub-Biege-Druckbruch auftritt.

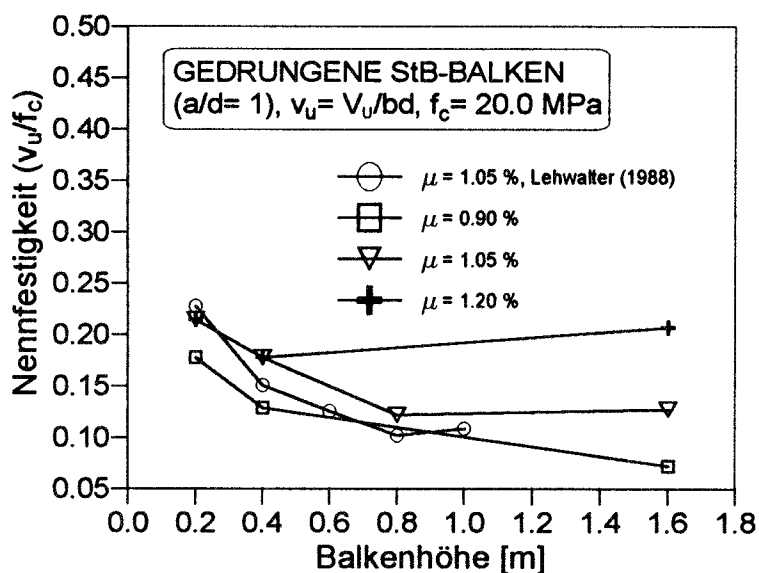


Abb. 7.5.10 Einfluß der Biegebewehrungsfläche auf den Maßstabseffekt der Schubfestigkeit.

Für $\mu \rightarrow 0$ (unbewehrter Balken) nähert sich die Schubfestigkeit der Zugfestigkeitsgrenze. Diese hängt von der Zugfestigkeit des Betons und in Abhängigkeit von der Balkengeometrie auch von der Betonbruchenergie ab. Im Gegensatz dazu versagen die Balken bei sehr hohen Bewehrungsgraden immer durch Schub-Druckbruch, ohne daß ein Maßstabseffekt auftritt, weil der Beitrag des Rißwachstums zur Schubfestigkeit vernachlässigbar ist. Nach den numerischen Untersuchungen ist für Balken mit $h \geq 400$ mm und $\mu \geq 1.2$ % der Maßstabseffekt auf die Schubfestigkeit gering. Bei konstanten Materialeigenschaften hängt die Balkenhöhe, bei der der Maßstabseffekt verschwindet vermutlich von der Balkengeometrie (Verhältnis a/d) und der Art der Bewehrung ab.

Zur Untersuchung des Einflusses des Bewehrungsgrades sowohl auf die Versagensart als auch auf die Versagenslast werden Berechnungen an relativ hohen gedrunenen Balken ($h = 1600$ mm) unter Veränderung des Bewehrungsgrades durchgeführt ($\mu = 0.5, 0.75, 1.05$ und 1.2 %). Die berechneten Last-Verschiebungskurven sind in Abb. 7.5.11 dargestellt. Die Balken ohne oder nur mit einer geringen (weniger als 0.75 %) Bewehrung versagen bei Bildung des ersten Biegerisses an der Balkenunterseite. Bei einem höheren Bewehrungsgrad steigt die Schubfestigkeit an. Dies ist auch aus Abb. 7.5.12 ersichtlich, in der die Schubfestigkeit in Abhängigkeit vom Bewehrungsgrad dargestellt ist.

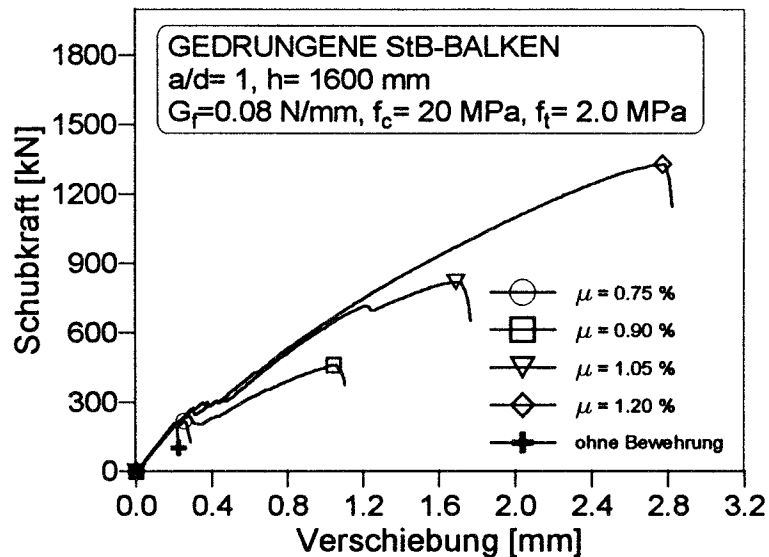


Abb. 7.5.11 Berechnete Last-Verschiebungskurven für Balken mit $h = 1600$ mm und $\mu = 0, 0.5, 0.75, 0.9, 1.05$ und 1.2 %.

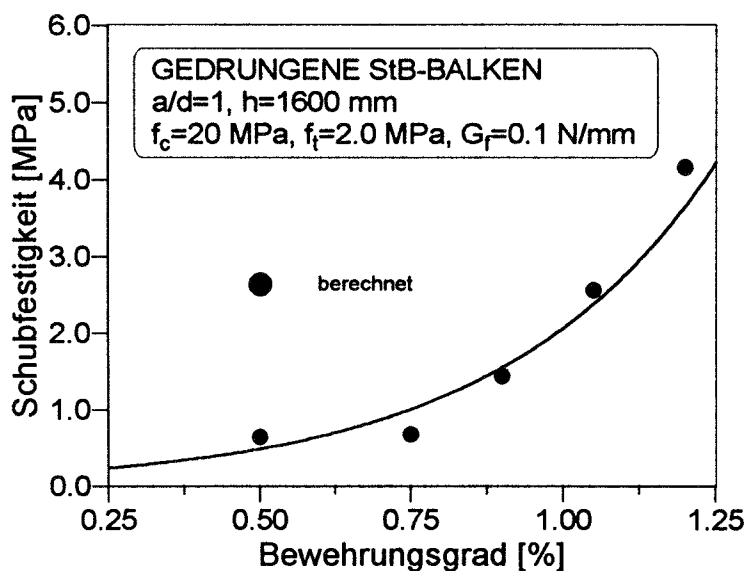


Abb. 7.5.12 Schubfestigkeit in Abhängigkeit von Bewehrungsgrad (Balkenhöhe $h = 1600$ mm).

In Abb. 7.5.13 ist der Schädigungsbereich bei Bruchlast für eine Balkenhöhe $h = 1600$ mm und $\mu = 0.75$ % dargestellt. Vergleicht man Abb. 7.5.13 mit dem Schädigungsbild des höher bewehrten Balkens ($\mu = 1.05$ %; siehe Abb. 7.5.6b), ist zu erkennen, daß bei niedrigeren Bewehrungsgraden der Einfluß der Biegung sehr viel stärker ist. Daraus resultiert ein Hauptschubriß, der sich mit einem steileren Winkel in die Druckzone ausbreitet. Ähnliches war auch bei relativ kleinen Balken mit höheren Bewehrungsgraden zu beobachten (siehe Abb. 7.5.6a). Infolge der größeren Schädigungszone, die durch Biegung hervorgerufen wird, ist die Schubwiderstandsfläche kleiner. Der Balken versagt durch Schub-Biege-Druckbruch und nicht wie der Balken mit $\mu = 1.05$ % durch Schub-Druckbruch. Dies zeigt, daß bei konstanter Balkengröße und abnehmendem Bewehrungsgrad die Versagensart von einem Schub-Druck-Bruch zu einem Schub-Biegedruck-Bruch wechselt. Gleiches gilt auch für einen konstanten Bewehrungsgrad bei abnehmender Balkenhöhe.

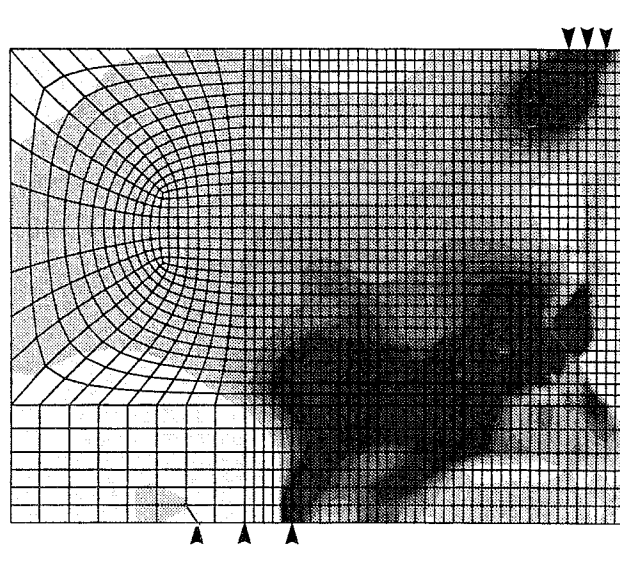


Abb. 7.5.13 Verteilung der Schädigung entsprechend den Schubspannungen bei Höchstlast für eine Balkenhöhe $h = 1600$ mm und $\mu = 0.75$ % (dunkle Bereiche bedeuten Schädigungszone(n)).

7.5.3 Schlußfolgerungen

1. Die Ergebnisse der vorliegenden Untersuchung des Schubbruches gedrungener Balken zeigen, daß diese Balken durch einen sogenannten Schub-Biege-Druck- oder Schub-Druckbruch versagen. Im Gegensatz zum Diagonalschubzugbruch schlanker Stahlbetonbalken ist diese Versagensart im allgemeinen duktiler.
2. Bei konstantem Bewehrungsgrad wechselt der Versagensmechanismus mit ansteigender Balkengröße vom Schub-Biege-Druckbruch zu einem Schub-Druckbruch. Kleine Balken versagen normalerweise durch einen Schub-Biege-Druckbruch mit einem Hauptdiagonalriß, der unter einem Winkel von ungefähr 45° zur Horizontalen verläuft. Die Betonbruchenergie trägt zur Bruchlast bei. Die Schub-Druckwiderstandsfläche ist relativ klein. Daraus ergibt sich eine höhere Biegedruckspannung und daher auch eine größere Schubfestigkeit der Biegedruckzone als bei großen Balken. Jedoch neigen diese

Bauteile zu spröderem Versagen, da hohe Spannungen auf ein relativ kleins Betonvolumen beschränkt sind.

Bei großen Balken stellt sich eine flachere Neigung des Hauptdiagonalrisses ein (ungefähr 25°). Die Balken versagen durch einen Schub-Druckbruch.

Die charakteristische Größe (d_0), bei der sich der Übergang von einer Versagensart zur anderen vollzieht, hängt hauptsächlich vom Bewehrungsgrad ab. Bei höheren Bewehrungsgraden ist d_0 kleiner als bei niedrigeren Bewehrungsgraden.

3. In einem begrenzten Größenbereich ist der Maßstabseffekt auf die Schubfestigkeit stark. Er verschwindet jedoch bei großen Balken und die Schubfestigkeit strebt einem Endwert ungleich Null zu.
4. Die Biegebewehrungsmenge hat einen maßgeblichen Einfluß auf die Versagensart und die Schubfestigkeit. Mit Erhöhung des Bewehrungsgrades nimmt im allgemeinen die Schubfestigkeit zu und die charakteristische Größe ab. Der Einfluß des Bewehrungsgrades auf den Versagensmechanismus entspricht dem der Wirkung einer Veränderung der Balkengröße bei konstantem Bewehrungsgrad. Dies bedeutet, daß bei konstanter Balkengröße mit zunehmendem Bewehrungsgrad die Versagensart vom Schub-Biege-Druckbruch zum Schub-Druckbruch wechselt. Ähnlich wie im Fall schlanker Stahlbetonbalken hängt der Einfluß des Bewehrungsgrades auf die Bruchlast von der Balkenhöhe ab.

7.6 Maßstabseffekt beim Ausziehen von Kopfbolzen aus einem Betonblock

7.6.1 Einführung

Um Lasten auf Betonbauteile zu übertragen werden in der Ingenieurpraxis oft Kopfbolzen verwendet. Die Erfahrung, zahlreiche Versuche sowie numerische Studien bestätigen, daß mit Hilfe von Befestigungsmitteln Zugkräfte in unbewehrte Betonbauteile übertragen werden können. Unter der Voraussetzung, daß die Stahlfestigkeit des Bolzens hoch genug ist, versagt der Kopfbolzen normalerweise durch einen kegelförmigen Betonausbruch. Diese Bruchart ist auf ein Versagen des Betons unter Zugbeanspruchung zurückzuführen, bei der sich ein stabiles Rißwachstum bildet (Eligehausen und Sawade, 1989). Dies ist eine typische Eigenschaft von Bauteilen mit einer negativen Geometrie. Diese Bauteile nutzen die Betonbruchenergie sehr wirkungsvoll aus.

In den letzten Jahren wurden zahlreiche Untersuchungen zum besseren Verständnis dieses Rißwachstums und zur Vorhersage der Ausziehlast von Kopfbolzen bei verschiedenen Verankerungstiefen durchgeführt (Ottosen, 1981; Eligehausen und Sawade, 1985, 1989; Krenchel und Shah, 1985; Ballarini, Shah und Keer, 1986). Zusammenfassend kann folgendes festgestellt werden. Die Materialmodelle, die nur auf Plastizitäts- oder Festigkeitskriterien und auf makroskopischen Spannungs-Dehnungsbeziehungen beruhen, sind nicht in der Lage, das Verhalten von Kopfbolzen, wie es aus Versuchen bekannt ist, vorherzusagen (Eligehausen und Sawade, 1989). Es sind daher hochentwickelte numerische Bruchanalysen erforderlich, die nicht nur die Zugfestigkeit des Betons, sondern auch das Gleichgewicht zwischen der Energiefreisetzung im Bauteil und dem Energieverbrauchsvermögen des Betons berücksichtigen.

7.6.2 Experimentelle Beweise für den Maßstabseffekt

Aufgrund der Tatsache, daß die Bruchlast beim Ausziehen eines Kopfbolzens aus einem unbewehrten Betonblock nur auf dem Betonzugtragvermögen senkrecht zur Ausbruchkegeloberfläche beruht und um sichere und wirtschaftliche Bauteile zu konstruieren, ist es notwendig, den Einfluß der Verankerungstiefe auf die Versagenslast zu kennen. In der Vergangenheit wurden daher eine Reihe von Versuchen durchgeführt (Eligehausen et al., 1991, 1992). In diesen Versuchen waren die Betoneigenschaften konstant, und die Geometrie des Kopfbolzens sowie die Verankerungstiefe wurden proportional zueinander verändert.

In Abb. 7.6.1 sind die Bruchlasten in Abhängigkeit von der Verankerungstiefe der Kopfbolzen dargestellt. Die Versagenslasten der Versuche für Verankerungstiefen von $d = 40$ bis 520 mm wurden über $\sqrt{f_{cc}}$ auf eine Würfeldruckfestigkeit $f_{cc} = 33$ MPa umgerechnet. Der Vergleich der Versuchsergebnisse mit der Formel nach ACI-349 (1980), die den Maßstabseffekt nicht berücksichtigt, zeigt deutlich, daß die gemessenen Bruchlasten bei größeren Verankerungstiefen bedeutend kleiner sind als die rechnerischen Werte.

In Abb. 7.6.1 ist außerdem eine Kurve unter Verwendung einer Bemessungsformel entsprechend der LEBM (Eligehausen und Sawade, 1989) zu sehen. Diese Formel zeigt im gesamten Größenbereich eine gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen. Dies bedeutet, daß

ein starker Maßstabseffekt auf die Betonausbruchlast existiert. Die LEBM repräsentiert nämlich den maximal möglichen Maßstabseffekt.

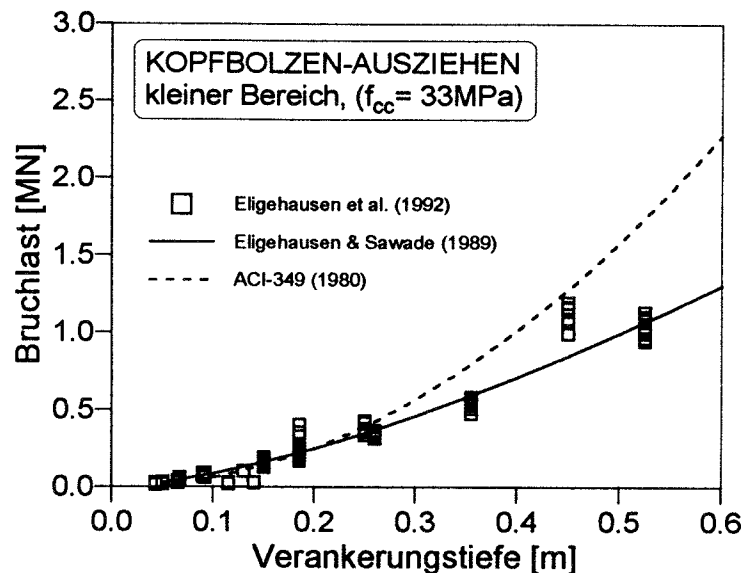


Abb. 7.6.1 Betonausbruchlasten in Abhängigkeit von der Verankerungstiefe (Elgehausen et al., 1992); Vergleiche mit Formeln mit und ohne Maßstabseffekt (die Ergebnisse sind auf eine Würfeldruckfestigkeit $f_{cc}=33\text{ MPa}$ durch Multiplikation der Versagenslasten mit $f = \sqrt{f_{cc}/33}$ normiert).

Der Bereich der untersuchten Verankerungstiefen deckt die meisten praktischen Anwendungen ab. Wie gezeigt, ist für diesen Bereich der Maßstabseffekt auf die Ausziehfestigkeit stark. Es stellt sich nun die Frage, ob sich derselbe Trend auch für Verankerungstiefen von mehr als 500 mm fortsetzt. Verankerungstiefen in dieser Größenordnung kommen im Kraftwerksbau häufig vor. Da für diese Verankerungstiefen keine Versuchsergebnisse zur Verfügung stehen, wird in der vorliegenden Studie eine nichtlokale FE-Untersuchung für große Verankerungstiefen durchgeführt.

7.6.3 Numerische Studie

7.6.3.1 Versuchskörpergeometrie und Materialeigenschaften

Die numerische Untersuchung wird für Probekörper durchgeführt, deren Geometrie ursprünglich in RILEM TC-90 (1990) vorgeschlagen wurde. Diese Geometrie sowie die verwendeten Betoneigenschaften sind in Abb. 7.6.2 dargestellt. Es werden fünf ähnliche Geometrien mit Verankerungstiefen von $d=50, 150, 450, 1350$ und 2700 mm analysiert (Größenbereich 1:54). Neben der Verankerungstiefe werden die Durchmesser der Bolzen und die Durchmesser der Bolzenköpfe proportional verändert.

Die makroskopischen Materialeigenschaften des Betons wurden wie folgt gewählt: Elastizitätsmodul $E=27000\text{ MPa}$, Querdehnzahl $\nu=0.20$, Würfeldruckfestigkeit $f_{cc}=33\text{ MPa}$, einachsige Zugfestigkeit $f_t=2.8\text{ MPa}$, Bruchenergie $G_f=0.08\text{ N/mm}$. Das Größtkorn wurde mit $d_a=16\text{ mm}$ angesetzt. Für Zugbeanspruchung wird ein bilineares lokales Spannungs-Dehnungsentfestigungs-Gesetz verwendet (Abb. 7.6.2b).

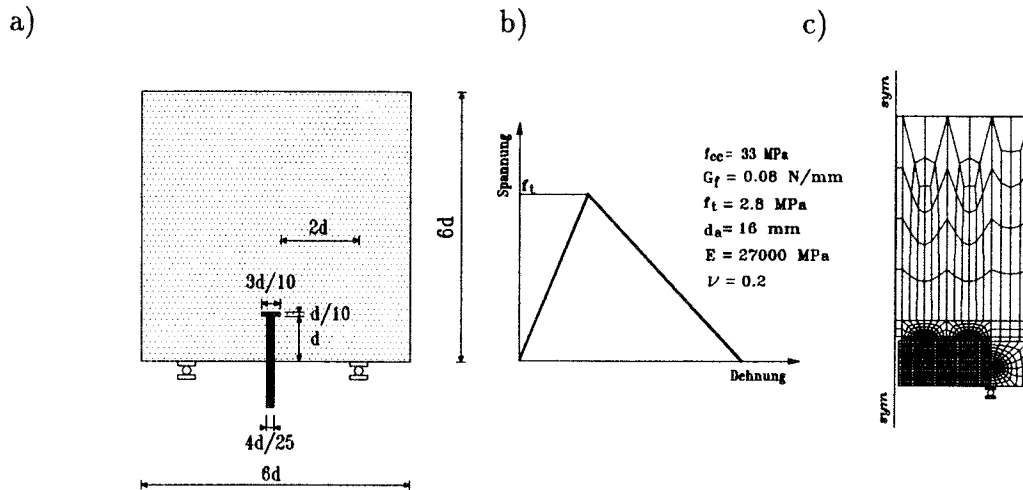


Abb. 7.6.2 Geometrie, Materialeigenschaften und typisches FE-Netz, der rechnerischen Untersuchungen.

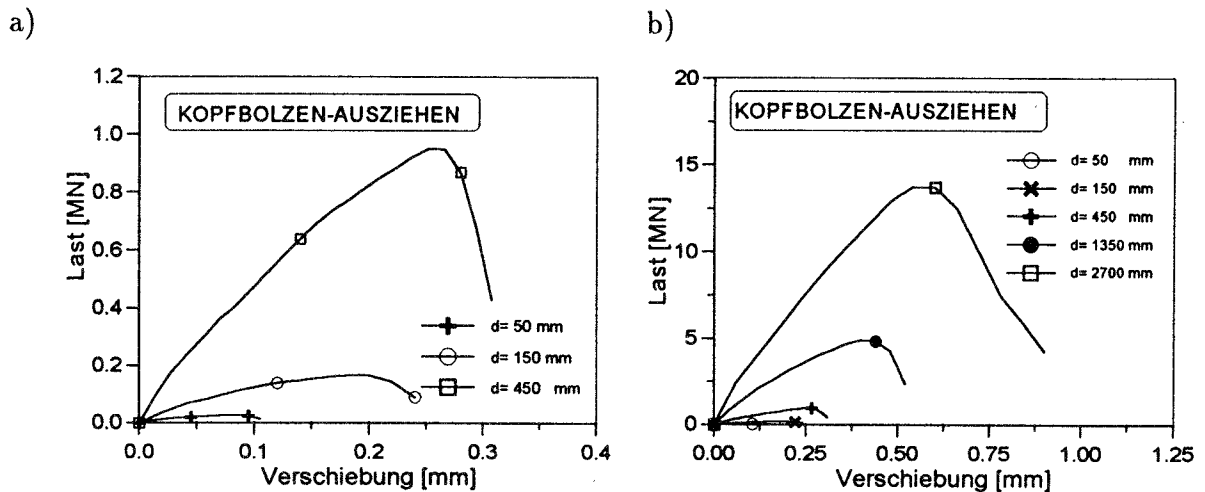


Abb. 7.6.3 Berechnete Last-Verschiebungskurven: a) Kleine Verankerungstiefen bis $d_{max} = 450 \text{ mm}$; b) große Verankerungstiefe bis $d_{max} = 2700 \text{ mm}$.

Die Analyse wird unter Verwendung eines nichtlokalen achsensymmetrischen FE-Programms mit vierknotigen, vierseitigen achsensymmetrischen Elementen sowie des nichtlokalen Microplane-Materialmodells für Beton durchgeführt. Ein typisches FE-Netz ist aus Abb. 7.6.2c ersichtlich. Das Herausziehen des Bolzens wird durch vertikale Verschiebungen, die an der Unterseite des Bolzenkopfes aufgebracht werden, simuliert. Eine Kontaktfläche zwischen dem Stahlbolzen und dem Beton ist nur unter dem Bolzenkopf vorhanden. Um den Einfluß des eingebetteten Bolzens auf die Betonverformungen zu berücksichtigen, werden Verschiebungen des Betons in der Umgebung des Bolzenkopfes senkrecht zur Lastrichtung unterbunden. Die Auflagerpunkte werden in horizontaler Richtung verschieblich und in vertikaler Richtung fest angenommen. Der Abstand zwischen Auflager und Bolzen wird zu $2d$ gewählt, so daß eine uneingeschränkte Bildung des Bruchkegels möglich ist.

7.6.3.2 Ergebnisse der Analyse

In Abb. 7.6.3a sind die berechneten Last-Verschiebungskurven für drei kleinere Verankerungstiefen ($d=50, 150$ und 450 mm) dargestellt. Es ist zu erkennen, daß die Höchstlast mit zunehmender Verankerungstiefe anwächst. Die Zunahme der Bruchlast ist aber nicht proportional zu d^2 , was aufgrund einer Plastizitäts- oder Festigkeitsanalyse zu erwarten wäre. Weiterhin ist festzustellen, daß die Last-Verschiebungskurven bei geringeren Verankerungstiefen, ähnlich wie in den Versuchen von Eligehausen und Sawade (1989), ein duktileres Verhalten aufweisen. Aus Abb. 7.6.3b sind die berechneten Last-Verschiebungskurven für den gesamten untersuchten Größenbereich ($d=50$ bis 2700 mm) zu ersehen. Obwohl die Last-Verschiebungskurven bei größeren Verankerungstiefen ein spröderes Verhalten im Vergleich zu denjenigen bei geringeren Verankerungstiefen zeigen, ist das Gesamtverhalten im Vergleich zu typischen Bauteilen mit positiver Geometrie (z.B. Balken unter Dreipunktbiegung) relativ duktil. Dies ist eine Folge des stabilen Rißwachstums vor dem Erreichen der Bruchlast.

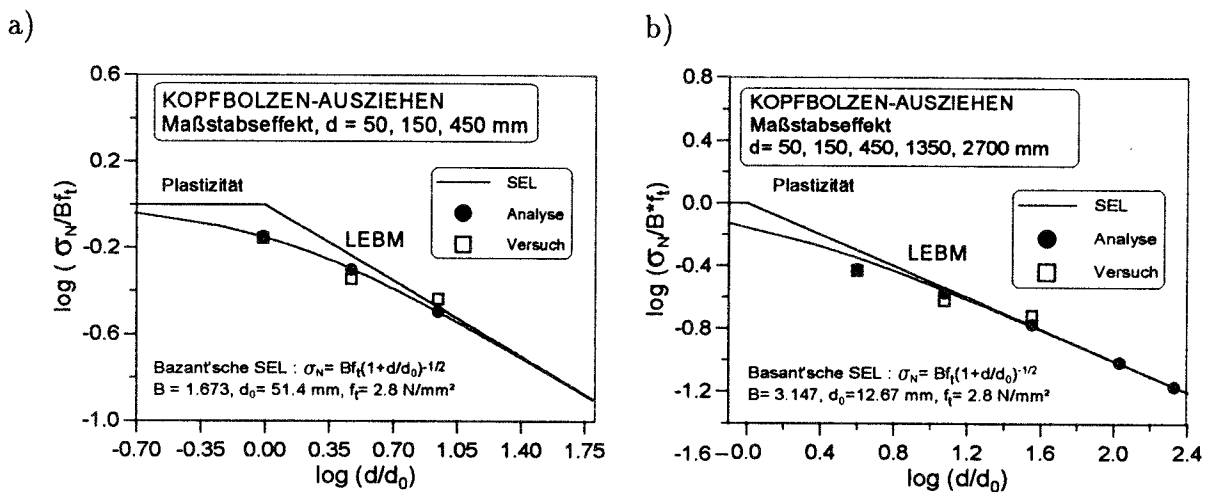


Abb. 7.6.4 Maßstabseffekt auf die Nennausziehfestigkeit: a) Kleine Verankerungstiefen bis $d_{max} = 450$ mm; b) große Verankerungstiefen bis $d_{max} = 2700$ mm.

Die berechneten und in Versuchen gemessenen, auf $f_{cc} = 33$ MPa normierten Ausziehfestigkeiten (Mittelwerte aus Eligehausen et al., 1992) sind in Abb. 7.6.4a über der bezogenen Verankerungstiefe (Bezugswert ist die charakteristische Verankerungstiefe d_0) für einen Größenbereich von $d = 50$ bis 450 mm aufgetragen. Die Nennfestigkeit ist die auf eine Kreisfläche mit einem Radius gleich der Verankerungstiefe bezogene Bruchlast ($\sigma_N = P_U/(d^2\pi)$). Zum Vergleich ist auch die Kurve dargestellt, die sich unter Verwendung des Bazant'schen Maßstabgesetzes (Gl. 4.1) ergibt. Die Konstanten B und d_0 werden wie in den vorigen Kapiteln bestimmt. Die berechneten Ergebnissen stimmen gut mit den Versuchswerten überein. Beide besitzen einen starken Maßstabseffekt. Dieser bewegt sich für Verankerungstiefen größer als die charakteristische Verankerungstiefe $d_0 \approx 50$ mm in der Nähe der LEBM. Außerdem zeigen sowohl die Versuchs- als auch die Rechnergebnisse eine gute Übereinstimmung mit dem Bazant'schen Maßstabgesetz.

Abb. 7.6.4b enthält für alle untersuchten Verankerungstiefen die o.g. Darstellungen ($d = 50$ to 2700 mm). Ähnlich wie in Abb. 7.6.4a zeigen die Rechnergebnisse auch für

den ausgedehnten Größenbereich einen starken Maßstabseffekt. Aufgrund dieser Ergebnisse stimmt für $d \rightarrow \infty$ die Nennfestigkeit mit der LEBM-Vorhersage sowie dem Bažant'schen Maßstabsgesetz überein. Offensichtlich ist auch bei zunehmender Verankerungstiefe die Voraussetzung der Proportionalität der Rißlänge annähernd erfüllt.

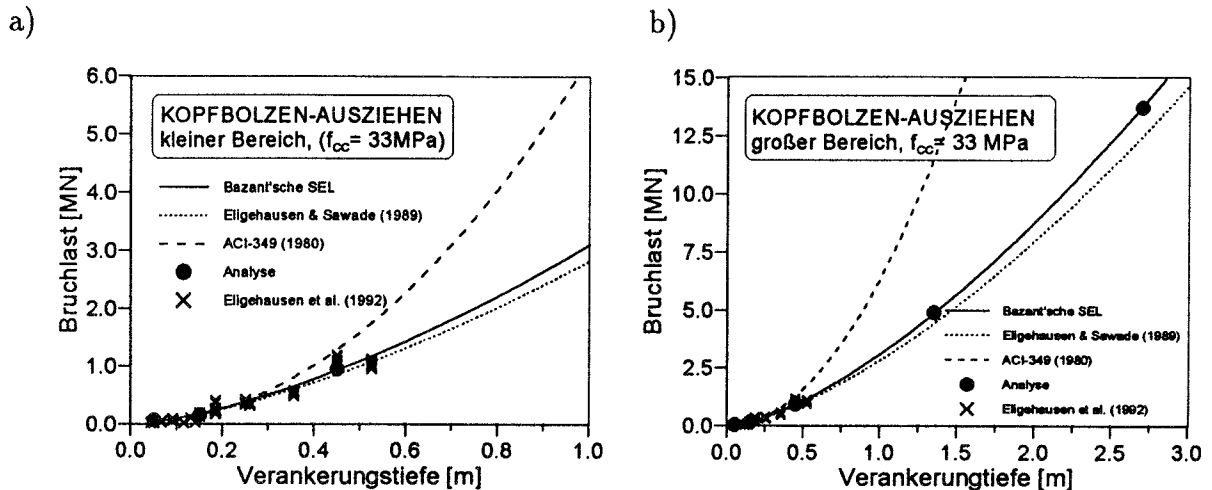


Abb. 7.6.5 Ausziehbruchlasten – Vergleich zwischen numerischen und experimentellen Ergebnissen, dem Bažant'schen Maßstabsgesetz, der Bemessungsformel ohne Maßstabseffekt (ACI-349, 1980) und der Bemessungsformel mit Maßstabseffekt (Elgehausen und Sawade, 1989): a) Kleine Verankerungstiefen; b) große Verankerungstiefen.

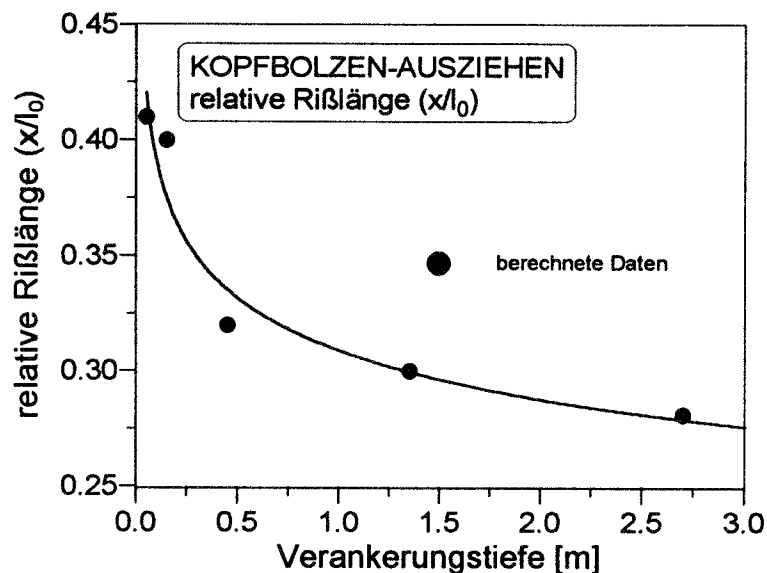


Abb. 7.6.6 Relative Rißlänge bei Bruchlast in Abhängigkeit von der Verankerungstiefe.

Der festgestellte Maßstabseffekt hat bedeutende Auswirkungen auf die Bemessungsregeln. Bedient man sich nämlich einer Bemessungsformel ohne Berücksichtigung des Maßstabseffekts, wie z.B. ACI-349 (1980), wird die Versagenslast bei größeren Verankerungstiefen deutlich

überschätzt und die Bemessung liegt auf der unsicheren Seite. Um dies hervorzuheben, werden in Abb. 7.6.5 die Bemessungsformel ohne Maßstabseffekt, $P_U = A_1 \sqrt{f_{cc}} d^2$ (ACI-349, 1980) und die Bemessungsformel mit Maßstabseffekt, $P_U = A_2 \sqrt{f_{cc}} d^{3/2}$ (Eligehausen und Sawade, 1989), mit den Versuchsergebnissen (Eligehausen et al., 1992), den berechneten Ergebnissen und dem Bažant'schen Maßstabsgesetz für Verankerungstiefen bis zu $d = 1000$ mm (Abb. 7.6.5a) beziehungsweise $d = 3000$ mm (Abb. 7.6.5b) verglichen. In den obigen Bemessungsformeln bedeuten P_U = Bruchlast, f_{cc} = Würfeldruckfestigkeit des Betons, A_1 , A_2 sind Konstanten, die eingeführt wurden, um die Druck- und Zugfestigkeit des Betons aufeinander zu beziehen und um Einheiten- und Geometrieunterschiede auszugleichen. Wie aus Abb. 7.6.5 zu sehen ist, überschätzt die Bemessungsformel ohne Berücksichtigung des Maßstabeffektes schon bei relativ kleinen Verankerungstiefen die gemessenen Bruchlasten und liegt daher auf der unsicheren Seite. Im Gegensatz dazu stimmen die Versuchsdaten gut mit den errechneten Ergebnissen, dem Bažant'schen Maßstabsgesetz sowie der Bemessungsformel unter Berücksichtigung des Maßstabeffektes überein, die auch bei sehr großen Verankerungstiefen konservative Ergebnisse liefert.

7.6.3.3 Diskussion der Ergebnisse

Die Rechnergebnisse deuten zweifellos darauf hin, daß im Gegensatz zu Bauteilen mit positiver Geometrie beim Ausziehen eines Kopfbolzens ein starker Maßstabseffekt über große Verankerungstiefen vorliegt. Unabhängig von der Verankerungstiefe gibt es bei Belastung des Bolzens immer eine Dehnungslokalisierung unter dem Bolzenkopf. Somit liegt die wichtigste mechanische Bedingung für die Existenz des Maßstabeffekts für jede Verankerungstiefe vor. Auf Grund der geometrischen Eigenschaften des vorliegenden Bauteiles (negative Geometrie) ist nach Bildung des Risses die Energiefreisetzung im Bauteil geringer als die Bruchenergie G_f . Dies wiederum bedeutet ein stabiles Rißwachstum bis die kritische Rißlänge erreicht ist.

Infolge des endlichen und konstanten Energieverbrauchsvermögens des Betons (G_f) und einer relativ zu G_f geringen Energiefreisetzungsgeschwindigkeit muß die kritische Rißlänge bei kleineren Verankerungstiefen höher sein als bei größeren Verankerungstiefen. Dies wird in Abb. 7.6.6 bestätigt, in der die relative Rißlänge bei Höchstlast als Funktion der Verankerungstiefe dargestellt ist. Die relative kritische Rißlänge entspricht dem Verhältnis zwischen der Rißlänge bei Höchstlast und der maximalen Rißlänge des Betonausbruchkegels, wobei der zum Versagen führende Riß unter einem mittleren Winkel von 35° gegenüber der Betonoberfläche angenommen wird. Wie aus Abb. 7.6.6 zu erkennen ist, beträgt die relative Rißlänge bei Höchstlast bei kleineren Verankerungstiefen ($d = 50$ bis 150 mm) ungefähr 0.4. Für $d \rightarrow \infty$ nähert sie sich jedoch einem konstanten Wert von etwa 0.25 an. Dies bestätigt, daß bei einem sehr großen Bauteil die Rißlänge annähernd proportional zur Verankerungstiefe ist. Daraus resultiert ein starker Maßstabseffekt in einem großen Bereich.

In den Abb. 7.6.7 und 7.6.8 sind die Rißbilder bei Höchstlast und nach Berechnungsende sowohl für eine geringe ($d = 150$ mm) als auch für eine große ($d = 1350$ mm) Verankerungstiefe dargestellt. Die dunklen Bereiche bedeuten Schädigungszonen (Risse). Vergleicht man die Rißlänge bei Höchstlast und am Ende der Berechnung bei einer kleinen und einer großen Verankerungstiefe miteinander, ist zu erkennen, daß die relative Rißlänge bei kleiner Verankerungstiefe sehr viel größer ist. Die bei Versuchen durchgeführten Messungen der kritischen Rißlänge bestätigen die obigen Rechenergebnisse, obwohl diese Messungen nur bis Veranke-

rungstiefen von 520 mm vorliegen (Eligehausen und Sawade, 1989).

a)

b)

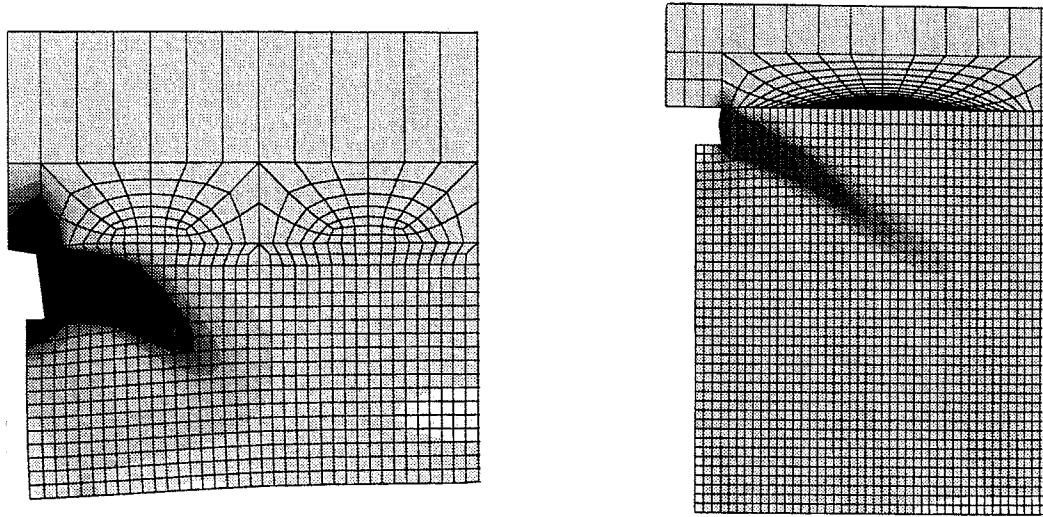


Abb. 7.6.7 Rißbilder entsprechend den maximalen Hauptdehnungen bei Höchstlast: a) Geringe Verankerungstiefe ($d=150$ mm); b) große Verankerungstiefe ($d=1350$ mm).

a)

b)

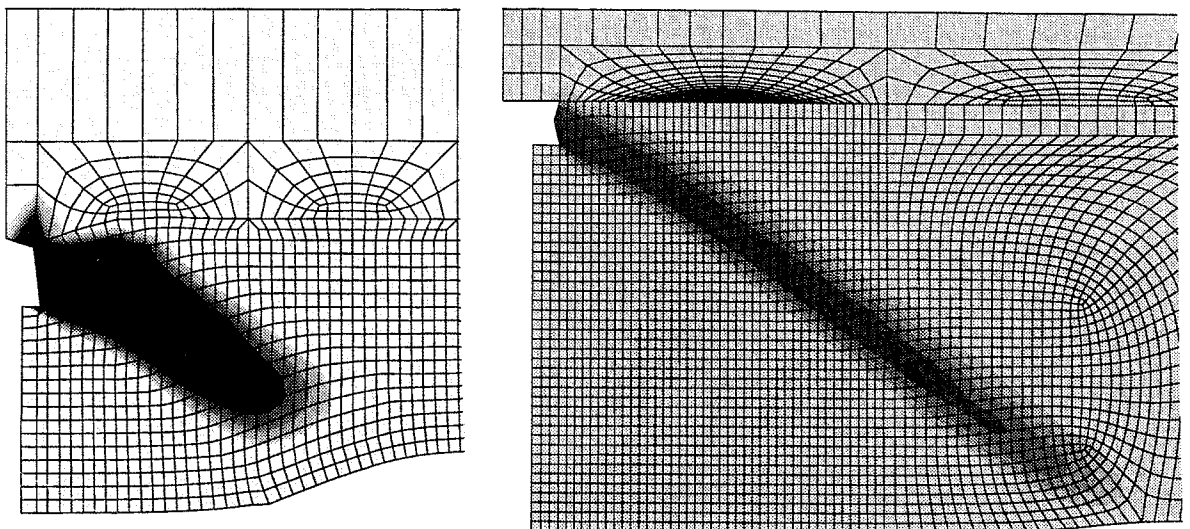


Abb. 7.6.8 Rißverläufe entsprechend den maximalen Hauptdehnungen am Ende der Berechnung: a) Geringe Verankerungstiefe ($d=150$ mm); b) große Verankerungstiefe ($d=1350$ mm).

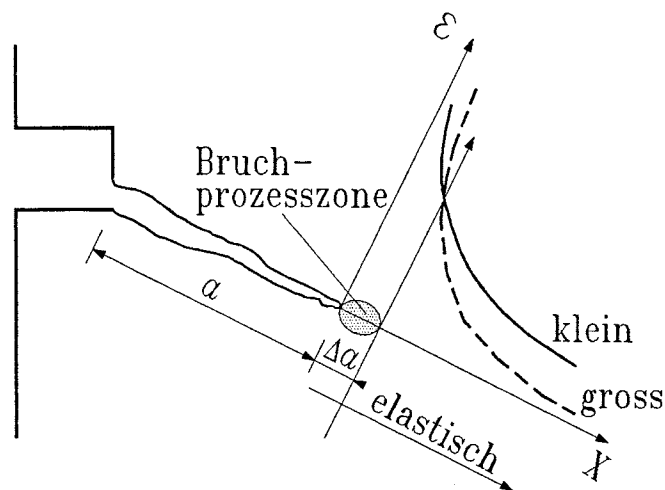


Abb. 7.6.9 Schematische Darstellung der Dehnungsverteilung an der Rißspitze für eine geringe und eine große Verankerungstiefe.

In Abb. 7.6.9. ist die schematische Dehnungsverteilung in Hauptrichtung vor dem Erreichen der kritischen Rißlänge für eine geringe und eine große Verankerungstiefe dargestellt. Dasselbe Rißlängeninkrement (Δa) führt bei der größeren Verankerungstiefe zu einer höheren Energiefreisetzungsgeschwindigkeit ($\Delta U/\Delta a$). Damit aber das Energiegleichgewicht erreicht wird, muß bei einer größeren Verankerungstiefe $\Delta \sigma_N$ abnehmen.

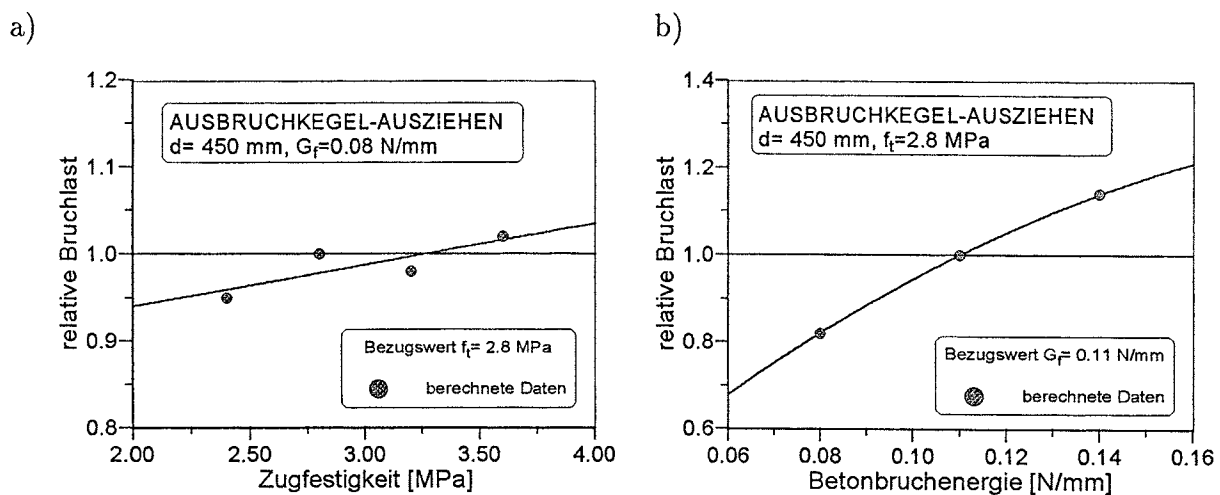


Abb. 7.6.10 Berechnete bezogene Ausziehbruchlasten für eine Verankerungstiefe von $d = 450 \text{ mm}$: a) In Abhängigkeit von der Betonzugfestigkeit ($f_t = \text{konst.}$); b) in Abhängigkeit von der Betonbruchenergie ($G_f = \text{konst.}$).

In den vorherigen Kapiteln wurde bereits besprochen, daß Bauteile, die einen starken Maßstabseffekt aufweisen, empfindlich gegenüber einer Veränderung der Bruchenergie G_f und nahezu unempfindlich gegenüber einer Veränderung der Zugfestigkeit des Betons reagieren. Um dies zu verifizieren, wird eine Parameterstudie für Kopfbolzen mit einer Verankerungstiefe von $d = 450 \text{ mm}$ unter Zugrundelegung der nachfolgende Ansätze durchgeführt:

- (1) Bei einer konstanten Bruchenergie $G_f = 0.08 \text{ N/mm}$ wird die Zugfestigkeit des Betons

von 2.4 bis 3.6 MPa verändert; (2) bei einer konstanten Betonzugfestigkeit $f_t = 2.8$ MPa wird die Betonbruchenergie von 0.8 bis 0.14 N/mm variiert. Die berechneten bezogenen Bruchlasten sind in Abb. 7.6.10 in Abhängigkeit von der Zugfestigkeit beziehungsweise der Bruchenergie des Betons dargestellt. Folgendes ist ersichtlich. Die Versagenslast ist nahezu unabhängig von der Zugfestigkeit des Betons (Abb. 7.6.10a), während sie aber annähernd mit der Wurzel der Betonbruchenergie ansteigt. Dies wurde durch theoretischen Untersuchungen auf der Grundlage der LEBM von Sawade und Eligehausen (1989) bestätigt.

Eine interessante Beobachtung ist aus der vorliegenden Studie zu machen. Die Last-Verschiebungskurven (Abb. 7.6.4) zeigen ein relativ duktilen Verhalten. Dies hat zwei Gründe: (1) Relativ große Verformungen infolge der hohen Druckspannungskonzentration unter dem Kopf des Bolzens (insbesondere bei kleinen Bolzenköpfen). (2) Eine stabile Rißausbreitung vor Erreichen der Höchstlast. Diese Ergebnisse bestätigen, daß ein starker Maßstabseffekt kein sprödes Last-Verschiebungsverhalten eines Bauteils bedingt. Tatsächlich ist das Gegenteil der Fall. Bauteile, die infolge Überschreiten der Betonzugfestigkeit versagen und einen starken Maßstabseffekt auf die Nennfestigkeit besitzen, zeigen ein relativ duktilen Verhalten. Dies läßt sich dadurch begründen, daß die Energie, die während eines stabilen Rißwachstums freigesetzt wird, vom Beton verbraucht werden kann. Versagt demgegenüber das Bauteil beim Auftreten eines Risses (kein Maßstabseffekt), wird die Energie, die sich im Bauteil bis zum Versagen angesammelt hat, auf explosive Weise freigesetzt. Daher muß das Verhalten spröde sein.

7.6.4 Schlußfolgerungen

1. Die numerischen FE-Analysen des Ausziehens von Kopfbolzen aus einem unbewehrten Betonblock ergeben unabhängig von der Verankerungstiefe einen starken Maßstabseffekt auf die Versagenslast bei kegelförmigem Betonausbruch. Die mechanischen Gründe dafür sind: (1) Die Inhomogenität des Dehnungsfeldes ist, unabhängig von der Verankerungstiefe, immer groß. (2) Infolge der geometrischen Eigenschaft des Bauteils (negative Geometrie) wächst der Riß bis zum Erreichen der kritischen Länge bei Höchstlast stabil an. Ein großer Maßstabseffekt wurde auch in Versuchen mit Kopfbolzen bis zu einer Verankerungstiefe von 520 mm beobachtet.
2. Die kritische Rißlänge ist bei sehr großen Verankerungstiefen annähernd proportional zur Verankerungstiefe. Daher strebt bei $d \rightarrow \infty$ die Nennfestigkeit annähernd gegen Null. Deshalb kann das Bazant'sche Maßstabsgesetz als gute Näherung für den Maßstabseffekt auf die Ausziehfestigkeit von Kopfbolzen verwendet werden.
3. Die vorliegende Studie an Kopfbolzen bestätigt, daß Bauteile, die einen starken Maßstabseffekt aufweisen (Bauteile mit negativer Geometrie), in der Lage sind, das Energieverbrauchsvermögen des Betons auszunutzen. Infolgedessen ist das Last-Verschiebungsverhalten im Vergleich zu Bauteilen, die keinen Maßstabseffekt besitzen und bei beginnender Rißbildung versagen, relativ duktil.
4. Der Maßstabseffekt muß in Bemessungsvorschriften für Befestigungsmittel eingeführt werden. Andernfalls liegt die Bemessung bei großen Verankerungstiefen deutlich auf der unsicheren Seite.

8 Zusammenfassung

Der Hauptgrund für den Maßstabseffekt von Beton- und Stahlbetonteilen auf die Nennfestigkeit ist die Rißbildung im Beton (Lokalisierung einer Schädigung) und die damit zusammenhängende Freisetzung von Energie im Bauteil. Wenn ein stabiles Rißwachstum in einem ausgedehnten Größenbereich möglich ist, dann ist der Maßstabseffekt stark. Der Grund hierfür ist, daß bei einer konstanten Bruchenergie des Betons (G_f annähernd eine Materialeigenschaft) die Freisetzung von Energie im Bauteil infolge der Rißbildung mit der Bauteilgröße zunimmt. Sofern kein stabiles Rißwachstum vorliegt, versagt das Bauteil bei Auslösung der Rißbildung ohne Maßstabseffekt auf die Nennfestigkeit.

Die Bruchlast ist bei Bauteilen, die einen starken Maßstabseffekt aufweisen sowohl von der Betonbruchenergie als auch von der Zugfestigkeit abhängig. Wenn es im Gegensatz dazu keinen Maßstabseffekt gibt, wird die Bruchlast nur von der Betonzugfestigkeit beeinflusst. Die Empfindlichkeit eines Bauteils gegenüber einem Maßstabseffekt kann deshalb einfach überprüft werden, indem man die Empfindlichkeit der Bruchlast gegenüber der Veränderung der Betonbruchenergie untersucht. Wenn sie hoch ist, muß auch der Maßstabseffekt stark sein.

Es gibt kein allgemeines Maßstabseffektgesetz für Beton- und Stahlbetonbauteile. Es ist jedoch nützlich, zwei Klassen von Bauteilkonfigurationen (Geometrien) zu unterscheiden: (1) positiv (normal) – bei Annahme der Gültigkeit der LEBM kein stabiles Rißwachstum möglich, und (2) negativ – stabiles Rißwachstum möglich. Im ersten Fall ist auf Grund der relativ bedeutenden Größe der Betonbruchprozeßzone der Maßstabseffekt nur in einem begrenzten Größenbereich stark und die Nennfestigkeit strebt gegen einen konstanten Wert (Festigkeitsgrenze) ungleich Null (Gleichung (5.1)). Im zweiten Fall ist dagegen der Maßstabseffekt auf die Nennfestigkeit unabhängig von der Bauteilgröße stark. Bei $d \rightarrow \infty$ strebt die Nennfestigkeit annähernd gegen Null (Gleichung (4.1)). Ein typischer Fall für eine positive Geometrie (Einzelriß) ist ein unbewehrter Betonbalken, der durch Dreipunktbiegung belastet ist, bei dem der Maßstabseffekt auf die Nennbiegefestigkeit bei großen Balken verschwindet. Ein Beispiel für eine negative Geometrie (Einzelriß) ist das Ausziehen eines Kopfbolzens aus einem Betonblock.

Auf Grund der Komplexität des Bruchprozesses in Beton- und Stahlbetonbauteilen (komplexe Mehrfachrißbildung – z.B. Betonbiegebalken ohne Bewehrung, Schubbeanspruchung von schlanken und hohen Stahlbetonbalken ohne Schubbewehrung) zeigen die meisten Bauteile einen Wechsel des Versagensmechanismus mit zunehmender Bauteilgröße oder geändertem Bewehrungsgrad. In einem begrenzten Größenbereich wirken sie als ein Bauteil mit negativer Geometrie (stabile Rißausbreitung, relativ duktiles Verhalten) mit einem relativ großen Maßstabseffekt. Außerhalb dieses Bereichs wirken sie jedoch als Bauteil mit positiver Geometrie (kein stabiles Rißwachstum, sprödes Verhalten) ohne Maßstabseffekt. Daher kann die Schubfestigkeit von schlanken und gedrunenen Balken ohne Schubbewehrung gut mit dem Maßstabsgesetz Gl.(5.1) für positive Geometrien beschrieben werden. Der Grund für den Übergang der Versagensart von relativ duktil zu spröde ist die Energie, die infolge der Rißbildung im Beton in dem Bauteil freigesetzt wird.

Wenn es bei Stahlbetonbauteilen zu Schädigungs- und Rißbildungsphänomenen kommt, müssen zwei Bilanzgleichungen erfüllt sein, um ein stabiles Verhalten des Bauteils zu gewährleisten: (1) Gleichgewicht der Kräfte und (2) Energiegleichgewicht zwischen der Freisetzung von Energie im Bauteil und dem Energieverbrauchsvermögen des Materials. In kleinen

Beton- und Stahlbetonbauteilen mit positiver Geometrie steuern beide Bedingungen die Bruchlast. In einem kleinen Bauteil ist die freigesetzte Energie im Bauteil im Vergleich zum Energieverbrauchsvermögen des Betons klein. Daher zeigen kleine Bauteile ein relativ duktileres Verhalten. Im Gegensatz dazu ist in großen Bauteilen die Energiebilanz für die Bruchlast ausschlaggebend. Der Grund dafür besteht in der hohen Geschwindigkeit der Energiefreisetzung im Bauteil, die das Energieverbrauchsvermögen des Betons übersteigt. Infolgedessen weisen größere Bauteile i.a. ein spröderes Verhalten als kleinere auf und der Maßstabseffekt verschwindet.

Biegebalken mit Schubbewehrung zur Verhinderung eines Schubbruches benötigen eine Mindestbewehrung um einen spröden Bruch bei Auftreten eines Risses zu verhindern. Der Mindestbewehrungsgrad hängt wesentlich von der Anordnung der Längsbewehrung ab. Wird sie an der Unterseite des Balkens konzentriert, steigt der Mindestbewehrungsgrad etwa mit $\sqrt{d}$ (d = Bauteilgröße) an. Wird dagegen der Balken mit einer ausreichenden Steglängsbewehrung bewehrt, ist der Mindestbewehrungsgrad etwa unabhängig von der Bauteilgröße. Eine Steglängsbewehrung ist auch bei großen, hochbewehrten Balken erforderlich, um einen spröden Bruch bei Rißbildung zu verhindern.

Bei hochbewehrten Biegebalken wird die Höchstlast durch das Versagen des gedrückten Betons hervorgerufen. Das Bruchmoment ist bei kleinen Balken höher als der aus der Streckgrenzenlast der Bewehrung berechnete Wert. Dies liegt an der Mitwirkung des Betons auf Zug in der Biegezugzone. Allerdings ist dieser Einfluß gering. Er wird bei der Bemessung vernachlässigt; dies liegt auf der sicheren Seite. Ein Maßstabseinfluß des gedrückten Betons auf die Biegebruchlast wurde nicht festgestellt.

Die Ergebnisse der numerischen Studien sollten durch weitere experimentelle Untersuchungen vor allem an hohen Balken auf ihre Richtigkeit überprüft werden. Werden sie durch die Versuche bestätigt, sind sie in Bemessungsvorschriften zu berücksichtigen.

9 Literaturverzeichnis

1. ACI Standard 349, (1980). *Code Requirements for Nuclear Safety Related Concrete Structures*, Appendix B – Steel Embedments.
2. ACI Committee 318, (1989). *ACI Building Code Requirements for Reinforced Concrete*, American Concrete institute, Detroit, MI. pp.353.
3. Alexander (1987), see Tang, T., Shah, S., and Ouyang, C. (1992). "Fracture mechanics and size effect of concrete in tension," *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 118(11), 3169-3185.
4. Ballarini, R.; Shah, S. and Keer, L. (1986). "Failure characteristics of short anchor bolts embedded in a brittle material," *Proc. R. Soc. London*, A 404, pp. 35-54.
5. Bažant, Z.P., and Oh, (1983). "Crack band theory for fracture of concrete," *Materials and Structures*, RILEM, 93(16), 155-177.
6. Bažant, Z.P. (1984). "Size effect in blunt fracture: concrete, rock, metal," *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 110(4), 518-535.
7. Bažant, Z. P. (1984b). "Imbricate continuum and progressive fracturing of concrete and geomaterials," *Meccanica* (Italy) (Special issue commemorating the centennial of A. Castigliano's death), 19, 86-93.
8. Bažant, Z. P. (1984c). "Imbricate continuum and its variational derivation," *J. Engrg. Mech.*, ASCE, 110(12), 1693-1712.
9. Bažant, Z.P., and Kim, J.K. (1984). "Size effect in shear failure of longitudinally reinforced beams," *Journal of American Concrete Institute*, 81(5), 456-468.
10. Bažant, Z. P., and Gambarova, P. (1984). "Crack shear in concrete: crack band microplane model." *J. of Structural Engineering* ASCE, 110, 2015-2035.
11. Bažant, Z. P. (1985). "Distributed cracking and nonlocal continuum," *Finite Element Methods for Nonlinear Problems*, ed. by P. Bergan et al., Springer, Berlin 1986, 77-102; also Symp. Preprints, Trondheim 1985, Paper II-2.
12. Bažant, Z.P. (1986). "Mechanics of distributed cracking," *Applied Mechanics Reviews*, ASME, Vol. 39, 675-705.
13. Bažant, Z.P. (1987). "Snapback instability at crack ligament tearing and its implication for fracture micromechanics," *Cement and Concrete Research* 17, 951-967.
14. Bažant, Z.P. (1987). "Fracture energy of heterogeneous materials and similitude," *Proceedings, SEM-RILEM International Conference on Fracture of Concrete and Rock*, Ed. by S.P. Shah and S.E. Swartz, Huston, pp. 390-402.
15. Bažant, Z.P., and Cao, Z. (1987). "Size effect in punching shear failure of slabs," *ACI Structural Journal* Vol. 84, 44-53.

16. Bažant, Z.P., and Sun, H.-H. (1987). "Size effect in diagonal shear failure: influence of aggregate size and stirrups," *ACI Materials Journal*, 84(4), 259-272.
17. Bažant, Z.P. and Pfeiffer, A., (1987). "Determination of fracture energy from size effect and brittleness number," *ACI Materials Journal*, 84-M41, 463-480.
18. Bažant, Z.P., and Prat, P.C. (1988). "Microplane model for brittle-plastic material - parts I and II," *Journal of Engineering Mechanics ASCE*, 114(10), 1672-1702.
19. Bažant, Z.P., and Sener, S. (1988). "Size effect in pull-out tests," *ACI Materials Journal*, Vol. 85, 347-351.
20. Bažant, Z.P., Sener, S. and Prat, P. (1988). "Size effect tests of torsional failure of plain and reinforced concrete beams," *Materials and Structures*, 21, 425-430.
21. Bažant, Z.P., and Lin, (1988). "Nonlocal smeared cracking model for concrete fracture," *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 114, 2493-2510.
22. Bažant, Z.P., and Ožbolt, J. (1990). "Nonlocal microplane model for fracture, damage, and size effect in structures." *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 116(11), 2485-2504.
23. Bažant, Z.P., and Xi, Y. (1991). "Statistical size effect in quasibrittle structures," Report, Center for Advanced Cement-Based Materials," *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 117(11), 2609-2640, (1991).
24. Bažant, Z.P., Tabbara, M.T., Kazemi, M.T., and Pijaudier-Cabot, G. (1990). "Random particle model for fracture of aggregates and fiber composites," *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 116(8), 1686-1705.
25. Bažant, Z.P., and Kazemi M.T. (1991). "Size effect on diagonal shear failure of beams without stirrups," *ACI Structural Journal*, Vol. 88, 268-276.
26. Bažant, Z.P. and Cedolin, L. (1991). *Stability of Structures: Elastic, Inelastic, Fracture and Damage Theories*, Oxford University Press, New York.
27. Bažant, Z.P., and Kwon, Y.W. (1991). "Size effect in failure of short or slender reinforced concrete columns," Structural Engineering Report 91-12/457s, Department of Civil Engineering, Northwestern University, Evanston, IL, USA; also *Materials and Structures (RILEM)*, 26, (1993).
28. Bažant, Z.P. (1991). "Why continuum damage is nonlocal: micromechanics arguments," *Journal of Engineering Mechanics ASCE* 117(5), 1070-1087.
29. Bažant, Z.P., Kazemi, M.T., Hasegawa, T. and Mazars, J. (1991). "Size effect in brazilian split-cylinder tests: measurements and fracture analysis," *ACI Materials Journal*, Vol. 88, No. 3, 325-332.
30. Bažant, Z.P., and Gettu, R. (1992). "Rate effects and load relaxation in static fracture of concrete," *ACI Materials Journal*, 89(5), 456-468.

31. Bažant, Z.P. (1994). "Nonlocal damage theory based on micromechanics of crack interactions," *J. of Engrg. Mesh. ASCE* 120 (3), 593–617; with Addendum, 120 (3), 1401–1402.
32. Bažant, Z.P., and Jirásek, M. (1994). "Damage nonlocality due to microcrack interactions," *Fracture and Damage in Quasibrittle Structures: Experiment, Theory and Computational Aspects* (Proc., Europe-U.S. Workshop, held in Prague, Sept. 1994), ed. by Z.P. Bažant et al., Spon, London and New York, pp. 3-17.
33. Bažant, Z.P., Ožbolt, J. and Eligehausen, R. (1994). "Fracture size effect: review of evidence for concrete structures," *Journal of Str. Eng.*, ASCE, 120(8), 2377-2398.
34. Bhal, N.S. (1968). "Über den Einfluß der Balkenhohe auf die Schubtragfähigkeit von einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung," Doctoral thesis, Universität Stuttgart, 124 pp.
35. Bosco, C., and Carpinteri, A. (1992). "Fracture mechanics evaluation on minimum reinforcement in concrete structures," *Application of Fracture Mechanics to Reinforced Concrete*, Ed. by A. Carpinteri, Elsevier Applied Science, Torino, Italy, 347-377.
36. Bigaj, A., and Walraven, J.C. (1993). "Size effect on the rotational capacity of plastic hinges in reinforced concrete beams," *CEB-Bulletin* 218.
37. Bocca, P., Carpinteri, A., Valente, S. (1990). "Size effect in mixed mode crack propagation: softening and snap-back analysis," *Engineering Fracture Mechanics*, 35, 159-70.
38. Broek, D. (1987). *Elementary engineering fracture mechanics*, Martinus Nijhoff, Doordrecht-Boston (p. 77).
39. Carpinteri, A. (1981). "A fracture mechanics model for reinforced concrete collapse," *IABSE Colloquium on Advanced Mechanics of Reinforced Concrete*, Delft, 1981, 17-30.
40. Carpinteri, A. (1982). "Notch-sensitivity and fracture testing of aggregate materials," *Engineering Fracture Mechanics*, 16(14), 467-481.
41. Carpinteri, A. (1986). *Mechanical Damage and Crack Growth in Concrete*, Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht.
42. Carpinteri, A. (1992). "Fractal nature of material microstructure and size effect on apparent mechanical properties," *Mechanics of Materials*.
43. CEB, (1990). *CEB-FIP Model Code – Final Draft*, Comitee Euro-International du Beton, Paris.
44. Červenka, V., Pukl, R., and Eligehausen, R. (1990). "Computer simulation of anchoring technique in reinforced concrete beams," *Proc. Int. Conf. Computer Aided Analysis and Design of Concrete Structures*, Part I, Eds. N. Bicanic et. al., Pineridge Press, Swansea, England, 1-21.

45. Chana, P.S. (1981). "Some aspects of modeling the behavior of reinforced concrete under shear loading," Technical Report Nr. 543, Cement and Concrete Assoc., Wexham Springs, 22 pp.
46. Collins, W.D. (1963). *Proc. of the Royal Society A*274, 1359, 507-526.
47. de Borst, R. (1991). "Continuum models for discontinuous media," Proceedings of the International RILEM/ESIS Conference on "Fracture processes in concrete, rock and ceramics", Noordwijk, The Netherlands, 601-618.
48. de Borst, R. and Rots, J.G. (1989). "Occurrence of spurious mechanisms in computations of strain softening solids," *Eng. Comp.*, 6, 272-280.
49. de Borst, R. and Mühlhaus, H.B. (1992). "Gradient-dependent plasticity: formulation and algorithmic aspects," *Int. J. Num. Meth. Ing.*, 35, 521-539.
50. Elices, M. and Planas, J. (1992). "Size effect in concrete structures: *R*-curve approach," *Application of Fracture Mechanics to Reinforced Concrete*, Ed.by A. Carpinteri, Elsevier Applied Science, Torino, Italy, 169-200.
51. Eligehausen, R. and Sawade, G. (1985). "Behavior of concrete in tension," *Betonwerk + Fertigteil Technik*, No. 5 and 6.
52. Eligehausen, R., Fuchs, W. and Mayer, B. (1988). "Load-bearing behaviour of anchor fastenings in tension," *Betonwerk + Fertigteil Technik*, Vol. 12/1987, Part1, pp. 826-832, and Vol. 1/1988, Part 2, 29-35.
53. Eligehausen, R., Fuchs, W., Ick, U., Mällée R., Reuter, M., Schimmelpfenning, K., and Schmal, B. (1991). "Tragverhalten von Kopfbolzenverankerung bei zentrischer Zugbeanspruchung," Submitted to *Bauingenieur*.
54. Eligehausen, R. and Sawade, G. (1989). "A fracture mechanics based description of the pull-out behavior of headed studs embedded in concrete," *Fracture Mechanics of Concrete Structures - RILEM Report*. Edited by L.Elfgren, Chapman and Hall, London, 263-280.
55. Eligehausen, R., and Özbolt, J. (1990). "Size effect in anchorage behavior," Proceedings of the 8th European Conference on Fracture - Fracture Behaviour and Design of Materials and Structures, Torino, Italy, 2671-2677.
56. Eligehausen, R., and Özbolt, J. (1992). "Size effect in concrete structures," *Application of Fracture Mechanics to Reinforced Concrete*, Ed.by A. Carpinteri, Elsevier Applied Science, Torino, Italy, 17-44.
57. Eligehausen, R., Bouška, P., Červenka, V. and Pukl, R. (1992). "Size effect of the concrete cone failure load of anchor bolts," *FramCoS 1*, Ed. by Bažant, Z.P., Elsevier applied science, Breckenridge, USA, 517-525.
58. Eringen, A.C.(1965). "Theory of micropolar continuum," *Proc., Ninth Midwestern Mech. Conf.*, University of Wisconsin, Madison, 23-40.

59. Eringen, A.C. (1966). "A unified theory of thermomechanical materials," *Int. J. Eng. Sci.*, 4, 179-202.
60. Fabrikant, V.I. (1990). "Complete solutions to some mixed boundary value problems in elasticity," in *Advances in Applied Mechanics* 27, ed. by J. Hutchinson and T. Wu, Academic Press, 153-223.
61. Gogotsi, G.A., Groushevski, Y.L., and Strelov, K.K. (1978). "The significance of non-elastic deformation in the fracture of heterogeneous ceramic materials," *Ceramica International*, 4(3), 113-118.
62. Heilmann, H. G. (1969). "Beziehungen zwischen Zug- und Druckfestigkeit des Betons," *Beton*, 2, 68-72.
63. Hawkins, N.M. (1984). "The role of fracture mechanics in conventional reinforced concrete design," NATO Advanced Research Workshop on Application of Fracture Mechanics to Cementitious Composites, Northwestern University, IL, USA.
64. Hawkins, N.M. (1992). "Minimum reinforcement requirements for concrete flexural members," *Application of Fracture Mechanics to Reinforced Concrete*, Ed. by A. Carpinteri, Elsevier Applied Science, Torino, Italy, 379-412.
65. Hillerborg, A. and Mod  er, M. and Petersson P.E. (1976). "Analysis of Crack Formation and Crack Growth in Concrete by Means of Fracture Mechanics and Finite Elements," *Cement and Concrete Research*, Vol. 6, 773-782.
66. Hillerborg, A. (1985). "The theoretical basis of a method to determine the fracture energy G_F of concrete," *Materials and Structures*, RILEM, Paris, 18(106), 291-296.
67. Hillerborg, A. (1989). "Fracture mechanics and the concrete codes," *Fracture Mechanics: Applications to Concrete*, ACI-SP118, Ed. V. Li and Z.P. Ba  ant, 157-170.
68. Homeny, J., Darroudi, T., and Bradt, R.G. (1980), "J-integral measurements of the fracture of 50% alumina refractories," *Journal of American Ceramic Society*, 63(5-6), 326-331.
69. Hordijk, D. A. (1991). "Local approach to fatigue of concrete," Dissertation, Delft, The Netherlands.
70. Hsu, T.T.C. (1968). "Torsion of structural concrete - plain concrete rectangular sections," *Torsion of Structural Concrete* (SP-18), American Concrete Institute, Detroit, MI, 203-238.
71. Humphreys, R. (1957). "Torsional properties of prestressed concrete," *Structural Engineer*, 35(6), London, UK, 213-224.
72. Hu, C. (1986). "Ductility of concrete slabs reinforced with welded wire fabric," M.S.C.E. thesis, University of Washington, Seattle, WA, USA.

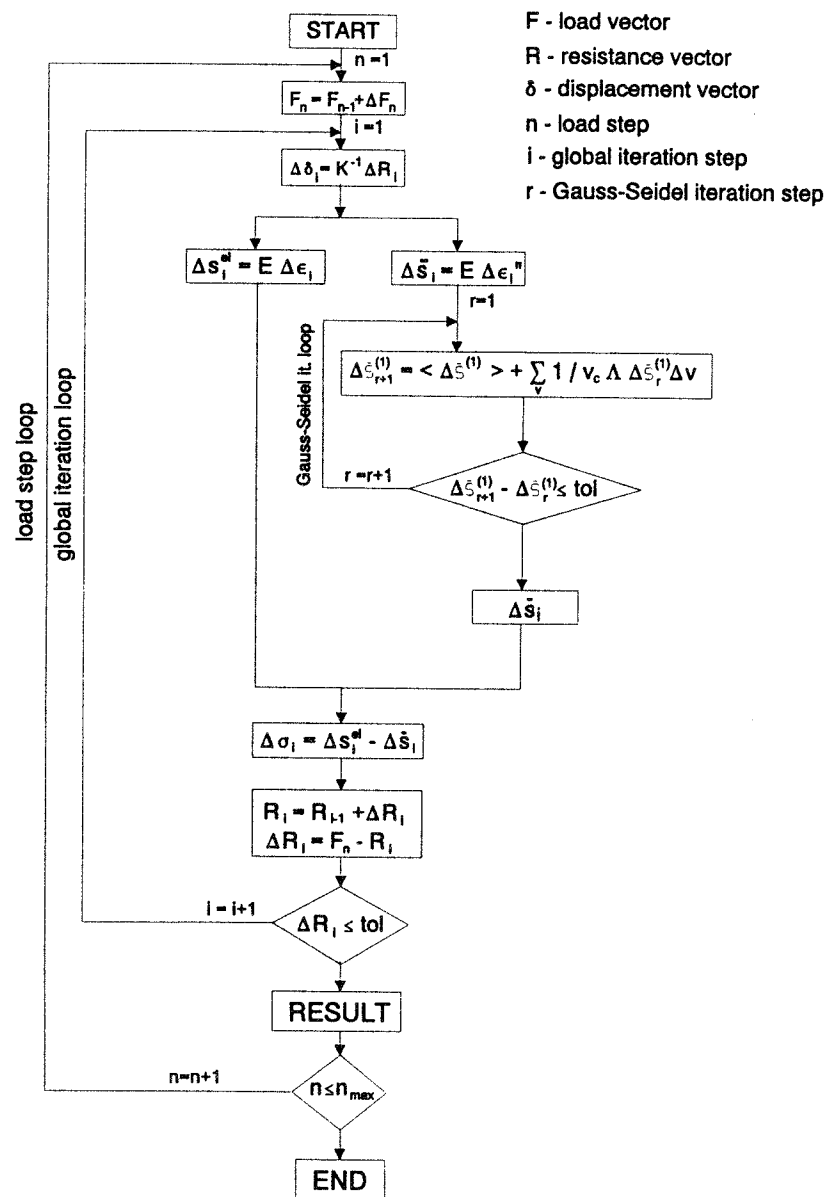
73. Iguro, M., Shioya, T., Nojiri, Y., and Akiyama, H. (1985). "Experimental studies on shear strength of large reinforced concrete beams under uniformly distributed load," Concrete Library International, Japan Society of Civil Engineers, No. 5, 137-154.
74. Ingraffea, A.R. (1985). "Fracture propagation in rock," *Mechanics of Geomaterials: Rocks, Concretes, Soils*, Ed. Bazant, Z.P., John Wiley and Sons, Inc., New York, 219-258.
75. Jenq, Y.S., and Shah, S.P. (1989). "Shear resistance of reinforced beams – a fracture mechanics approach," *Fracture Mechanics: Application to Concrete*, V.C. Li, and Z.P. Bazant, eds., SP-118, ACI, Detroit, 237-258.
76. JSCE, (1986). *Standard Specification for Design and Construction of Concrete Structures*, part I (Design), 1st ed., Tokyo.
77. Kachanov, M. (1985). "A simple technique of stress analysis in elastic solids with many cracks," *Int. J. of Fracture*, 28, R11–R19.
78. Kachanov, M. (1987). "Elastic solids with many cracks: a simple method of analysis," *Int. J. of Solids and Structures* 23, 23–43.
79. Karihaloo, B. L. (1992). "Failure modes of longitudinally reinforced beams," *Application of Fracture Mechanics to Reinforced Concrete*, Ed. by A. Carpinteri, Elsevier Applied Science, Torino, Italy, 523-546.
80. Karihaloo, B. L., Carpinteri, A. and Elices, M. (1993). "Fracture mechanics of cement mortar and plain concrete," *Advanced Cement based Materials*, 1, 92-105.
81. Kani, G.N.J. (1967). "How safe are our large reinforced concrete beams?" *Journal of American Concrete Institute*, 64(3), March, 128-141.
82. König, R., Grimm, G. and Rammel, G. (1993). "Shear behavior of longitudinally reinforced concrete members of HSC," *JCI International Workshop on Size Effect in Concrete Structures*, Ed. by Mihashi, Okamura and Bazant, Sendai, Japan, 79-92.
83. Krenchel, H. and Shah, S. (1985). "Fracture analysis of the pull-out tests," *Material and Structures*, 18(108), 439-446.
84. Kröner, E. (1968). "Interrelations between various branches of continuum mechanics." *Mechanics of Generalized Continua*, E. Kröner, ed., Springer, Berlin, Germany, 330-340.
85. Lehwalter, N. (1988). "The bearing capacity of concrete compression struts in truss-system, exemplified by the case of short beams." PhD Thesis, Darmstadt, Germany.
86. Leonhardt, F. and Walter, R. (1962). "Beiträge zur Behandlung der Schubprobleme im Stahlbetonbau," *Beton- und Stahlbetonbau* (Berlin), March, 56-64, and June, 141-149.
87. Malkov, K. and Karavaev, A. (1968). "Abhängigkeit der Festigkeit des Betons auf Zug bei Biegung und ausmittiger Belastung von den Querschnittsabmessungen," *Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen universität Dresden*, 17(6), 1545-1547.

88. Marti, P. (1989). "Size effect in double-punch tests on concrete cylinders," *ACI Materials Journal*, 86(6), 597-601.
89. McMullen, A.E., and Daniel, H. R. (1972). "Torsional strength of longitudinally reinforced concrete members of rectangular cross-section," Doctoral thesis, West Virginia University, Morgantown, WV, USA.
90. Mihashi, H., and Zaitsev, J.W. (1981). "Statistical nature of crack propagation," Section 4-2 in Report to RILEM TC 50 - FMC, Ed., F.W. Wittmann.
91. Mihashi, H. (1983). "A stochastic theory for fracture of concrete," in *Fracture Mechanics of Concrete*, Ch. 4.3, Ed. by F.H. Wittmann, Elsevier, Amsterdam, NY, 301-340.
92. Ottosen, N.S. (1981). "Nonlinear finite element analysis of pull-out tests," *Journal of Structural Division*, 107(4) 591-603.
93. Ožbolt, J., and Eligehausen, R. (1991). "Analysis of reinforced concrete beams without shear reinforcement using nonlocal microplane model," Proceedings of the International RILEM/ESIS Conference on "Fracture processes in concrete, rock and ceramics", Noordwijk, The Netherlands, 919-930.
94. Ožbolt, J. (1992). "Size effect in pull out from concrete block," Ed. Elfgren, L., Eligehausen, R. and Rots, J., *Round Robin Analysis and Tests of Anchor Bolts*, RILEM TC 90 – FMA.
95. Ožbolt, J., and Bažant, Z. P. (1992). "Microplane model for cyclic triaxial behavior of concrete," *Journal of Eng. Mesh.*, ASCE, 118, (7), 1365–1386.
96. Ožbolt, J. (1993). "General microplane model for concrete," *Numerical Models in Fracture Mechanics of Concrete*, Ed. Folker H. Wittmann, 173-187.
97. Ožbolt, J. and Petrangeli, M. (1993). "Improved microplane model for concrete," Internal Report No. 4/17-93/5, Institut für Werkstoffe im Bauwesen, Stuttgart University, Germany.
98. Ožbolt, J., Eligehausen, R. and Petrangeli, M. (1993). "Size effect in concrete structures," *JCI International Workshop on Size Effect in Concrete Structures*, Ed. by Mihashi, Okamura and Bažant, Sendai, Japan, 255-268.
99. Pamin, J.K. (1994). "Gradient-dependent plasticity in numerical simulation of localization phenomena," Doctoral Thesis, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands.
100. Petersson, P.E. (1981). "Crack growth and development of fracture zones in plain concrete and similar materials," Report TVBM-1006, Div. of Building Materials, Lund Inst. of Tech., Lund, Sweden.
101. Petrangeli, M. and Ožbolt, J. (1992). "Smeared crack approaches – material modeling," Internal Report No. 4/15-92/22, Institut für Werkstoffe im Bauwesen, Stuttgart University, Germany.

102. Pijaudier-Cabot, G., and Bažant, Z. P. (1987). "Nonlocal damage theory," *J. of Engng. Mechanics ASCE*, 113, (10), 1512–1533.
103. Pijaudier-Cabot, G., and Bažant, Z. P. (1991). "Cracks interacting with particles or fibers in composite materials," *Journal of Engineering Mechanics ASCE* 117(7), 1611–1630.
104. Pijaudier-Cabot, G., and Berthaud, Y. (1992). "Nonlocal damage model for concrete cracking: identification and inverse analysis," *Numerical Models in Fracture Mechanics of Concrete*, Ed. Folker H. Wittmann, 135-156.
105. Reinhardt, H.W. (1981 a). "Similitude of brittle fracture of structural concrete," *IABSE Colloquium on Advances in Reinforced Concrete*, Delft, 175-184.
106. Reineck, K.H. (1990). "Ein mechanisches Modell für den Querkraftbereich von Stahlbetonbauteilen," Promotionsarbeit, Institut für Tragwerksentwurf und -konstruktion der Universität Stuttgart.
107. Reinhardt, H.W. (1981 b). "Maßstabseinflüsse in Schubversuchen im sicht der Bruchmechanik," (in German), *Beton u. Stahlbetonbau*, Berlin, 76(1), 19-21.
108. RILEM TC 90 – FMA, (1990). "Round robin analysis of anchor bolts – invitation," *Materials and Structures*, (23), p.78.
109. Rüschi, H., Haugli, F. R., and Mayer, H. (1962). "Schubversuche an Stahlbeton-Rechteckbalken mit gleichmäßig verteilter Belastung," *Bulletin No. 145*, Deutscher Ausschluß für Stahlbeton, Berlin, 4-30.
110. Rots, J.G. (1988). "Computational modelling of concrete fracture," Doctoral Thesis, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands.
111. Rots, J.G. (1992). "Removal of finite elements in strain-softening analysis of tensile fracture," *FramCoS 1*, Ed. Bažant, Z.P., Elsevier applied science, Breckenridge, USA, 330-338.
112. Sener, S. (1993). "Size effect in failure of splices of reinforcing bars in concrete", *Report, Technical University of Ankara, Turkey, submitted to ACI Material Journal*.
113. So, K.O., and Karihaloo, B.L. (1993). "Shear capacity of longitudinally reinforced beams – a fracture mechanics approach," *ACI Structural Journal*, V.90, No.6.
114. Tang, T., Shah, S., and Ouyang, C. (1992). "Fracture mechanics and size effect of concrete in tension," *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 118(11), 3169-3185.
115. Taylor, H.P.J. (1969). "Investigation of the dowel shear forces carried by the tensile steel in reinforced concrete beams," *Cement and Concrete Association*, Technical Report 431.
116. Taylor, H.P.J. (1970). "Investigation of the forces carried across cracks in reinforced concrete beams in shear by interlock of aggregate," *Cement and Concrete Association*, Technical Report 447.

117. Taylor, H.P.J. (1972). "The shear strength of large beams," *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 98, 2473-2490.
118. van Mier, J.G.M. (1992). "Scaling in tensile and compressive fracture of concrete," *Application of Fracture Mechanics to Reinforced Concrete*, Ed. by A. Carpinteri, Elsevier Applied Science, Torino, Italy, 95-136.
119. Walraven, J. (1978). "The influence of depth on the shear strength of lightweight concrete beams without shear reinforcement," *Stevin Laboratory Report*, No. 5-78-4, Delft University of Technology, 36 pp.
120. Walraven, J., and Lehwalter, N. (1990). "Einfluß des Maßstabs in schubbeanspruchten Bauteilen ohne Schubbewehrung," *Beton- und Stahlbetonbau* 85, (Berlin), 9, 228-232.
121. Walraven, J. (1990). "Scale effects in beams with unreinforced webs, loaded in shear," *Progress in Concrete Research*, Annual Report, Delft University of Technology, The Netherlands, V. 1, 101-112.
122. Walraven, J. M. (1993). "Size effects: their nature and their recognition in building codes," *JCI International Workshop on Size Effect in Concrete Structures*, Ed. by Mihashi, Okamura and Bazant, Sendai, Japan, 375-395.
123. Walsh, P.F. (1976). "Crack initiation in plain concrete," *Mag. of Concrete Research*, Vol. 28, 37-41.
124. Wittman, F.H., Mihashi, H., and Noumura, H. (1990). "Size effect on fracture energy of concrete," *Eng. Fract. Mechanics*, 35, 107-115.
125. Zareen, N. and Niwa, J. (1993). "Prediction of size effect in shear strength of concrete beams using orthogonal rod elements," *JCI International Workshop on Size Effect in Concrete Structures*, Ed. by Mihashi, Okamura and Bazant, Sendai, Japan, 351-362.

Anhang I



Flußdiagramm des numerischen Verfahrens, das in dem FE-Programm verwendet wurde

1. Persönliche Daten

Name: Ožbolt Joško
Geburtsdatum: 23. April 1955.
Geburtsort: Ljubljana, Slowenien
Familienstand: verheiratet, zwei Kinder

2. Bildungsgang

- 1961-1968: Grundschule in Čabar, Kroatien
- 1969-1972: Oberschule in Rijeka, Kroatien, Abschluß Abitur
- 1973-1978: Bauingenieurstudium an der Technischen Universität Zagreb, Kroatien, Abschluß Dipl.-Ing.
- 1978: Diplomingenieur an der Technischen Universität Zagreb, wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Statik
- 1982: Promotion an der Technischen Universität Zagreb, Kroatien

3. Berufstätigkeit

- 1979 - 1982: Wissenschaftlicher Assistent am Institut für Statik an der Technischen Universität Zagreb
- 1980-1981: Forschungsaufenthalt am TNO Institut, Rijswijk-Delft, Holland
- 1982 - 1988: Associate Professor am Institut für Mechanik an der Technischen Universität Zagreb
- Seit 1989: Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Werkstoffe im Bauwesen Fakultät 2 Universität Stuttgart
- 1987, 1988, 1989 und 1991: Forschungsaufenthalt an der Northwestern University, Evanston, USA (Prof. Bažant)

Verzeichnis

der bisher in der Schriftenreihe "IWB-Mitteilungen" erschienenen Hefte:

- 1986/1: Institutsbericht 1983-1985 Activities
- 1987/1: Verdrehfähigkeit plastizierter Tragwerksbereiche im Stahlbetonbau, von Peter Langer
- 1987/2: Jahresbericht 1986 Activities
- 1987/3: Übertragbarkeit von Werkstoffkennwerten bei Glasfaser-Harz-Verbundstäben, von G. Rehm und B. Schlottke
- 1988/1: Zum Tragverhalten kunstharzgebundener Glasfaserstäbe im Bereich von Endverankerungen und Rissen in Beton, von Martin Faoro
(ISBN 3-9801833-0-0)
- 1988/2: Einfluß der Stahlkennlinie auf den möglichen Grad der Schnittkraftumlagerung bei Stahlbetontragwerken
Teil 1: Theoretische Untersuchungen, von R. Eligehausen, H. Kreller
Teil 2: Versuchsbericht, von R. Eligehausen, H. Kreller, P. Langer
(ISBN 3-9801833-1-9)
- 1989/1: Beiträge zur Befestigungstechnik
- Moderne Befestigungstechnik im Bauwesen - Systeme und Anwendungsbedingungen, von R. Eligehausen, W. Fuchs, M. Reuter
- Tragverhalten von Dübelbefestigungen bei Zugbeanspruchung - Loadbearing Behaviour of Anchor Fastenings in Tension, von R. Eligehausen, W. Fuchs, B. Mayer
- Tragverhalten von Dübelbefestigungen bei Querkzug-, Schrägzug- und Biegebeanspruchung - Loadbearing Behaviour of Anchor Fastenings under Shear, Combined Tension and Shear or Flexural Loading, von R. Eligehausen, W. Fuchs
- Bemessung von Befestigungen mit Stahldübeln - Zukünftiges Konzept - Design of Fastenings with Steel Anchors - Future Concept, von R. Eligehausen
- 1989/2: Zum Weiterreißverhalten von beschichteten Geweben, von Walter Bidmon
(ISBN 3-9801833-2-7)
- 1989/3: Zum Tragverhalten von Übergreifungsstößen in Stahlbetonbauteilen bei Brandeinwirkung, von Roland Gerster
(ISBN 3-9801833-3-5)
- 1989/4: Zum nichtlinearen Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonbauteilen unter Last- und Zwangseinwirkung, von Helmut Kreller
(ISBN 3-9801833-4-3)
- 1989/5: Untersuchungen zu Verbundverhalten gerippter Bewehrungsstäbe mit praxisüblicher Betondeckung, von Rolf Eligehausen, Helmut Kreller, Peter Langer
(ISBN 3-9801833-5-1)
- 1989/6: Jahresbericht 1987-1988 Activities

- 1990/1: SBETA Computer Program For Nonlinear Finite Element Analysis Of Reinforced Concrete Structures, von V. Cervenka, R. Eligehausen, R. Pukl
(ISBN 3-9801833-6-X)
- 1990/2: Tragverhalten von Befestigungen unter Querlast in ungerissenem Beton, von Werner Fuchs
(ISBN 3-9801833-7-8)
- 1991/1: Funktionsersatzprüfungen für die Beurteilung der Eignung von kraftkontrolliert spreizenden Dübeln, von Burkhard Mayer
(ISBN 3-9801833-8-6)
- 1991/2: Jahresbericht 1989-1990 Activities
- 1992/1: Zur Korrosion von verzinktem Stahl in Kontakt mit Beton, von Klaus Menzel
(ISBN 3-9801833-9-4)
- 1993/1: Tragverhalten und Anwendung von Dübeln unter oftmals wiederholter Belastung, von Dieter Lotze
(ISBN 3-9803044-0-X)
- 1994/1: Tragverhalten von randfernen Kopfbolzenverankerungen bei Betonbruch, von Guochen Zhao
(ISBN 3-9803044-2-6)
- 1994/2: Zum Trag- und Verschiebungsverhalten von Kopfbolzen bei zentrischem Zug, von Johannes Furche
(ISBN 3-9803044-3-4)
- 1994/3: Tragverhalten von Metallspreizdübeln im ungerissenen und gerissenen Beton bei der Versagensart Herausziehen, von Rolf Lehmann
(ISBN 3-9803044-1-8)
- 1994/4: Ein energetisches Materialmodell zur Berechnung des Tragverhaltens von zugbeanspruchtem Beton, von Gottfried Sawade
(ISBN 3-9803044-4-2)
- 1994/5: Zur bruchmechanischen Modellierung des Kurzzeit-Bruchverhaltens von Holz im Reißöffnungsmodus I, von Tino Schatz
(ISBN 3-9803044-5-0)