Zum nichtlinearen Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonstabtragwerken unter Last- und Zwangeinwirkung

Von der Fakultät Bauingenieur- und Vermessungswesen der Universität Stuttgart zur Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.) genehmigte Abhandlung

vorgelegt von

Helmut Kreller

aus Forchheim/Oberfr.

Hauptberichter: Prof. Dr.-Ing. R. Eligehausen Mitberichter: Prof. Dr.-Ing. G. Hees

Tag der mündlichen Prüfung: 16. Februar 1989

Institut für Werkstoffe im Bauwesen der Universität Stuttgart 1989

Mitteilungen des Instituts für Werkstoffe im Bauwesen (ISSN 0932-5921)

Kreller, H.: Zum nichtlinearen Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonstabtragwerken unter Lastund Zwangeinwirkung (ISBN 3-9801833-4-3)

Herausgeber:

Institut für Werkstoffe im Bauwesen der Universität Stuttgart

o. Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E. h. Gallus Rehm

Prof. Dr.-Ing. Rolf Eligehausen

Pfaffenwaldring 4, D 7000 STUTTGART 80

Telefon (0711) 685 3324 - Telex 0725 5727 fmpa d - Telefax (0711) 685 68 20

Redaktion :

Dipl.-Ing. Rüdiger Tewes

VORWORT

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter an dem von Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. G. Rehm geleiteten Institut für Werkstoffe im Bauwesen der Universität Stuttgart.

Allen, die zum Gelingen der Arbeit beitrugen und mich bei der Anfertigung unterstützten, gilt mein herzlicher Dank

- Herrn Prof. Dr.-Ing. R Eligehausen für sein starkes Interesse an dieser Arbeit, zahlreiche Anregungen und die Übernahme des Hauptberichtes
- Herrn Prof. Dr.-Ing. G. Hees für die freundliche Bereitschaft, den Mitbericht zu übernehmen sowie die sorgfältige Durchsicht der Arbeit
- Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. G. Rehm für die Übernahme des Vorsitzes im Prüfungsausschuß sowie wertvolle Hinweise, die zu einer Straffung der Arbeit führten
- Frau Dipl.-Ing. R. Mayer, Frau Dipl.-Ing. V. Opitz und Herrn Dipl.-Ing. H.-P. Reiche, die als wissenschaftliche Hilfskräfte und im Rahmen ihrer Diplomarbeit einen wesentlichen Beitrag für das Zustandekommen der Arbeit Leisteten
- meiner Frau Angela für das Verständnis und die Unterstützung im privaten Bereich

Darüber hinaus bedanke ich mich bei den Kolleginnen und Kollegen des Institutes, die mir während meiner Tätigkeit hilfreich zur Seite standen.

Stuttgart, im Juni 1989

Helmut Kreller

INHALTSVERZEICHNIS

			Seite
	BEZI	EICHNUNGEN	8
1	EIN	LEITUNG	
	1.1	Problemstellung	11
	1.2	Literaturüberblick	13
	1.3	Ziel der Arbeit	17
	1.4	Vorgehensweise und Voraussetzungen	18
2	RECI	HENANNAHMEN FÜR DIE WERKSTOFFGESETZE	
	2.1	Spannungs-Dehnungs-Beziehung für Beton	20
		2.1.1 Einaxiale Druckbeanspruchung	20
		2.1.2 Einaxiale Zugbeanspruchung	30
	2.2	Spannungs-Dehnungs-Beziehung für Betonstahl	33
		2.2.1 Zugbeanspruchung	33
		2.2.2 Druckbeanspruchung	39
	2.3	Verbund zwischen Stahl und Beton	41
		2.3.1 Allgemeines zum Verbundverhalten	41
		2.3.2 Verbundmodell	41
		2.3.3 Ableitung der Parameter für das Verbund- modell	44
3		ELL FÖR DIE RISSBILDUNG IN STAHLBETONTRAGWERKEN	
		Vorbemerkungen	51
		Literaturüberblick	52
	3.3	Ansatz zur Berechnung von mittleren Rißabständen und mittleren Dehnungen	57
		3.3.1 Mechanismus der Rißbildung und mittlere Stahldehnungen am Zugstab	57
		3.3.2 Einfluß einer Querbewehrung auf die Rißbildung	64
		3.3.3 Erweiterung der Beziehungen auf Biegebean- spruchung	66

		Seite						
4	SCHNITTKRAFT-FORMANDERUNGS-BEZIEHUNGEN FÜR STAHLBETON- TRAGWERKE							
	4.1 Vorbemerkungen	68						
	4.2 Mittlere Momenten-Krümmungs-Beziehung	69						
	4.2.1 Momenten-Krümmungs-Zusammenhang im ungeris- senen Zustand I	70						
	4.2.2 Momenten-Krümmungs-Zusammenhang im gerisse- nen Zustand	71						
	4.2.3 Zur Zulässigkeit der Dehnungsuntersuchungen an einem Rißelement mit mittlerer Länge	75						
	4.2.4 Berücksichtigung von Entlastungsvorgängen	78						
	4.3 Annahmen zur Dehnsteifigkeit	80						
	4.4 Zusammenhang zwischen Querkraft und Schubdeforma- tion	80						
5	PRINZIPIELLES VORGEHEN BEI DER NICHTLINEAREN SYSTEM- ANALYSE							
	5.1 Vorbemerkungen	84						
	5.2 Ablauf der Berechnung in NILAST	84						
6	VERGLEICHSBERECHNUNGEN ZU VERSUCHEN							
	6.1 Allgemeines	88						
	6.2 Mitwirkung des Betons bei vorgegebenen Riβab- ständen	88						
	6.3 Rißbildung und mittlere Dehnungen am Zugstab	92						
	6.4 Rißbildung und mittlere Krümmung	94						
	6.5 Bauteilversuche unter Last- und Zwangeinwirkung	96						
	6.6 Versuche mit Querkrafteinfluβ	103						
	6.7 Versuche mit Längskrafteinfluβ (Theorie II. Ordnung)	106						
	6.8 Schlußfolgerungen aus den Vergleichsrechnungen	107						

			Seite						
7	NUM								
	VON	STAHLBETONTRAGWERKEN							
	7.1	.1 Untersuchungen zur Mitwirkung des Betons zwischen							
		den Rissen							
		7.1.1 Allgemeines	109						
		7.1.2 Vergleich des Modells mit bekannten Bezie- hungen	111						
		7.1.3 Einfluß des Variationskoeffizienten der Betonzugfestigkeit	111						
		7.1.4 Einfluß der Streuung der Verbundfestigkeit	113						
		7.1.5 Einfluß der Veränderung der Einleitungslänge	114						
		7.1.5 Mittlere Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für Betonstahl	115						
	7.2	Studien am Gesamtsystem	119						
		7.2.1 Allgemeines	119						
		7.2.2 Erläuterungen zur Methode der Schnittkraft- umlagerungen	120						
		7.2.2.1 Verfahren der Schnittkraftumlagerungen	120						
		7.2.2.2 Momentendeckungsgrad δ und Umlagerungsfaktor η	122						
		7.2.2.3 Rechnerische Werte für Bruchmomente und Bruchlasten	126						
		7.2.2.4 Überlegungen zur Sicherheit eines Tragwer- kes	127						
		7.2.3 Tragverhalten von Durchlaufplatten im Hoch- bau mit planmäßiger Momentenumlagerung	129						
		7.2.3.1 Voraussetzungen und Werkstoffannahmen	129						
		7.2.3.2 Systemauswahl und Querschnittsbemessungen	129						
		7.2.3.3 Variation der Betonfestigkeit	132						
		7.2.3.4 Einfluß der Stahlkennlinie	133						
		7.2.3.5 Einfluß des Bewehrungsgrades	149						
		7.2.3.6 Systemeinflüsse	155						
	7.3	Zusammenfassung der numerischen Untersuchungen	160						

	Seite			
8 VEREINFACHTE AUFSTELLUNG VON MOMENTEN-KRÜM BEZIEHUNGEN	MUNGS-			
8.1 Allgemeines	163			
8.2 Berücksichtigung der Betonmitwirkung in der	Stahl- 164			
kennlinie				
8.3 Vereinfachter M-x-Zusammenhang	173			
8.3.1 Erstrißbildung bei Biegung	173			
8.3.2 Berechnung der Geometriegrößen für	reine 174			
Biegebeanspruchung und niedrige Beweh grade	rungs-			
9 ZUSAMMENFASSUNG UND OFFENE FRAGEN	178			
10 LITERATUR				
Anhang A1: Programm MKAPPA	190			
Anhang A2: Programm BOND				
Anhang A3: Programm NILAST	197			
Anhang A4: Berechnungsbeispiel	204			

BEZEICHNUNGEN

Geometrische Größen:

Ab	Querschnittsfläche des Betons
A ₁	ideelle Querschnittsfläche
As	Querschnittsfläche des Bewehrungsstahles
I	Flächenträgheitsmoment
W	Widerstandsmoment
a	Rißabstand allgemein
am	mittlerer Rißabstand
b	Breite der Betondruckzone
d	Plattendicke, Balkenhöhe
ds	Durchmesser eines Bewehrungsstabes
h	Nutzhöhe eines Querschnittes (Abstand des Schwerpunktes
	der Zugbewehrung vom gedrückten Rand)
1	Stützweite, Stablänge
le	Einleitungslänge
s	Relativverschiebung zwischen Stahl und Beton (Schlupf)
SBU	Bügelabstand
üь	Betondeckung
×	Abstand der Nullinie vom gedrückten Rand
S	Hebelarm der Inneren Kräfte
z'	Abstand der äußersten Stahllage von der Dehnungsnullinie

Kennwerte für die Werkstoffe:

Ar 1	Fließdehnung naturharter bzw. wärmebehandelter Stähle
AG	Gleichmaßdehnung des Stahles
Eb	Elastizitätsmodul des Betons
Es	Elastizitätsmodul des Stahles
Re	Streckgrenze des Betonstahles
$R_{\mathfrak{m}}$	Zugfestigkeit des Betonstahles
n	= Es/Eb Verhältnis der Elastizitätsmoduli
β _{b z}	zentrische Zugfestigkeit des Betons
βb z , 1	Fraktilwert der zentrischen Zugfestigkeit des Betons

β_{B z} Biegezugfestigkeit des Betons

β_{B z , 1} Fraktilwert der Biegezugfestigkeit des Betons

βc ≈ 0,85·βwm Zylinderdruckfestigkeit des Betons

βwm mittlere Druckfestigkeit des Betons einer Würfelserie

βww Nennfestigkeit des Betons

Kraftgrößen, Schnittgrößen und Spannungen:

D Betondruckkraft

F Einzellast

Fgebr Gebrauchslast

Fu, DIN Bruchlast nach DIN 1045 (7-fache Gebrauchslast)

Fu, MoD rechnerische Versagenslast

Fu tatsächlich im Versuch erreichte Traglast

Fkrit Kritische Last, unter Berücksichtigung der Umlagerung

aus Mkrit berechnet

M Biegemoment

Mei nach der Elastizitätstheorie mit Steifigkeiten nach Zu-

stand I berechnetes Moment

Mp: plastisches Moment (Streckgrenzenmoment)

Mr: Erstrißmoment

Mr. Moment bei Erreichen des abgeschlossenen Erstrißbildes

Mu, DIN rechnerisches Bruchmoment nach DIN 1045

Mu, MoD mit dem Modell berechnetes Bruchmoment

Mu im Versuch erreichtes Bruchmoment

Mkrit Bruchmoment, berechnet mit mittleren Festigkeiten und

zulässigen Dehnungen nach DIN 1045

N Längskraft

Z Zugkraft im Stahl

g ständige Last (Eigengewicht)

P Verkehrslast

q... verteilte Last (Indizes entsprechend den Einzellasten)

o Spannung

Ob Druckspannung im Beton

Os Stahlspannung

Osr Stahlspannung im Rißquerschnitt

Osrı Stahlspannung bei Erstrißbildung

Osrm Stahlspannung bei abgeschlossenem Erstrißbild

τ Verbundspannung

Dehnungen und Krümmungen:

Eb Betondehnung

Es Stahldehnung

Esm mittlere Stahldehnung

Esr Stahldehnung im Riß

Esu Stahldehnung unter Höchstlast

Krümmung (genauer: <u>Ver</u>krümmung) eines Stahlbetonbautei-

les unter Biegebeanspuchung

xr Krümmung im Riβ

xm mittlere Krümmung

Θ Rotation

Θ_{P1} plastischer Anteil an der Rotation

sonstige Größen:

α,β Beiwerte

7 Sicherheitsbeiwert

 $\delta = \frac{M_{u,DIN}}{M_{el}} \quad Momentendeckungsgrad$

 $\eta = \frac{M_{0.1} - M_{u., D.I.N}}{M_{0.1}} = 1 - \delta \quad Momentenumlagerungsgrad$

μ = A_s/A_b geometrischer Bewehrungsgrad

Riβbildungsgrad

1 EINLEITUNG

1.1 Problemstellung

Für die Schnittgrößenermittlung statisch unbestimmter Tragwerke im Stahlbetonbau sind nach DIN 1045 (1978) Verfahren zu verwenden, die auf der Elastizitätstheorie beruhen. Steifigkeiten sind aus den Querschnittswerten im ungerissenen Zustand, mit oder ohne Berücksichtigung der Stahleinlagen, zu ermitteln. Nur wenn sich bei Zwangeinwirkung die Schnittgrößen in günstiger Richtung verändern, muß die Verminderung der Steifigkeit infolge Rißbildung berücksichtigt werden. Die Bemessung erfolgt in maßgebenden Querschnitten unter Berücksichtigung von Nichtlinearitäten des Materials.

Die auf Untersuchungen von Mörsch (1922) basierende Bestimmung, Schnittgrößen mit linearelastischen Methoden zu berechnen, ermöglicht es, die erforderliche Bewehrung mit verhältnismäßig geringem numerischen Aufwand zu ermitteln. Für auf "Handrechnung" ausgerichtete Bemessungsverfahren ist dies eine grundlegende Voraussetzung.

Im realen Bauwerk weichen die Schnittgrößen mehr oder weniger stark von den elastizitätstheoretisch ermittelten Werten ab. Dies ist besonders dann der Fall, wenn sich die Steifigkeiten in verschiedenen Tragwerksbereichen nicht proportional ändern, z.B. wenn sich einzelne Abschnitte noch im Zustand I befinden, während in anderen bereits Risse aufgetreten sind. Zu den Abweichungen trägt auch bei, daß aus wirtschaftlichen Gründen immer häufiger auf Aufbiegungen und Abstufungen verzichtet und damit von dem von Mörsch angegebenen Hinweis abgewichen wird, die Bewehrung der Rechnung anzupassen.

Es sind jedoch weniger diese Abweichungen selbst, die sich meist in für den Stahlbetonbau erträglichen Grenzen bewegen, als vielmehr verschiedene andere Ursachen, die Anlaβ für die Suche nach verfeinerten Rechenmethoden liefern.

Als Stichpunkte seien genannt:

- Nutzung der Tragreserven bei statisch unbestimmten Systemen,
- wirklichkeitsnahe Ermittlung von Zwangschnittgrößen,
- Vermeidung von Bewehrungsanhäufungen durch planmäßige Schnittgrößenumlagerung von hoch beanspruchten in weniger hoch ausgenutzte Tragwerksbereiche,
- Vorausberechnung von Verformungen in engeren Grenzen,
- Einbeziehung der plastischen Materialeigenschaften für nachzuweisende Sonderlastfälle wie Fahrzeuganprall, Flugzeugabsturz, Erdbebeneinwirkung.

Diesen erhöhten Anforderungen gerecht werden können nur Rechenverfahren, die das nichtlineare Materialverhalten des Verbundwerkstoffes Stahlbeton erfassen. Der wesentlich höhere Rechenaufwand bei Einsatz dieser Methoden tritt durch die heute verfügbaren leistungsfähigen Computer immer mehr in den Hintergrund.

In Internationalen Vorschriften (CEB/FIP-Mustervorschrift (1978) oder Entwurf für EUROCODE 2 (1984)) sind nichtlineare und plastische Verfahren zur Schnittgrößenermittlung im Stahlbetonbau bereits zugelassen, und auch für eine Neufassung der DIN 1045 strebt man entsprechende Regelungen an.

Bisher behindern jedoch nur beschränkt vorhandene bzw. nicht genügend abgesicherte Modelle für das Materialverhalten von Stahlbeton im Bereich großer Querschnittsverformungen eine allgemeine Anwendung nichtlinearer Rechenverfahren.

Wesentliches Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, zum besseren Verständnis des Last-Verformungsverhaltens von Stahlbetonbauteilen beizutragen. Beziehungen für eine wirklichkeitsnahe Beschreibung des Materialverhaltens sollen aufgestellt, durch vergleichende Berechnungen zu Versuchen abgesichert und für die Behandlung aktueller Fragestellungen aus dem Stahlbetonbau eingesetzt werden.

1.2 Literaturüberblick

Aus der Literatur sind seit längerer Zeit Ansätze bekannt, die das nichtlineare oder plastische Verhalten von Stahlbeton auf mehr oder weniger vereinfachtem Wege erfassen.

Grundlegende Arbeiten zum Einsatz der Plastizitätstheorie im Stahlbetonbau stammen von Baker (1970) und Macchi (1973). Eine weitere Vereinfachung stellt die Methode der Schnittkraftumlagerungen dar, bei der Schnittgrößen zunächst nach der Elastizitätstheorie berechnet und anschließend in bestimmten Grenzen umverteilt werden.

Die Anwendung dieser Verfahren setzt für das Erreichen des rechnerischen Bruchzustandes gegenüber einer Bemessung nach der Elastizitätstheorie wesentlich größere Tragwerksverformungen voraus. Auf einen Nachweis der Verträglichkeit kann deshalb nicht mehr von vornherein verzichtet werden.

Eine Möglichkeit des Verformungsnachweises besteht darin, notwendige plastische Verformungen zu sogenannten Gelenkrotationen zusammenzufassen und vorab bestimmten, möglichen Verdrehungen gegenüberzustellen. Die Verdrehfähigkeit plastizierter Tragwerksbereiche haben u.a. Dilger (1966), Bachmann (1967), Eifler (1983) und zuletzt Langer (1987) untersucht. Danach ist die Rotationsfähigkeit von Stahlbetontragwerken von zahlreichen Einflußgrößen abhängig, wobei neben Materialeigenschaften vor allem System- und Geometriegrößen maßgebend sind. Ein allgemeingültige Formulierung der Rotationsfähigkeit in Abhängigkeit von nur wenigen Parametern ist nicht bzw. nur bei sehr grober Vereinfachung der tatsächlichen Verhältnisse möglich. Da andererseits eine genauere Berechnung der Verdrehfähigkeit in jedem Einzelfall zu aufwendig wird bei Anwendung der Plastizitätstheorie trotz des Genauigkeitsverlustes auf vereinfachte Beziehungen für die Bestimmung der Rotationsfähigkeit zurückgegriffen.

Der Einsatz nichtlinearer Rechenverfahren ermöglicht die Erfüllung des Gleichgewicht und die Kontrolle der Verträglichkeit

innerhalb eines Rechenganges. Ein weiterer Vorteil der nichtlinearen Verfahren gegenüber elastischen und plastischen Methoden
liegt in der wesentlich genaueren Erfassung aller steifigkeitsabhängigen Einflüsse auf ein Tragwerk.

Während sich z.B. für Zwangverformungen bei Berechnungen nach der Elastizitätstheorie nur im weitgehend ungerissenen Zustand von Stahlbetontragwerken annähernd richtige Schnittgrößen ergeben, treffen die Annahmen der Plastizitätstheorie nur bei Annäherung an den Bruchzustand zu. Dagegen werden mit Hilfe nichtlinearer Berechnungen Schnittgrößen aus Zwang in jeder Laststufe -im Rahmen der erzielbaren Genauigkeit- richtig ermittelt.

Numerische Untersuchungen, die das nichtlineare Werkstoffverhalten von Stahl und Beton direkt berücksichtigen, basieren häufig auf der Finite-Elemente-Methode, wobei gegebene Systeme mit Scheiben- oder Schichtenelementen abgebildet werden. Wie aus der Literatur bekannte Vergleichsrechnungen zu Versuchen zeigten (siehe z.B. Plauk/Hees (1981), Bausch (1984)), läßt sich bei entsprechend feiner Elementierung und hinreichend genauen Materialannahmen das Tragverhalten von Stahlbetonbauteilen sehr gut erfassen. Der Aufwand für die Aufbereitung der Daten und bei der Durchführung der nichtlinearen Berechnung ist jedoch erheblich. Parameterstudien sind mit diesen Verfahren daher nur begrenzt möglich, eine Anwendung in der Praxis nahezu ausgeschlossen.

Mit wesentlich geringerem Aufwand verbunden sind Berechnungen mit Hilfe von Balkenelementen, denen eine vorab ermittelte Steifigkeitsbeziehung, z.B. in Form einer mittleren Momenten-Krümmungs-Beziehung, zugrunde liegt.

Der Zusammenhang zwischen Moment und Krümmung bei Stahlbetontragwerken wurde bereits von zahlreichen Forschern sowohl experimentell untersucht als auch theoretisch beschrieben. Die wichtigsten Veröffentlichungen werden u. a. in einer Literaturstudie von Eibl/Ivány (1976) sowie den Arbeiten von Wegner (1974), Schaper (1982) und Langer (1987) zusammengefaßt. An dieser Stelle genügt daher die Darstellung des Kenntnisstandes anhand einiger ausgewählter Beispiele.

Bisher veröffentlichte theoretische Arbeiten unterscheiden sich sowohl in den Ansätzen für die Stoffgesetze von Stahl und Beton (linear, nichtlinear, unterschiedliche Grenzdehnungen) als auch in der Erfassung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen.

Wie eine Reihe anderer Autoren läßt Dilger (1969) die Mitwirkung des Betons auf Zug bei Untersuchungen zur Veränderlichkeit der Biegesteifigkeit von Stahlbetontragwerken außer Acht. Für die Stoffgesetze werden Exponentialfunktionen angegeben, mit Grenzdehnungen des Betons von ca. 0,4 % (je nach Betonfestigkeit) und des Stahles von 2 %.

Erste phänomenologische Ansätze zur Berücksichtigung der Betonmitwirkung stammen von Rao (1966) und Rabich (1969). Während Rabich einen linearen Übergang der Krümmungen vom Erstrißmoment zum rein plastischen Verhalten bei Erreichen des Streckgrenzenmomentes wählt, berücksichtigt Rao für die Mitwirkung des Betons auf Zug bereits verschiedene Systemparameter. Ein Faktor k erlaubt die Anpassung an Versuchsergebnisse. Wegner (1974) stellt bei Untersuchungen zum Tragverhalten von Stahlbetonplatten fest, daβ bei schwach bewehrten Stahlbetonquerschnitten das Verhalten im gerissenen Zustand wesentlich durch die Arbeitslinie des verwendeten Stahles geprägt wird. Er wählt deshalb für den M-x-Verlauf eine Approximation, die vom Polynomansatz für die Kennlinie des Stahles ausgeht. Der Verlauf des Polynoms ist weiterhin durch das Erstriß- und Streckgrenzenmoment, die zugehörigen Krümmungen sowie die Steifigkeiten im Zustand I und II festgelegt. Beziehung wird von Schaper (1982) wegen des "erträglichen numerischen Aufwandes" übernommen und für Langzeitbeanspruchungen erweitert.

Durch die Annahme einer idealisierten Verbundwirkung zwischen Stahl und Beton gelingt es Koch (1976), die Mitwirkung des Betons analytisch zu formulieren. Der stochastische Charakter der streuenden Zugfestigkeit des Betons wird ebenso erfaβt, wie die Beein-

flussung der Riβbildung durch Biegezugspannungen, hervorgerufen durch die exzentrisch im Riβ angreifende Biegedruckkraft. Damit ist eine punktweise Bestimmung der M-x-Linie bis zum Erreichen der Streckgrenze möglich. Dieses, alle wesentlichen Einfluβgrößen erfassende Modell wird von Svensvik (1981) für lange einwirkende Beanspruchungen ergänzt.

Langer (1987) erweitert in Untersuchungen zur Rotationsfähigkeit plastischer Gelenke den Gültigkeitsbereich für Momenten-Normal-kraft-Krümmungs-Beziehungen im Rißquerschnitt durch Annahme wirk-lichkeitsnaher Spannungs-Dehnungsbeziehungen für Stahl und Beton bis zum Bruchzustand eines Querschnittes. Für vorgegebene Rißabstände ermittelt er mit Hilfe von Verbundberechnungen den Anteil der Betonmitwirkung auf Zug unter Höchstlast.

Steidle (1988) entwickelt ein Programm, welches in einer MNQx-Interaktion den bei Biegeschub zusätzlich vorhandenen Einfluß der Querkraft ("Versatzmaß") auf den M-x-Verlauf berücksichtigt. Die Mitwirkung des Betons wird mit modifizierten Ansätzen nach Schober (1984) und Rao (1966) erfaßt. Für Stahldehnungen oberhalb der Streckgrenze wird der Mitwirkungsanteil des Betons auf Zug vernachlässigt. Aufgrund der gewählten elastisch-plastischen Stahlkennlinie und den Annahmen zur Betonmitwirkung kommt der M-x-Beziehung von Steidle im plastischen Stahldehnungsbereich nur Näherungscharakter zu.

Die Auswertung der Literatur zeigte, daß der Gültigkeitsbereich bisheriger Modelle für den M-x-Zusammenhang im Rißquerschnitt, abgesehen von dem Ansatz von Langer, auf den Bereich elastischer bzw. geringer plastischer Stahl- und Betondehnungen beschränkt bleibt. Die Mitwirkung des Betons auf Zug wird in M-x-Beziehungen nur bis zum Erreichen der Stahlstreckgrenze hinreichend genau erfaßt. Im allgemeinen geht man nach Überschreiten des Erstrißmomentes von einem von der Beanspruchungshöhe unabhängigen, konstanten Rißabstand aus. Der Rißbildungsprozeß wird nur in einzelnen Literaturstellen berücksichtigt.

1.3 Ziel der Arbeit

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, ein geeignetes Rechenmodell aufzustellen, welches die Analyse des Trag- und Verformungsverhaltens von ebenen Stahlbetontragwerken unter Last- und Zwangeinwirkung und Beanspruchung bis zum Bruchzustand erlaubt. Der Schwerpunkt der Untersuchung liegt bei überwiegend biegebeanspruchten Systemen und der Erfassung der physikalischen Nichtlinearität. Das Modell ist jedoch so ausgelegt, daß auch Einflüsse aus Normal- oder Querkraft, Vorspannung und geometrisch nichtlineares Verhalten (Theorie II. Ordnung) berücksichtigt werden können.

Im einzelnen werden folgende Ziele angestrebt:

 Formulierung eines "integrierten Materialgesetzes" in Form von mittleren Momenten-Krümmungs-Beziehungen für den Werkstoff Stahlbeton, welches das nichtlineare Verhalten von Stahl und Beton sowie die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen wirklichkeitsnah erfaßt.

Die Momenten-Krümmungs-Beziehung soll für kurzzeitige und monotone bzw. mit einzelnen Entlastungsvorgängen aufgebrachte Beanspruchung gelten (Eine Erweiterung auf Dauerlasten oder Schwellbeanspruchung ist durch entsprechende Modifizierung der Betonkennlinie bzw. des Verbundgesetzes möglich).

Durch vereinfachte Annahmen zur Dehn- und Schubsteifigkeit ist die näherungsweise Berücksichtigung von Längs- und Querkraft- verformungen zu ermöglichen. Die Schnittkraft-Formänderungs- Zusammenhänge sollen vom ungerissenen Zustand I über das Stadium der Rißbildung bis hin zum Bruchzustand Gültigkeit besitzen.

2. Aufstellen eines Rechenprogrammes, basierend auf der Methode der finiten Elemente. Das Programm soll das physikalisch und geometrisch nichtlineare Verhalten berücksichtigen und auf spezielle Belange von Stahlbetontragwerken (z. B. Momentenausrundung über Innenauflagern) abgestimmt sein. Ein geeigneter Rechenalgorithmus soll den numerischen Aufwand bei der nichtlinearen Berechnung auf ein Mindestmaß beschränken.

- Überprüfen und Absichern sowohl einzelner Komponenten als auch des gesamten Rechenmodelles durch Vergleichsrechnungen zu Versuchen.
- 4. Durchführung von numerischen Parameterstudien zur Mitwirkung des Betons auf Zug im plastischen Stahldehnungsbereich und zu ausgewählten Fragestellungen im Zusammenhang mit der Anwendung der Methode der Schnittkraftumlagerungen im Stahlbetonbau.
- Ableiten vereinfachter Beziehungen zur Formulierung mittlerer Momenten-Krümmungs-Zusammenhänge.

1.4 Vorgehensweise und Voraussetzungen

Es wird von folgenden, grundlegenden Annahmen ausgegangen:
Die behandelten Systeme lassen sich durch ebene Stabwerke abbilden. Die Belastung wirkt in der Tragwerksebene und ändert Ihre
Richtung bei Tragwerksverformungen nicht. Durchbiegungen bleiben
klein im Verhältnis zu den Stützweiten. Weitere Annahmen sind in
den entsprechenden Abschnitten beschrieben.

Abschnitt 2 enthält eine Beschreibung der verwendeten Materialgesetze für Stahl und Beton sowie der Annahmen zum Verbundverhalten beider Baustoffe. In Abschnitt 3 wird ein gegenüber bisherigen Ansätzen erweitertes Modell für die Rißbildung in Stahlbetontragwerken vorgestellt. Darin wird neben den Einflüssen des Verbundes und der Streuung der Betonzugfestigkeit auch die rißauslösende Wirkung von Querbewehrungen berücksichtigt. Die Bildung
von Rissen ist theoretisch bis zum Erreichen des Bruchzustandes
möglich.

Das in Abschnitt 4 angegebene Modell für die Berechnung mittlerer Steifigkeitsbeziehungen geht zunächst vom Momenten-Krümmungs-Zusammenhang im Rißquerschnitt aus. Dieser läßt sich mit Hilfe des Programms MKAPPA (siehe Langer (1987) und Anhang A1) aus den in Abschnitt 2 angegebenen Stoffgesetzen für Stahl und Beton sowie der Annahme des Ebenbleibens der Querschnitte (Bernoulli-Hypothese) berechnen.

Das Programm BOND (siehe Eligehausen/Popov/Bertero (1983) und Anhang A2) ermöglicht die Berechnung der zur Einleitung einer gegebenen Stahlkraft in den Beton benötigten Länge. Ist diese bekannt, läßt sich mit den Beziehungen des Abschnittes 3 für bestimmte Beanspruchungshöhen der mittlere Riβabstand bestimmen. Eine weitere Berechnung mit BOND liefert für ein "Rißelement" mit der Länge entsprechend dem mittleren Rißabstand den Stahldehnungsverlauf zwischen zwei benachbarten Rissen. Aus den mittleren Stahldehnungen und den Ergebnissen der M-x-Berechnung für den Rißquerschnitt erhält man schließlich die einem bestimmten Moment zugehörige mittlere Krümmung. Damit ist eine punktweise Aufstellung des M-xm-Zusammenhanges möglich.

Die mittlere Momenten-Krümmungsbeziehung wird dann der eigentlichen numerischen Untersuchung eines gegebenen Systemes mit Hilfe des physikalisch und geometrisch nichtlinearen FE-Programmes NILAST (siehe Anhang A3) zugrunde gelegt. Abschnitt 5 beschreibt das prinzipielle Vorgehen.

Nach der Absicherung des Modells durch Vergleichsrechnungen zu Versuchen (Abschnitt 6) folgen unter Punkt 7 numerische Studien zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetontragwerken. Es werden Fragen zur Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen und zur Möglichkeit von Schnittkraftumlagerungen im allgemeinen Hochbau behandelt.

Abschnitt 8 enthält einen Vorschlag für die vereinfachte Aufstellung von M-xm-Beziehungen. Die Arbeit schließt mit einer Zusammenfassung und der Darstellung offen gebliebener Fragen in Abschnitt 9.

2 RECHENANNAHMEN FÖR DIE WERKSTOFFGESETZE

2.1 Spannungs-Dehnungs-Beziehung für Beton

2.1.1 Einaxiale Druckbeanspruchung

Zahlreiche in der Literatur beschriebene Untersuchungen zeigen, daß die Festigkeitseigenschaften von Beton in komplexer Weise von der Zusammensetzung, der Beanspruchungsart sowie der Belastungsgeschwindigkeit und -dauer abhängen. Bislang ist es nicht möglich, das Tragverhalten über ein Modell vollständig zu beschreiben. Es ist daher notwendig, auf empirische Verfahren zurückzugreifen und in Versuchen ermittelte Arbeitslinien des Betons mit Hilfe mathematischer Funktionen anzupassen.

In Stahlbetonbauteilen ist für die Spannungs-Dehnungslinie des Betons neben den betontechnologischen Einflüssen auch der Einfluß der Bewehrung zu berücksichtigen.

Für den reinen Betonquerschnitt unter Druckbeanspruchung tritt nach anfänglicher Abnahme des Betonvolumens für Spannungen oberhalb von etwa 75 % der Bruchspannung eine Aufweitung in Querrichtung und damit eine Volumensvergrößerung ein. Bügel behindern diese Querverformung und rufen eine Umschließungswirkung hervor. Versuche (z. B. Rüsch/Stöckl (1963), Roy/Sozen (1964), Vallenas/Bertero/Popov (1977), Scott/Park/Priestley (1980)) zeigen, daß durch Bügel die Bruchlast in geringem Maße, die Duktilität eines gedrückten Querschnittes jedoch deutlich gesteigert werden kann. Folgende Parameter bestimmen im wesentlichen die Effektivität der Umschließungsbewehrung (Park/Paulay (1975)):

- Das Verhältnis zwischen Volumen der Bügel und Volumen des eingeschlossenen Betonkerns. Bei gleichem Bügelvolumen ist eine Verringerung des Bügelabstandes wesentlich wirksamer als die Vergrößerung des Stabdurchmessers. Mit geringer werdendem Bügelabstand wächst jedoch auch die Gefahr des Abspaltens der Betondeckung, aufgrund der durch die Querbewehrung hervorgerufenen Spaltwirkung.

- Die Form der Bügel. Kreis- bzw. spiralförmige Bügel werden zentrisch auf Zug beansprucht ("Kreisring unter Innendruck"). Rechteckbügel weisen nur in den Ecken eine ähnliche Tragwirkung auf, die Schenkel bieten dem nach außen gerichteten Druck aufgrund ihrer geringen Biegesteifigkeit nur wenig Widerstand.
- Das Verhältnis von Stabdurchmesser zu Schenkellänge bei Rechteckbügeln ("Biegesteifigkeit").
- Die Betonfestigkeit. Die Umschließungswirkung ist bei niederfesten Betonen größer als bei hohen Betonfestigkeiten.
- Die Streckgrenze der Bügel.

In der Druckzone angeordnete Längsstäbe tragen ebenfalls zur Umschnürungswirkung bei.

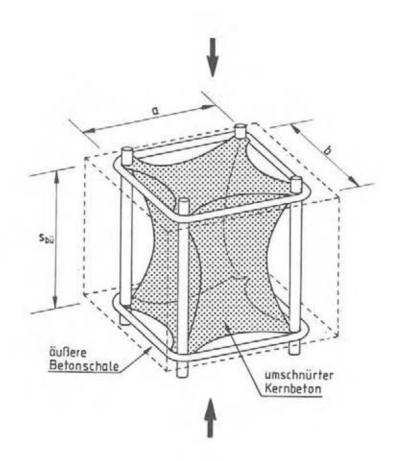


Bild 2.1: Tragmodell für umschnürten Beton

Den meisten Veröffentlichungen, die analytische Beziehungen für das Verhalten von umschnürtem Beton angeben, liegt für den Fall des zentrisch gedrückten Stabes folgende Modellvorstellung zugrunde (siehe Bild 2.1):

Ein angenommener Betonkern wird nur an den Bügelecken bzw. an den Kreuzungspunkten zwischen Bügeln und Längsbewehrung gestützt. Dazwischen findet durch die Kraftausbreitung eine Einengung des Kernes statt. Der nicht im Kernbereich liegende Betonanteil, in Bild 2.1 als äußere Schale bezeichnet, weist die Arbeitslinie eines reinen Betonquerschnittes auf. Da in Versuchen getrennte Messungen an Kernbeton und Schale schwierig zu realisieren sind und zudem, je nach Lage des betrachteten Querschnittes, unterschiedliche Abmessungen von Kern und Schale zu beachten wären, gehen Modelle zur Beschreibung des Spannungs-Dehnungs-Verhaltens i.a. vom mittleren Verhalten aus.

Alle bekannten Ansätze zur Berücksichtigung der Umschnürungswirkung einer Bewehrung wurden aus Versuchen abgeleitet, von denen der weitaus größte Teil unter dem Aspekt der Duktilitätssteigerung von erdbebenbeanspruchten Stützen stand. Die Probekörper wiesen dementsprechend starke Längs- und Querbewehrungen auf und wurden zentrisch bzw. mit geringer Ausmitte belastet. Eine Übertragung dieser Beziehungen auf den Fall der reinen Biegebeanspruchung mit häufig geringerem Bewehrungsanteil und im Vergleich zur Querschnittsdicke niedrigen Druckzonenhöhen ist daher nicht ohne weiteres möglich (siehe Müller (1985), Eligehausen/Kreller/Langer (1986)).

Langer (1987) wählt für die Beschreibung der Biegedruckzone eine modifizierte Funktion der von Kent/Park (1971) und Sheik/Uzumeri (1982) angegebenen Beziehungen. Die in Bild 2.2 dargestellte Funktion erlaubt eine flexible Anpassung sowohl an gemessene O-ε-Linien als auch an Normkurven. Für die eigenen Untersuchungen wurde deshalb dieser Ansatz übernommen. Ebenso wie in der Literatur, wird auch hier nicht zwischen Kernbeton und äußerer Schale unterschieden. Die Festlegung der charakteristischen Punkte der

Kurve erfolgte anhand einer erneuten Auswertung von Versuchen an reinen Betonkörpern und an umschnürten, exzentrisch belasteten Körpern.

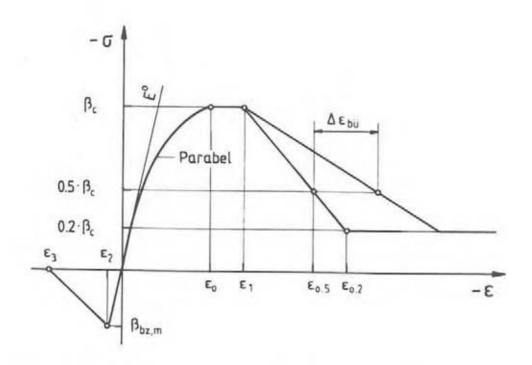


Bild 2.2: Gewähltes Rechenmodell für die Betonkennlinie

In Anlehnung an Kent/Park (1971) wird sowohl für unbewehrte als auch für umschnürte Druckzonen die maximal aufnehmbare Druckspannung gleich der Zylinderdruckfestigkeit gesetzt. Der bei üblichen Bügelabständen nur geringe Einfluß der Querbewehrung auf die Höhe der Druckfestigkeit wird vernachlässigt.

Die Zylinderdruckfestigkeit entspricht etwa 85 % der Würfelfestigkeit des Betons. Sofern sich die im weiteren beschriebenen
Parameterstudien auf die Nennfestigkeitsklasse des Betons nach
DIN 1045 (1978) beziehen, wird die Zylinderdruckfestigkeit nach
folgender Gleichung berechnet:

$$\beta_c \approx 0.85 \cdot (\beta_{WN} + 5)$$
 [N/mm²] [2-1]

Mit Gleichung [2-1] soll die gegenüber der Nennfestigkeit erhöhte mittlere Betonfestigkeit erfaßt werden.

Die Dehnung & bei Erreichen der maximalen Druckspannung kann nach Wesche (1982) mit der in Bild 2.3 angegebenen Gleichung bestimmt werden. Damit ist die Parabel 2. Ordnung für den aufsteigenden Ast der Betonkennlinie festgelegt:

$$o_b = \beta_c \cdot \left[\frac{2\varepsilon}{\varepsilon_0} - (\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0})^2 \right]$$
 [2-2]

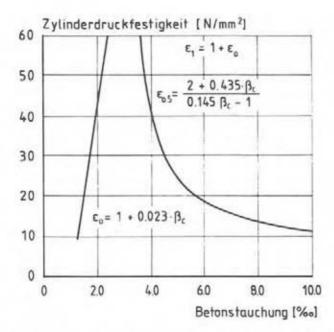


Bild 2.3: Festlegung der Dehnungen ε und ε , ε in Abhängigkeit von der Zylinderdruckfestigkeit des Betons

Das in Bild 2.2 im Anschluß an die Parabel für σ_b = β_c eingetragene Dehnungsplateau entfällt nach dem Modell von Kent/Park (1971) vollständig, nach Sheik/Uzumeri (1982) berechnet sich seine Länge für Bügelabstände $\geq 7,5$ cm zu Null (Müller (1985)). Vergleiche mit Spannungs-Dehnungslinien unbewehrter Probekörper (siehe Bild 2.5a) sowie Nachrechnungen von Ergebnissen aus exzentrisch belasteten Versuchen mit Umschnürungsbewehrung zeigten jedoch, daß diese Annahme das Dehnvermögen unter Höchstlast unterschätzt. Zur besseren Anpassung an die ausgewerteten Versuchsergebnisse wird die Länge des Dehnungsplateaus konstant zu $\Delta\epsilon=1$ % angenommen.

Die Neigung des linear abfallenden Astes im Betongesetz ist durch die Dehnung ϵ_0 , ϵ_0 bei 50 % der maximalen Spannung festgelegt. Für Querschnitte ohne Querbewehrung ist ϵ_0 , ϵ_0 in Abhängigkeit von der Zylinderdruckfestigkeit aus Bild 2.3 zu entnehmen. Bügel führen zu einem flacheren Verlauf des abfallenden Astes. Zur Berücksichtigung dieses Einflusses wurde die von Kent/Park (1971) angegebene Beziehung für den Fall von Biegebeanspruchung angepaßt. Als Kernbeton wird hier nur der innerhalb der Druckzone liegende, vom Bügel umschlossene Betonanteil betrachtet (Bild 2.4).

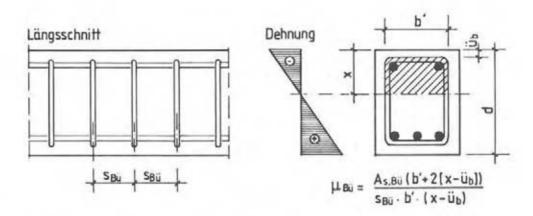


Bild 2.4: Definition des Querbewehrungsgrades µB #

Mit dem Querbewehrungsgrad nach Bild 2.4 errechnet sich der Differenzwert Assu in Bild 2.2 zu:

$$\Delta \epsilon_{BB} = 750 \cdot \mu_{BB} \cdot - (b/s_{BB})$$
 [%]

mit: b = geringerer Wert aus b' und (x-üb)

b' = Auβenabstand der Bügelschenkel

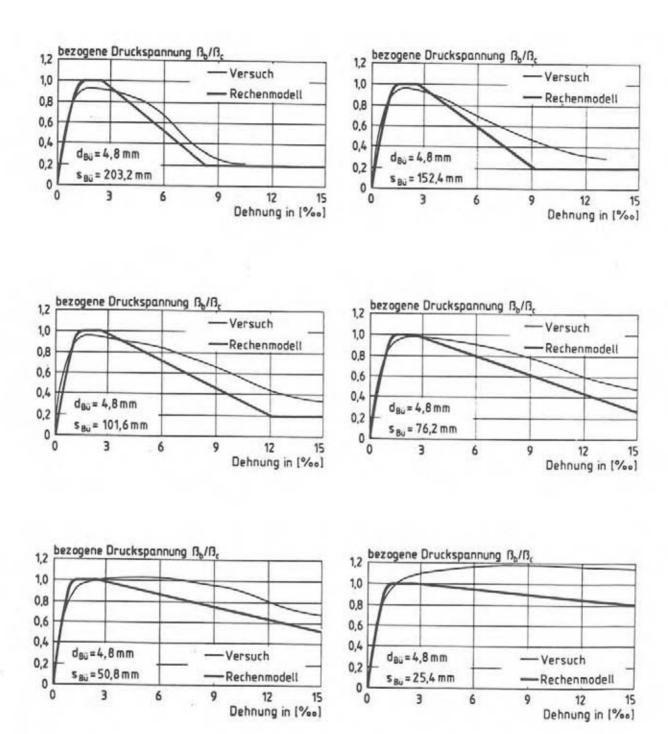
x = Druckzonenhöhe im rechnerischen Bruchzustand

üь = Betondeckung

μευ = Querbewehrungsgrad nach Bild 2.4; entspricht dem Verhältnis zwischen Bügelvolumen und dem Volumen des effektiv umschnürten Kernbereiches

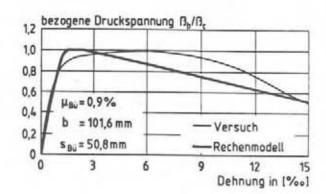
SBu = Bügelabstand

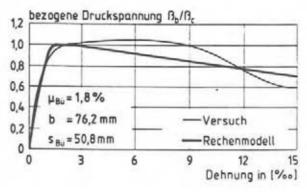
Für den voll überdrückten Querschnitt geht Gleichung [2-3] in die von Kent/Park (1971) angegebene Beziehung über.

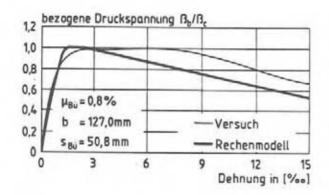


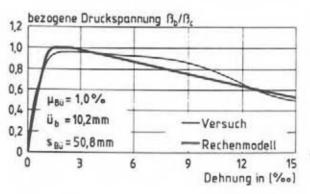
Versuche von Soliman/Yu (1967): Variation des Bügelabstandes

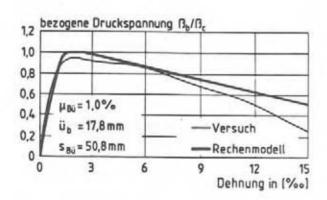
Bild 2.5b: Vergleich zwischen Versuchsergebnissen und den Rechenannahmen für druckbeanspruchten Beton (mit Querbewehrung)











Versuche von Soliman/Yu (1967): Variation des Querbewehrungsgrades, der Probekörperbreite und der Betondeckung

Bild 2.5b: Fortsetzung

2.1.2 Einaxiale Zugbeanspruchung

Die Zugfestigkeit von Beton beträgt meist weniger als 10 % der vorhandenen Druckfestigkeit und ist zudem stärkeren Streuungen unterworfen. Bereits in jungem Betonalter können abfließende Hydratationswärme und Schwinden zu Vorschädigungen führen und die spätere Zugfestigkeit fiktiv herabsetzen. Aus Sicherheitsgründen schließt daher die DIN 1045 den Ansatz der Betonzugfestigkeit für Traglastnachweise aus.

Für das hier angestrebte Ziel, ein wirklichkeitsnahes Materialgesetz für Stahlbetontragwerke zu formulieren, muß die Mitwirkung des Betons auf Zug jedoch berücksichtigt werden.

Das Verhalten von Beton unter Zugbeanspruchung läßt sich wie folgt charakterisieren. Nach einem anfänglichen nahezu linearelastischen Verhalten des zugbeanspruchten Betons kommt es in der Nähe der Höchstlast zur Ausbildung einer eng begrenzten Rißprozeßzone. U. a. zeigen Hillerborg et al. (1976) daß sich das Last-Verformungsverhalten von zugbeanspruchtem Beton nach Überschreiten der Höchstlast durch eine Beziehung zwischen Betonspannung und Rißweite beschreiben und mit Hilfe der linearen Bruchmechanik behandeln läßt. Eine derartige Vorgehensweise wäre im Rahmen der vorliegenden Arbeit jedoch zu aufwendig. Außerdem ist es für die Beschreibung des Tragverhaltens von Biegebauteilen ausreichend, die Mitwirkung des Betons auf Zug nur bis zum Erreichen der Zugfestigkeit zu berücksichtigen.

Faktoren, die wesentlichen Einfluß auf die Biegezugfestigkeit besitzen, werden in der Literatur empirisch erfaßt. Die im folgenden angegebene Beziehung für die mittlere Zugfestigkeit von Bauteilen unter Biegebeanspruchung beruht im wesentlichen auf einer von Noakowski (1985) durchgeführten Auswertung vorhandener Untersuchungen.

Heilmann (1969) ermittelt in Regressionsberechnungen folgenden Zusammenhang zwischen Würfeldruckfestigkeit und Zugfestigkeit des Betons:

$$\beta_{bz} = C \cdot \beta_{w}^{2/3}$$
 [N/mm²] [2-4]

	Betonzugfestigkeit	unterer Grenzwert	im Mittel	oberer Grenzwert
<u>_</u>	Biegezug ß _{BZ}	0,40	0,50	0,59
4		0,35	0,45	0,56
<u> </u>	zentrisch ß _{bZ}	0,15	0,24	0,33

Tabelle 2.1: Von Heilmann (1969) angegebener Faktor c zur Bestimmung der Biegezugfestigkeit aus der Würfeldruckfestigkeit nach Gleichung [2-4]

Tabelle 2.1 enthält die von Heilmann angegebenen Mittelwerte sowie untere und obere Grenzwerte für den in Gleichung [2-4] eingeführten Beiwert c.

Gegenüber Laborbedingungen weist Beton auf der Baustelle häufig aufgrund unsachgemäßer Nachbehandlung oder von Witterungseinflüssen höhere Eigenspannungen auf, die nach Rostásy/Henning (1983) mit der Bauteildicke zunehmende Vorschädigungen in oberflächennahen Zonen hervorrufen. Zudem behindert vorhandene Bewehrung das Schwinden des Betons. Diese Einflüsse lassen sich durch eine fiktive Verringerung der rechnerischen Zugfestigkeit erfassen:

$$\beta_z$$
 (Bauwerk) / β_z (Labor) = 0,85 - 0,002·d' [2-5]

mit: d'= d = Bauteildicke in cm ≤ 100 cm

Unter Berücksichtigung dieser Einflüsse errechnet sich die mittlere Biegezugfestigkeit von Beton nach einer von Mayer (1967) angegebenen Beziehung zu:

$$\beta_{bz,m} = \frac{2,4+0,26\cdot d}{1,0+0,40\cdot d} \cdot (0,85-0,002\cdot d')\cdot 0,45\cdot \beta_w^{2/3}$$
 [2-6]

last auftretenden bleibenden Dehnungen, allgemein mit Gleichmaβ-dehnung Ac bezeichnet, schwanken zwischen etwa 1 % bei stark kaltverformten Stählen und mehr als 10 % für naturharten Stahl. Nach Überschreiten der Gleichmaβdehnung beginnt der Stab sich an einer Stelle einzuschnüren, verbunden mit einem Abfall der aufnehmbaren Zugkraft. Die Einschnürstelle führt schließlich zum Bruch.

Die vorliegende Arbeit geht davon aus, daß die im Bauteil vorhandenen Stahlkennwerte den im Zugversuch ermittelten Größen entsprechen. Diese Annahme ist nicht ganz korrekt. Im Zugversuch wird sich die entlang einer Probe vorhandene schwächste Stelle einschnüren. Im Bauteil ist dagegen der spätere Versagensquerschnitt frühzeitig durch die Rißbildung im Beton festgelegt. Der schwächste Stahlquerschnitt liegt aber nur mit geringer Wahrscheinlichkeit in einem Riß. Die innerhalb einer Probenlänge geringe Streuung der Kenngrößen rechtfertigt jedoch die getroffene Annahme.

Die nutzbare Spanne der Stahldehnungen wird auf die Gleichmaβdehnung -einschließlich elastischer Dehnanteile- beschränkt. Dehnungen, die im Bereich der Einschnürung auftreten und zumindest bei Einschnürungsbeginn noch nicht mit einem wesentlichen Lastabfall verbunden sind, werden als zusätzliche Reserven betrachtet und im Modell nicht berücksichtigt.

Im Rahmen des von der Europäischen Gemeinschaft für Kohle und Stahl geförderten Forschungsprojektes "Anwendungstechnische Untersuchungen an Betonstahl" (1986) wurden in zahlreichen Zugversuchen Kennwerte für unterschiedliche Stahlsorten ermittelt. Die in Bild 2.7 aufgetragenen Stahlkennlinien grenzen den festgestellten Streubereich ab (5 % bzw. 95 %-Fraktilwerte). Die dort angedeutete Korrelation zwischen wachsender Festigkeit und Abnahme der Gleichmaßdehnung bzw. des Verhältnisses Rm/Re gilt nur für ein bestimmtes Ausgangsmaterial. Liegt ein "schlechtes" Grundmaterial vor, so ergeben sich auch Kennlinien mit niedrigen Festigkeitswerten bei gleichzeitig geringer Gleichmaßdehnung.

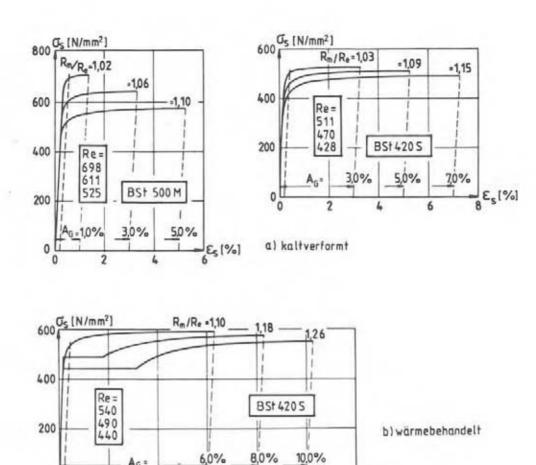


Bild 2.7: In Zugversuchen ermittelter Streubereich von Stahlkennlinien

10

0 |

2

Aus Bild 2.7 ist weiter zu erkennen, daß die in der Praxis vorhandenen Stähle teilweise erhebliche Vorhaltemaße gegenüber den in DIN 1045 (1978) festgelegten Rechenannahmen für die Streckgrenze aufweisen. Dies ist zwar zulässig -in DIN 488 (1984) sind nur die Mindestanforderungen an die Betonstähle festgelegt- führt jedoch, z.B. bei planmäßigen Momentenumlagerungen, zu deutlichen Abweichungen der Schnittgrößen gegenüber den mit den Annahmen nach DIN 1045 berechneten Werten. Die späteren Rechnungen sollen unter anderem Aufschluß darüber geben, welche Konsequenzen sich daraus für das Bauteilverhalten ergeben.

In Tabelle 2.2 sind in neueren Untersuchungen festgestellte Kennwerte für unterschiedliche Stahlsorten zusammengestellt.

Stahlsorte	Streckgrenze x s v			Verhältnis Ru/Ru			Gleichmaßdehnung	
			-	×	8	٧	×	5
	N/mm²	N/mm²	8	÷	÷	*	*	*
IV M Matten	612	43	7.0	1,06	0,02	1,9	3,0	1,0
III K Stabstahl	470	21	4,5	1,09	0,03	2,8	5,0	1.0
III US								
Stabstahl ø 6 ÷ 12 gerichtet	507	28	5,5	1,27				
ø 14 ÷ 28 nicht ger.	466	19	4,1	1,33				
III TS Stabstahl	479	24	5,0	1,22				
IV K Stabstahl	555	16						
9 0 - 12	555	16	3,0	1,14	0,02	1,3	7,1	0,72
ø 14 - 28	551	20	3,7	1,21	0,02	1.9	7,0	0,97
IV US Stabstahl ø 6 - 12	598	40	6,7	1,22				
OF 95 - F-5179C0	0.25412			0 000				
ø 14 – 28	539	18	3,3	1,30				
IV TS Stabstahl	568	19	3,35	1,14				

x = Mittelwert; s = Standardabweichung; v = Variationskoeffizient

Tabelle 2.2: Mittelwerte und Streubereich der Betonstahleigenschaften (nach Rußwurm (1987))

In der Literatur werden verschiedene Vorschläge für mathematische Funktionen zur Beschreibung der Arbeitslinie von Betonstählen unterbreitet (Dilger (1966), Wegner (1974), Eibl/Iványi (1976)). Wie von Mössinger (1986) angestellte Vergleiche zeigten, ist mit diesen Ansätzen eine hinreichend genaue Anpassung an gegebene Stahlkennlinien nicht über den gesamten hier interessierenden Dehnungsbereich möglich. Andererseits stellt Langer (1987) in Untersuchungen zur Rotationsfähigkeit plastischer Stahlbetongelenke einen deutlichen Einfluß der Form der Stahlkennlinie auf die Verformungsfähigkeit eines Stahlbetonbauteiles fest. Eine möglichst genaue Approximation der Kennlinie erscheint daher notwendig.

Aufgrund der sehr unterschiedlichen Verläufe der Stahlkennlinien nähert Langer (1987) diese durch Polygonzüge an (Bild 2.8). Diese Annäherung, die durch Steigerung der Anzahl von Stützstellen eine beliebig genaue Abbildung einer gegebenen Stahlkennlinie ermöglicht, wird für die eigenen Untersuchungen übernommen.

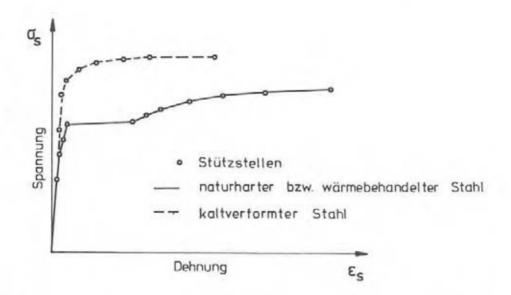


Bild 2.8: Approximation der Arbeitslinien von Stahl durch Polygonzüge

Häufig ist der genaue Verlauf der Stahlkennlinie nicht bekannt. In diesen Fällen läßt sich mit der von Dilger (1966) angegebenen Exponentialfunktion

$$\epsilon_s = \frac{O_s}{E_s} + 0.002 \cdot (\frac{O_s}{R_e}) = [2-8]$$

eine Kennlinie für kaltverformte Stähle konstruieren. In Abweichung von den Annahmen nach Dilger wird hier der Exponent m nach folgender Gleichung bestimmt:

$$m = \frac{\ln(A_G/0,002)}{\ln(R_m/R_e)} = \frac{\ln(A_G) + 6,215}{\ln(R_m) - \ln(R_e)}$$
 [2-9]

Damit ist gewährleistet, daβ sich für die Streckgrenze R₀ die 0,2 %-Dehngrenze einstellt und die erzeugte Linie bei Erreichen der Zugfestigkeit Rտ eine bleibende Dehnung entsprechend der

Gleichmaβdehnung Ac aufweist. Sind die Stahlkennwerte ebenfalls unbekannt, bieten die Angaben in Bild 2.7 und Tabelle 2.2 Anhaltswerte für die unterschiedlichen Stahlarten.

Für naturharte und wärmebehandelte Stähle ist eine Annäherung der Kennlinie mit Hilfe des Exponentialansatzes möglich, wenn die zusätzliche Dehnung im Flieβbereich A_{Fl} berücksichtigt wird:

$$\epsilon_{s} = \frac{O_{s}}{E_{s}} + 0,002 \cdot (\frac{O_{s}}{R_{e}})^{m} \qquad O_{s} < R_{e}$$

$$\epsilon_{s} = \frac{O_{s}}{E_{s}} + A_{F1} + 0,002 \cdot (\frac{O_{s}}{R_{e}})^{m} \qquad O_{s} \ge R_{e}$$
[2-10]

$$m = \frac{\ln(A_G - A_{F1}) + 6,215}{\ln(R_m) - \ln(R_e)}$$
 [2-11]

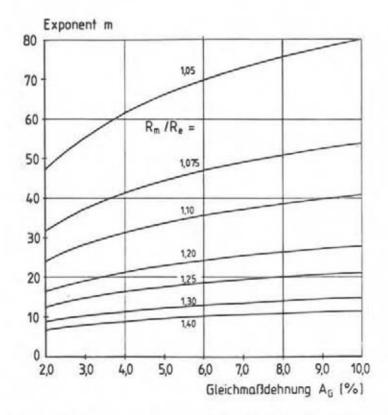


Bild 2.9: Exponenten m nach Gleichung [2-9] für unterschiedliche Verhältnisse von Rm/Re und Gleichmaβdehnungen Ac

In Bild 2.9 ist die Gleichung [2-9] für unterschiedliche Verhältnisse von Zugfestigkeit zur Streckgrenze sowie verschiedene Gleichmaßdehnungen ausgewertet. Bild 2.10 zeigt den Verlauf von drei mit Hilfe der Exponentialfunktion [2-8] bzw. [2-10] bestimmten Stahlkennlinien.

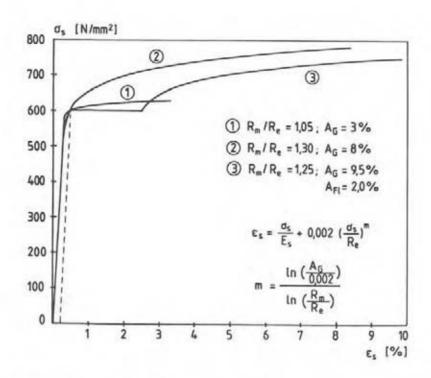


Bild 2.10: Mit den Beziehungen [2-8] und [2-10] konstruierte Stahlkennlinien

2.2.2 Druckbeanspruchung

Für druckbeanspruchte Bewehrungsstäbe wird näherungsweise von den gleichen, vorab für Zug angegebenen Stahlkennlinien ausgegangen. Für größere Stauchungen in der Biegedruckzone sind zusätzliche Festlegungen notwendig, da es hier möglicherweise zum Ausknicken der Druckbewehrung kommen kann. Das Ausknicken der gedrückten Bewehrungsstäbe ist jedoch nicht gleichzusetzen mit dem Versagenszustand der Druckzone. Vielmehr ist häufig bis zum Auftreten eines signifikanten Kraftabfalles noch eine deutliche Verformungszunahme zu verzeichnen (siehe Bausch (1984)).

Für reine Stahlbetondruckglieder faßt Neuner (1983) den Kenntnisstand zusammen und führt experimentelle und theoretische Untersuchungen zur Knicksicherung der Bewehrung durch. In einem Rechenmodell berücksichtigt er neben der Rückhaltewirkung einer Querbewehrung auch die elastische Bettung der Längsstäbe in Beton.
Damit ergeben sich allerdings Beziehungen, deren Lösung mit erheblichem numerischen Aufwand verbunden ist.

Zur Berücksichtigung der Knickgefahr der Druckbewehrung wird deshalb in Anlehnung an Untersuchungen von Bausch (1986) von einem vereinfachten Modell ausgegangen. Die Bettung der Stäbe im Beton wird vernachlässigt. Diese Annahme scheint berechtigt, da die Betondeckung bei höheren Biegeverformungen ohnehin zum Abplatzen neigt und Stäbe üblicherweise in Richtung der Betondeckung ausknicken. Für den an zwei benachbarten Bügeln als gelenkig gelagert betrachteten Druckstab erhält man dann die Euler'sche Knicklast aus der Beziehung:

$$F_{k} = \frac{\pi^{2} \cdot E_{8} I_{8}}{s_{8} a^{2}}$$
 [2-12]

und die kritische Spannung im Knickfall beträgt:

$$o_k = E_8 \cdot \left(\frac{\pi \cdot d_8}{4 \cdot s_{RR}}\right)^2 \qquad [2-13]$$

Während des Ausknickens bleibt die Knicklast, zumindest für die in einer Betondruckzone möglichen Verformungen, nahezu konstant.

Im einzelnen wird bei der Berechnung der Stahlkraft in der Druckzone wie folgt vorgegangen:

Liegt die nach Gleichung [2-13] berechnete Spannung unterhalb der Streckgrenze des Stahles, knickt der Bewehrungsstab bei Erreichen dieser Spannung aus. Für weitere Verformungen bleibt die Stahlspannung dann konstant o_k . Liegt die theoretische Knickspannung oberhalb der Streckgrenze, ist der Stab nicht knickgefährdet. Es gilt die angenommene Stahlkennlinie. Dabei wird vorausgesetzt, daß die gedrückten Bewehrungsstäbe an den Kreuzungspunkten mit Bügeln sicher in ihrer ursprünglichen Lage gehalten werden.

2.3 Verbund zwischen Stahl und Beton

2.3.1 Allgemeines zum Verbundverhalten

Die Verbundeigenschaften zwischen Stahl und Beton besitzen einen wesentlichen Einfluβ auf die Rißbildung und das Verformungsverhalten von Stahlbetonkonstruktionen. Eine Aufstellung hinreichend genauer Steifigkeitsbeziehungen ist daher nur bei wirklichkeitsnaher Erfassung des Verbundes möglich.

Bei den heute fast ausschließlich verwendeten gerippten Betonstählen beruht die Verbundwirkung auf folgenden drei Ursachen:

- dem Haftverbund
- dem Reibungs- oder Gleitwiderstand
- dem Scherverbund

Bereits bei sehr geringen Verschiebungen zwischen Stahl und Beton wird der Haftverbund zerstört. Die Kraftübertragung erfolgt dann über Reibung, vorwiegend aber durch mechanische Verzahnung von Stahlrippen und dazwischenliegenden Betonkonsolen.

2.3.2 Verbundmodell

Bei der numerischen Analyse von Stahlbetonbauteilen erwies es sich als sinnvoll, den Zusammenhang zwischen Verbundspannung und Schlupf (Verschiebung zwischen Stahl und Beton) als Pseudostoffgesetz in die Berechnung einzuführen.

Für die folgenden Untersuchungen war aufgrund der im plastischen Verformungsbereich auftretenden großen Relativverschiebungen zwischen Stahl und Beton ein Modell erforderlich, welches auch für große Schlupfwerte Gültigkeit besitzt. Ein solches wurde von Eligehausen/Popov/Bertero (1983) für die Berechnung von Stabverankerungen unter Erdbebenbeanspruchung aufgestellt und wird hier in etwas modifizierter Form übernommen.

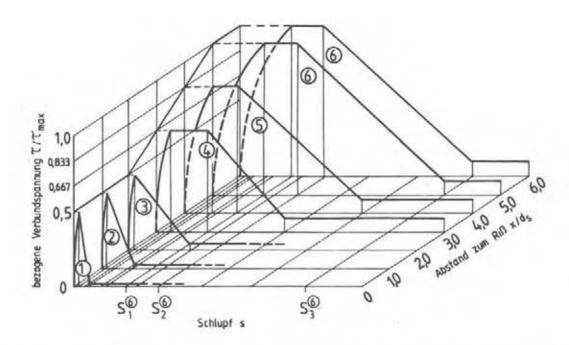


Bild 2.11: Modell für die Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung in Anlehnung an Eligehausen/Popov/Bertero (1983)

Wie in Bild 2.11 gezeigt, erlaubt es das Modell, entlang eines eingebetteten Stabes ein veränderliches lokales Verbundverhalten zu berücksichtigen. Damit ist eine Anpassung an unterschiedliche Randbedingungen möglich.

Für biegebeanspruchte Bauteile mit oberflächennah liegender Bewehrung werden bis zu einem Abstand von 2·ds (ds = Stabdurchmesser) von einem vorhandenen Querriβ, entsprechend den Untersuchungen von Goto (1971) (siehe Viwathanatepa et al. (1979)), verminderte Verbundeigenschaften angenommen. Im Anschluβ daran steigt die Verbundgüte linear an und bleibt ab einer Entfernung von 5·ds vom Riβ konstant.

Die einzelnen Kurven bestehen, wie in Bild 2.12 dargestellt, aus einer Parabel im aufsteigenden Ast, gefolgt von einem Polygonzug im weiteren Verlauf. Alle in Bild 2.11 enthaltenen Verbundgesetze folgen zunächst der gleichen Anfangskurve. In der Nähe eines Querrisses wird ein frühzeitiges lokales Verbundversagen angenommen.

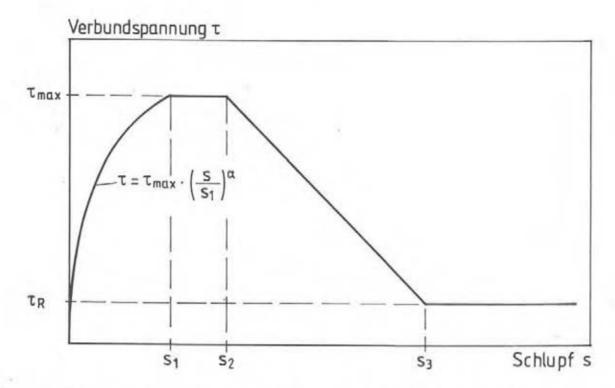


Bild 2.12: Parameter zur Festlegung der einzelnen Verbundgesetze

Trotz einiger Ansätze (z.B. Tassios (1979), Schober (1984)) ist es bisher nicht gelungen, die Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung mit ausreichender Genauigkeit analytisch zu beschreiben. Nach wie vor sind daher entsprechende Grundgesetze aus Verbundversuchen abzuleiten. Dabei müssen verwendete Probekörper in ihrer geometrischen Ausbildung und in ihrem Beanspruchungszustand den in einem Bauteil vorhandenen Verhältnissen möglichst genau entsprechen.

Für die hier interessierenden biegebeanspruchten Bauteile sind Versuche erforderlich, die die praxisübliche oberflächennahe Anordnung der Bewehrung und die bei großen Relativverschiebungen bestehende Gefahr der Längsrißbildung berücksichtigen.

Eine Sichtung der Literatur zeigte, daß bisherige Verbundversuche diese Anforderungen häufig nur ungenügend erfüllen. Außerdem enden angegebene Verbundspannungs-Schlupf-Kurven bereits bei Schlupfwerten, die wesentlich geringer sind, als die bei plastischen Tragwerksverformungen zu erwartenden Relativverschiebungen.

Zur Ableitung der benötigten Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen wurden deshalb Versuche durchgeführt. Als wesentliche Einfluβ-größen auf die Verbundeigenschaften wurden Stabdurchmesser, Betondeckung, Betonfestigkeit, Querbewehrungsgrad, Zuordnung der Verbundstrecke zum Querriß sowie die Verbundlage (I und II nach DIN 1045) variiert.

Die Versuchskörper entsprachen weitgehend dem von Noakowski/ Janovic (1978) vorgeschlagenen konsolförmigen Ausziehkörper. Die Versuche sind an anderer Stelle ausführlich beschrieben (siehe Eligehausen/Kreller/Langer (1989)).

2.3.3 Ableitung der Parameter für das Verbundmodell

Zur Festlegung der Modellparameter wurden die in den Versuchen ermittelten t-s-Beziehungen mit den in Bild 2.12 definierten Kurven angenähert, die für das Modell erforderlichen Größen bestimmt und statistisch ausgewertet (siehe Mayer (1987)). Dabei konnte auf die bereits von Eligehausen/Popov/Bertero (1983) angestellten Vergleiche zwischen Modell und Verbundversuchen aufgebaut werden.

Im folgenden werden zunächst lokale Verbundgesetze in größerer Entfernung von einem Querriß behandelt (Kurve 6 in Bild 2.11). Die Verbundgesetze in der rißnahen Zone lassen sich mit zusätzlichen Annahmen aus dieser Kurve ableiten.

In Übereinstimmung mit der Literatur ergaben die Versuche einen geringen Einfluß des Stabdurchmessers auf das Verbundverhalten (sofern nicht die Versagensursache bei geringen Stabdurchmessern von der Längsrißbildung zum Ausziehen der Stäbe wechselte). Der Einfluß des Stabdurchmessers auf die Verbundeigenschaften wird daher im Modell nicht berücksichtigt.

Von entscheidender Bedeutung für die Höhe der maximalen Verbundspannung ist die vorhandene Druckfestigkeit des Betons. Nimmt man, wie von Eligehausen/Popov/Bertero (1983) vorgeschlagen, eine Abhängigkeit zwischen maximaler Verbundspannung und Quadratwurzel aus der Zylinderdruckfestigkeit an, so ergibt sich der in Bild 2.13 dargestellte Zusammenhang. Eine Regressionsberechnung weicht nur sehr wenig von dem im weiteren angenommenen konstanten Verhältniswert von 2,0 ab.

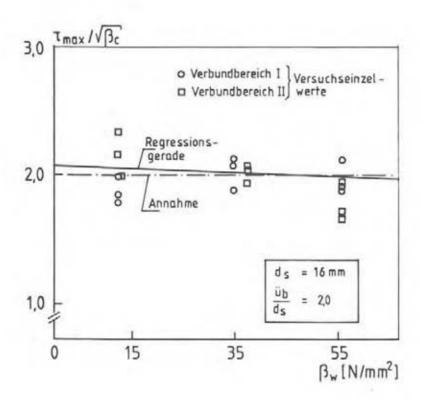


Bild 2.13: Zusammenhang zwischen maximaler Verbundspannung und Druckfestigkeit des Betons

Mit zunehmender Betonfestigkeit vergrößert sich auch, wie in Bild 2.14 gezeigt, der in Bild 2.12 angegebene Exponent a. Da ein größerer Exponent einen flacheren Verlauf der Verbundkurven im Bereich geringer Schlupfwerte bewirkt, würde dies zunächst bedeuten, daß mit der Betonfestigkeit die Verbundsteifigkeit abnimmt. Berücksichtigt man jedoch, daß gleichzeitig die maximalen Verbundspannungen ansteigen, so liegen für sehr geringe Relativverschiebungen und unterschiedliche Betonfestigkeiten die Kurven sehr eng zusammen. Der Bereich mit Schlupfwerten kleiner als etwa 0,005 mm kann als der Zustand bis zur Überwindung des Haftverbundes verstanden werden. In Bild 2.15 ist dieser Zusammenhang für die Betonfestigkeitsklassen B 15, B 35 und B 55 aufgetragen.

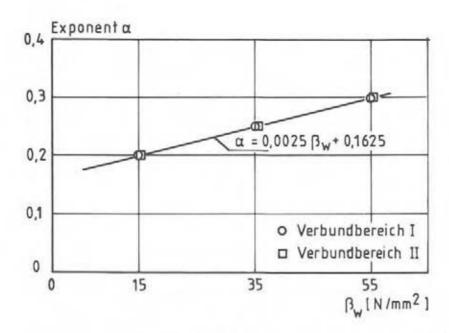


Bild 2.14: Einfluß der Betonfestigkeit auf den Exponenten α

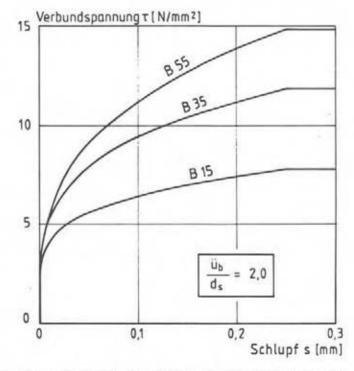


Bild 2.15: Nach dem Modell in Bild 2.12 berechnete τ-s-Kurven für unterschiedliche Betonfestigkeiten

Den Einfluß der Betondeckung auf die Höhe der maximalen Verbundspannung zeigt Bild 2.16. Danach steigt die Verbundfestigkeit mit der Dicke der Betondeckung linear an. Eine den Längsriß kreuzende Querbewehrung steigert die maximale Verbundspannung um einen konstanten Betrag. Aus Versuchen ist bekannt, daß Querrisse aufgrund der vorhandenen Störstelle bevorzugt in der Nähe von Bügeln auftreten. Ein im Querriß liegender Bügel verändert die Verbundfestigkeit jedoch nicht und ein benachbarter Bügel beeinflußt den Verbund erst, wenn der Längsriß bis zu diesem Bügel fortgeschritten ist. Bügel können daher nur bei engen Abständen (sß (s) (s)

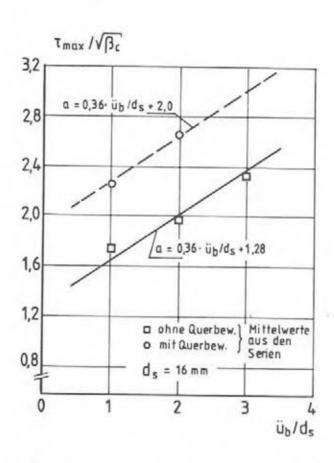


Bild 2.16: Einfluß von Betondeckung und Querbewehrung auf die maximale Verbundspannung

Versuche mit "oben" liegenden Stäben erbrachten, obwohl die Körper die Voraussetzungen für den Verbundbereich II nach DIN 1045 erfüllten, die gleichen maximalen Verbundspannungen wie die Versuche mit im Verbundbereich I angeordneten Bewehrungsstäben. Der Grund hierfür ist sicher sowohl in der sorgfältigen Probekörperherstellung als auch in der Versagensursache "Längsriβbildung" zu suchen, bei der die häufig für das schlechtere Verbundverhalten

genannten Absetzvorgänge des Betons unter dem Bewehrungsstab nur einen geringen Einfluß auf die Verbundfestigkeit ausüben. Allerdings erreichen die Verbundspannungen in Verbundlage II ihr Maximum erst bei deutlich größeren Relativverschiebungen (im Mittel bei ca. 0,4 mm gegenüber 0,25 mm für Verbundbereich I).

Außer dem Verbundbereich war in den Versuchen kein signifikanter Einfluß eines weiteren Parameters auf den Schlupf bei Erreichen der maximalen Verbundspannung festzustellen.

Parameter	Verbundbereich (nach DIN 1045)	Bemerkung
Tmax	- VO.114.VO	βc ü _b /d _s +1,28 ü _b /d _s +2,00	βc in N/mm² für übliche Beton- deckung für enge Bügel- abstände
TR	0,15	·Tmax	
α	0,0021-β	c + 0,1625	βc in N/mm ²
51	0,25 mm	0,40 mm	
S ₂	0,35 mm	0,60 mm	
S3 S3	1,00 mm 2,00 mm	2,50 mm	für enge Bügel- abstände

Tabelle 2.3: Aus Verbundversuchen abgeleitete Parameter zur Festlegung der τ -s-Kurve 6 in Bild 2.11

Bei der Anpassung des abfallenden Astes wurde die Genauigkeitsanforderung zugunsten einfacher Annahmen zurückgestellt. Die Restverbundfestigkeit für große Relativverschiebungen betrug im Mittel etwa 15 % der maximalen Verbundspannung. Diese Restfestigkeit wird in Versuchen mit unten liegenden Stäben bei einem Schlupf von $s_0 \approx 1.0$ mm, bei oben angeordneten Stäben und bei vorhandener Querbewehrung bei $s_3 \approx 2.0$ mm erreicht.

Tabelle 2.3 faßt die für das in Bild 2.11 angegebene Verbundgesetz 6 festgelegten Parameter zusammen.

Verbundgesetze im Abstand zwischen 0 und 5 da vom Riß

Die Höhe der maximalen Verbundspannung für die Kurven 1 bis 5 ist in Bild 2.11 bereits festgelegt. Die zugehörigen Schlupfwerte si ergeben sich aus der Annahme, daß alle Linien im aufsteigenden Ast auf der gleichen Kurve verlaufen. Der Festlegung der weiteren Schlupfwerte lag die Überlegung zugrunde, daß

- die Verbundspannungen umso schneller abfallen werden, je n\u00e4her ein Verbundabschnitt am Querri\u00e4 liegt,
- der Mittelwert der Verbundgesetze mit einem Abstand zwischen 0 und $5 \cdot d_8$ vom Riß etwa dem Versuchsergebnis eines Körpers mit einer Verbundlänge $1_v = 5 \cdot d_8$ und simuliertem Querriß entsprechen muß.

Daraus ergaben sich die in Tabelle 2.4 für die Verbundgesetze 1 bis 5 aufgeführten Werte.

Verbund- gesetz		Verb	undbereich	n (nach I	IN 104	5)
Nr.	S2 [mm]	[mm]	TR/Tmax	S2 [mm]	s ₃	TR / Tm a x
1	S ₁	0,05	0,001	Sı	0,05	0,001
2	Si	0,15	0,025	s ₁	0,30	0,025
3	S ₁	0,30	0,050	Sı	0,60	0,050
4	s ₁ +0,1	0,55	0,150	s ₁ +0,2	1,45	0,150
5	s ₁ +0,1	0,75	0,150	s ₁ +0,2	1,95	0,150

Tabelle 2.4: Aus Verbundversuchen abgeleitete Parameter zur Festlegung der τ-s-Kurven 1 bis 5 in Bild 2.11

Bild 2.17 zeigt exemplarisch für Beton B 35 und Verbundbereich I eine mit den getroffenen Annahmen aufgestellte τ -s-Beziehung. Bild 2.18 enthält Vergleiche zwischen dem Modell und Versuchsergebnissen für die Verbundlagen I und II.

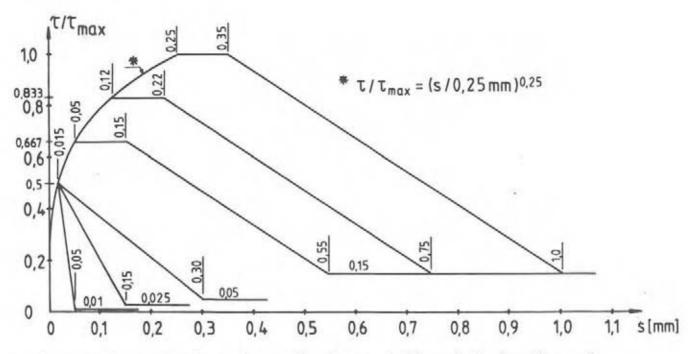


Bild 2.17: Verbundannahmen für Beton B 35 und Verbundlage I

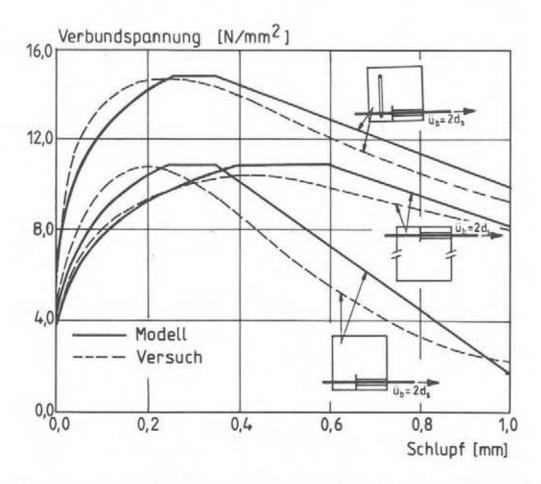


Bild 2.18: Vergleich zwischen Modell und Versuchsergebnissen

3 MODELL FÖR DIE RISSBILDUNG IN STAHLBETONTRAGWERKEN

3.1 Vorbemerkungen

Eine Vorherberechnung der genauen Lage von Rissen entlang eines Stahlbetonbauteils ist nicht möglich. Allenfalls können, nachdem erste Risse aufgetreten sind, Bereiche angegeben werden, in denen mit der Bildung weiterer Risse zu rechnen ist. Die Ursachen für die zufällige Lage der schwächsten Querschnitte sind die Streuung der Betonzugfestigkeit sowie Einflüsse wie Schwinden oder Fehlstellen im Beton (auf die "riβauslösende" Wirkung von Querbewehrungen wird an späterer Stelle eingegangen).

Für die angestrebte Formulierung von gemittelten Bauteilsteifigkeiten, die immer einen integralen Wert über eine gewisse Länge darstellen, ist die Kenntnis der genauen Lage von Rissen auch nicht erforderlich. Es genügt vielmehr, für eine bestimmte Beanspruchungshöhe eine Aussage über den mittleren Riβabstand treffen zu können.

Ein Riß entsteht, wenn in einem Querschnitt die Betonzugfestigkeit $\beta_{b\,z}$ überschritten wird. Bei Zugstäben muß dann im Rißquerschnitt die gesamte vorhandene Zugkraft vom Bewehrungsstahl übernommen werden. Die Stahlspannung im Riß beträgt bei Erstrißbildung:

$$\sigma_{sr} = \frac{N_R}{A_s} = \frac{\beta_{bz} [A_b + (n-1) A_s]}{A_s} = \frac{\beta_{bz}}{\mu} [1 + (n-1) \mu]$$
 [3-1]

Die Störstelle Riß führt wegen des unterschiedlichen Dehnungszustandes zu Relativverschiebungen zwischen Stahl und Beton. Hierdurch werden Verbundkräfte aktiviert, die der Verschiebung entgegenwirken. Erst in einer Entfernung le vom Riß -der sogenannten Einleitungslänge- ist der Zustand gleicher Dehnungen zwischen Stahl und Beton wieder hergestellt, die Betonspannung beträgt wieder $\beta_{b\,z}$. Ein weiterer Riß kann sich bei (geringer) Laststeigerung nur außerhalb der Einleitungslänge bilden. Die Lage des Ris-

ses ist sonst jedoch zufällig. Dieser Vorgang wiederholt sich so oft, bis die Verbundkräfte nicht mehr in der Lage sind, die Betonspannungen zwischen zwei Rissen über die Betonzugfestigkeit anwachsen zu lassen.

Ist die Einleitungslänge bekannt, so läßt sich daraus der mittlere Rißabstand am ableiten. Eine geschlossene Lösung zur Berechnung von le liegt nur für bestimmte Voraussetzungen vor, die
Anwendung ist mit erheblichem Rechenaufwand verbunden. Alle bisherigen Modelle zur Berechnung von Riβabständen basieren daher
auf mehr oder weniger starken Vereinfachungen.

3.2 Literaturüberblick

In der Literatur angestellte Überlegungen zur Rißbildung können in "klassische Rißtheorien" und in "neuere Betrachtungsweisen" eingeteilt werden. Während erstere von vorneherein ein abgeschlossenes Rißbild zugrunde legen, wird in den neueren Arbeiten versucht, den beanspruchungsabhängigen Rißbildungsprozeß zu erfassen. Eine ausführliche Auswertung der Literatur wurde u.a. von Eligehausen/Kreller (1988) durchgeführt. Hier sollen daher nur diejenigen Arbeiten kurz erläutert werden, welche den folgenden Ableitungen zugrunde liegen.

Koch (1976) geht in Untersuchungen zur Rißbildung von einem linearen Zusammenhang zwischen Verbundspannung und Schlupf sowie einem idealisierten Verbundspannungsverlauf aus. Während klassische Rißtheorien für die Betonzugfestigkeit einen konstanten Wert annehmen, erfaßt Koch die Streuung der Betonzugfestigkeit durch Ansatz einer Normalverteilung. Außerdem berücksichtigt er die Tatsache, daß die in Rissen exzentrisch zur Schwerachse angreifenden Betondruckkräfte die Betonscheibe zwischen zwei Rissen auf Biegung beanspruchen und dadurch am Biegezugrand zusätzliche Zugspannungen hervorrufen.

Der angenommene Zusammenhang zwischen aktueller Höhe der Betonzugfestigkeit und Stahlspannung im Riß führt jedoch zu Ergebnissen, die insbesondere bei geringen Bewehrungsgraden vom realen Bauteilverhalten abweichen. Während sich nach Koch für geringe Bewehrungsgrade der Übergang vom Erstriß zum abgeschlossenen Rißbild nahezu ohne Stahlspannungsanstieg im Riß vollzieht, ist in Bauteilversuchen ein deutlicher Anstieg der Stahlspannung im Rißzwischen Erstriß und weitgehend abgeschlossenem Rißbild festzustellen.

Aufbauend auf die Verbundannahmen von Koch entwickelt Schwennicke (1983) ein verfeinertes Modell zur Berücksichtigung der Streuung der Betonzugfestigkeit. Die Einführung des Riβbildungsgrades ξ (in Anlehnung an Leonhardt (1978)), der dem Verhältnis der Anzahl der vorhandenen zur Anzahl der möglichen Risse an einem Bauteil entspricht, stellt einen Zusammenhang zwischen aktueller Betonzugspannung und momentanem Riβbild her.

Für die Berechnung von Rißabständen und mittlerer Dehnungen geht Schwennicke von zwei Rißentwicklungsmodellen aus, die jeweils einen Grenzwert darstellen.

Nach Rißentwicklungsmodell 1 treten Risse derart auf, daß eine gegenseitige Beeinflussung möglichst lange ausgeschlossen bleibt. Bei Modell 2 entsteht der nächste Riß jeweils am Ende der Einleitungslänge des vorhergehenden Risses. Für einen realen Zugstab wird angenommen, daß sich die Rißentwicklung aus einer Kombination beider Modelle wiedergeben läßt.

Nach dem Modell von Schwennicke stellt sich bei abgeschlossenem Rißbild ein konstanter Rißabstand entsprechend der einfachen Einleitungslänge ein. Dies steht sowohl mit theoretischen Überlegungen als auch mit der Versuchserfahrung im Widerspruch. An Bauteilen gemessene Rißabstände streuen etwa im Bereich zwischen einfacher und doppelter Einleitungslänge.

Maier (1983) berechnet Riβabstände ebenfalls auf der Grundlage der von Koch angegebenen Verbundansätze, legt jedoch eine konstante Betonzugfestigkeit zugrunde. Dies führt zunächst auf die von den "klassischen Theorien" her bekannte Tatsache, daß der Riβabstand zwischen der einfachen und doppelten Einleitungslänge (bei le = const.) liegen muβ. Während klassische Theorien daraus einen mittleren Riβabstand von 1,5·le berechnen, leitet Maier den mittleren Riβabstand auf wahrscheinlichkeitstheoretischem Wege ab. Er unterscheidet zwei Ausgangszustände des anfänglichen Riβabstandes:

- a) Der Rißabstand a liegt zwischen 2 und 3 le
- b) Der Rißabstand a liegt zwischen 3 und 4 le

Diese Annahmen bedeuten keine Einschränkung, da alle anderen (größeren) Rißabstände durch weitere Rißteilung zu einem dieser Rißabstände führen.

Fall a) Rißabstand 2 le < a < 3 le

In diesem Fall ist zwischen den beiden vorhandenen Rissen die Bildung nur eines weiteren Risses möglich. Der mittlere Rißabstand ergibt sich aus den Grenzbetrachtungen zu:

$$a_{ma} = 1,25 \cdot l_e$$
 [3-2]

Fall b: Rißabstand $3 \cdot l_e < a < 4 \cdot l_e$ bzw. (1 < k < 2)

Der Rißabstand wird zunächst weiter unterteilt in Zonen, in denen kein weiterer Riß möglich ist (jeweils 1·le im Anschluß an einen bereits vorhandenen Riß) und in den Bereich mit der möglichen Lage weiterer Risse. Tritt in dem in Bild 3.1 mit I bezeichneten Abschnitt ein Riß auf, so ist die Bildung eines weiteren Risses nicht mehr möglich. Entsteht der erste Riß zufällig in Zone II, so kann sich noch ein zusätzlicher Riß einstellen.

Der mittlere Rißabstand für Fall b) ergibt sich aus den Wahrscheinlichkeiten für die Lage eines Risses in Zone I oder II sowie den zugehörigen mittleren Rißabständen zu:

$$a_{mb} = a_{mI} \cdot P_I + a_{mII} \cdot P_{II}$$
 [3-3]

$$a_{mb} = \frac{(k+2)}{2} \cdot 1_e \cdot (\frac{2}{k} - 1) + \frac{(k+2)}{3} \cdot 1_e \cdot (2 - \frac{2}{k}) = \frac{(k+2)^2}{6k} \cdot 1_e$$
 [3-4]

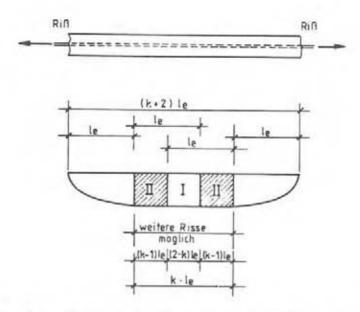


Bild 3.1: Zonen in denen ein bzw. zwei weitere Risse auftreten können (nach Maier (1983)).

Für eine Variation von k in den Grenzen 1 < k < 2 erhält man den mittleren Rißabstand durch Integration von Gleichung [3-4]:

$$a_{mb} = \frac{1_e}{6} \cdot \int_{1}^{2} (k+4+\frac{4}{k}) dk = 1,38 \cdot 1_e$$
 [3-5]

Wird weiterhin angenommen, daß die Fälle a) und b) mit gleicher Wahrscheinlichkeit auftreten, so ergibt sich der theoretische mittlere Rißabstand zu:

$$a_m = \frac{1,38+1,25}{2} \cdot l_e = 1,31 \cdot l_e$$
 [3-6]

mit den Grenzen: min $a = 1,0 \cdot l_e$, max $a = 2,0 \cdot l_e$

Der von Maier auf theoretischem Wege abgeleitete mittlere Rißabstand stimmt mit der Versuchserfahrung überein, daß der Mittelwert aller Rißabstände deutlich unterhalb des arithmetischen Mittels aus maximalem und minimalem Meßwert liegt. Allerdings beachtet der Ansatz von Maier den wesentlichen Einfluß der Streuung der Betonzugfestigkeit auf die Rißbildung nicht.

Schlußfolgerungen

Die Auswertung der vorab angegebenen sowie weiterer in der Literatur beschriebener Beziehungen zur rechnerischen Erfassung der Rißbildung zeigte, daß keines der bisherigen Modelle alle wesentlichen Einflußgrößen in entsprechender Form berücksichtigt. So wird z.B. häufig das Verbundverhalten nur in vereinfachter Form erfaßt oder die Streuung der Betonzugfestigkeit vernachlässigt. Getroffene Annahmen führen teilweise zu Ergebnissen, die im Widerspruch zur praktischen Erfahrung stehen. Grundsätzlich bleibt die Anwendbarkeit der Beziehungen auf den linear-elastischen Dehnungsbereich des Stahles begrenzt.

Die aus Versuchen bekannte, häufig "riβauslösende" Wirkung von Querbewehrungen und Bügeln wird, soweit bekannt, in keinem Modell erfaβt.

Im folgenden wird aufbauend auf den dargestellten Beziehungen ein erweiterter Ansatz zur Berechnung von mittleren Rißabständen und mittleren Dehnungen abgeleitet. Dabei wird der richtigen Erfassung des Überganges vom Erstriß zum abgeschlossenen Erstrißbild besondere Beachtung geschenkt. Dieser Bereich ist bei geringen Bewehrungsgraden maßgebend für die Höhe der berechneten Schnittgrößen aus Zwangeinflüssen.

Ein wesentlicher Grund für den neuen Ansatz war auch das Bestreben, sowohl die Rißbildung als auch die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen auf der Grundlage gleicher Verbundannahmen zu ermitteln. Damit ist gewährleistet, daß Ungenauigkeiten in den Verbundannahmen keinen gravierenden Einfluß auf das mittlere Steifigkeitsverhalten besitzen. Auf diesen Punkt wird noch ausführlicher bei der Beschreibung von Berechnungen zur Absicherung des Modelles eingegangen.

- 3.3 Ansatz zur Berechnung von mittleren Rißabständen und mittleren Dehnungen
- 3.3.1 Mechanismus der Rißbildung und mittlere Stahldehnungen am Zugstab

Der Ansatz für die Berechnung von mittleren Rißabständen wird zunächst für den einfacheren Fall des Zugstabes abgeleitet. Anschließend erfolgt die Übertragung auf den biegebeanspruchten Balken.

Zur Definition des lastabhängigen mittleren Rißabstandes werden im folgenden die statistischen Überlegungen von Maier (1983) auf den Fall der streuenden Betonzugfestigkeit erweitert. Nach Koch wird von einer normalverteilten Betonzugfestigkeit ausgegangen und von Schwennicke (1983) die Zuordnung zwischen Rißbildungsgrad und aktueller Betonspannung übernommen (siehe Bild 3.1).

Die aufgestellten Beziehungen beschreiben zunächst das Stadium der Erstrißbildung. Dieses ist dadurch charakterisiert, daß neben den Bereichen mit Relativverschiebungen zwischen Stahl und Beton noch Abschnitte vorliegen, in denen Beton und Stahl gleiche Dehnungen aufweisen. Wesentlich geprägt wird die Erstrißbildung durch Größe und Streukennwerte der Betonzugfestigkeit.

Ein abgeschlossenes Erstrißbild hat sich eingestellt, wenn die Stahldehnung an jeder Stelle größer ist, als die Dehnung der benachbarten Betonfaser.

Auch über das abgeschlossene Erstrißbild hinaus können sich weitere Risse einstellen. Dieses Stadium der fortschreitenden Riβteilung wird entscheidend von den Verbundeigenschaften beeinfluβt. Zur Beschreibung der fortschreitenden Riβteilung werden vereinfachte Beziehungen aufgestellt, die eine Riβbildung auch im Bereich plastischer Stahldehnungen zulassen.

Die Einleitungslänge le läßt sich mit Hilfe des Programmes BOND (siehe Anhang A2) als Funktion der aktuellen Betonzugfestigkeit

 $\beta_{b\,z\,,\,1}$ berechnen. Die folgenden Ableitungen setzen die Einleitungslänge l_{e} ebenso wie den Spannungs-Dehnungs-Zusammenhang am ungerissenen Zugstab (Zustand I) als bekannt voraus.

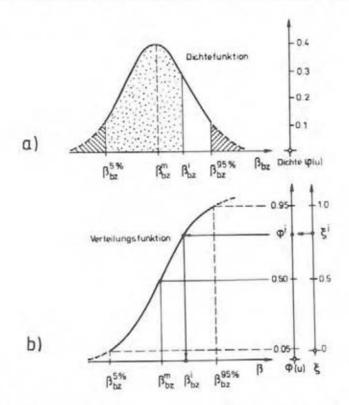


Bild 3.1: a) Dichtefunktion der GAUSS'schen Normalverteilung für die Betonzugfestigkeit β_{b 2}

b) Zusammenhang zwischen Riβbildungsgrad ξ und Betonzugfestigkeit βbz (nach Schwennicke (1983))

- Annahmen für die Erstrißbildung

Überschreiten die Betonspannungen $\beta_{b\,z,\,5\,\$}$, entstehen erste Risse. Beim Erreichen des 95 %-Fraktilwertes liegt an keiner Stelle mehr starrer Verbund vor. Zwischen diesen beiden Grenzwerten entstehen die weitaus meisten der bis zum Bruch auftretenden Risse. Eine Aussage darüber, wieviele Risse sich bei einer bestimmten Betonspannung eingestellt haben, ermöglicht der in Bild 3.1 aufgetragene Zusammenhang zwischen aktueller Betonzugfestigkeit und Rißbildungsgrad ξ . Entspricht beispielsweise die Betonpannung eines Zugstabes außerhalb der Einleitungslängen dem Wert $\beta_{b\,z,\,m}$, so gibt der Faktor ξ = 0,5 an, daß sich 50 % aller bis zum abgeschlossenen Erstrißbild möglichen Risse gebildet haben.

Nimmt man an, daß die Einleitungslängen le in gleicher Weise streuen wie die Betonzugfestigkeit, so gilt für den Mittelwert der Einleitungslängen bei Erreichen eines bestimmten Rißbildungsgrades %:

$$l_{em}(\xi) = l_{e}(\beta_{bz}(\frac{\xi}{2}))$$
 [3-7]

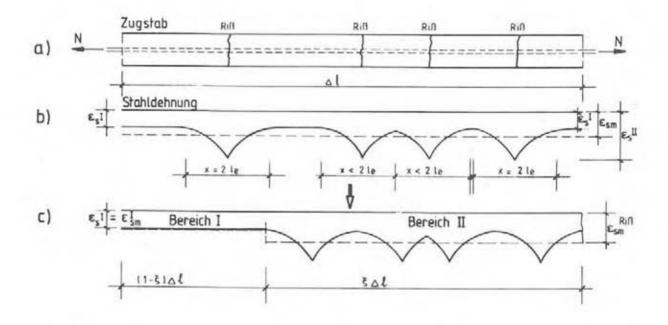


Bild 3.2: Prinzipieller Stahldehnungsverlauf bei Erstrißbildung und gedankliche Umordnung der Bereiche mit Zustand I bzw. mit Relativverschiebungen zwischen Stahl und Beton

Im Stadium der Erstrißbildung befinden sich, wie in Bild 3.2b gezeigt, einzelne Stababschnitte noch im ungerissenen Zustand I. Andererseits liegen Risse möglicherweise derart eng zusammen, daß sich ihre Einleitungslängen überschneiden. Dies ist um so wahrscheinlicher, je größer die Anzahl der vorhandenen Risse wird. Mit Hilfe des Rißbildungsgrades & ist eine Aussage sowohl über den Anteil der Abschnitte mit Zustand I an der Gesamtlänge als auch die gegenseitige Beeinflussung von Rissen möglich.

Hierzu wird zunächst das zufällig entstandene Rißbild gedanklich derart umgeordnet, daß Abschnitte mit Zustand I und Zonen mit Relativverschiebungen zwischen Stahl und Beton aneinanderliegen (siehe Bild 3.2c). Die Länge der Bereiche I und II läßt sich mit den in Bild 3.2c angegebenen Abhängigkeiten vom Rißbildungsgrad ξ berechnen.

Für den mittleren Rißabstand im Bereich II wird angenommen, daß sich bei beginnender Rißbildung ($o_b = \beta_{bz,5*}$) die Einleitungslängen benachbarter Risse nicht überschneiden. Der mittlere Rißabstand für den Bereich II beträgt dann:

$$Ob = \beta bz, ss:$$
 $a_m^{11}(\xi=0) = 2,00 \cdot l_e(\xi=0)$ [3-8]

Bei Erreichen des abgeschlossenen Erstrißbildes wird der mittlere Rißabstand im Bereich II in Anlehnung an Maier (1983) festgelegt:

$$o_b = \beta_{bz,95x}$$
: $a_m^{II}(\xi=1) = 1,31 \cdot 1_e(\xi=0,5)$ [3-9]

Zwischen diesen beiden Grenzwerten berechnet sich der mittlere Rißabstand für den Stababschnitt II in Bild 3.2c in Abhängigkeit von der aktuellen Betonspannung zu:

$$o_b = \beta_{bz,i}$$
: $a_m^{II}(\xi) = (2,0-0,69 \cdot \xi) \cdot 1_e(\frac{\xi}{2})$ [3-10]

Für den Gesamtstab erhält man den mittleren Riβabstand aus Gleichung [3-10] unter Berücksichtigung des Bereiches I in Bild 3.2c:

$$a_m (\xi) = \frac{1}{\xi} \cdot (2,0-0,69 \cdot \xi) \cdot 1_e (\frac{\xi}{2}) \quad 0 < \xi \le 1$$
 [3-11]

Die Dehnung am Gesamtstab beträgt:

$$\varepsilon_{sm}(\xi) = \xi \cdot \varepsilon_{sm}(\xi) + (1-\xi) \cdot \varepsilon_{s}^{I}(\xi)$$
 [3-12]

Aufgrund der nichtlinearen Zusammenhänge kann die Auswertung von Gleichung [3-12] nur punktweise für konkrete Werte von & erfolgen. Die Dehnungen für den Bereich I erhält man aus einer Berechnung mit Hilfe der Elastizitätstheorie. Die mittleren Dehnungen für den Bereich II lassen sich mit dem Programm BOND an einem

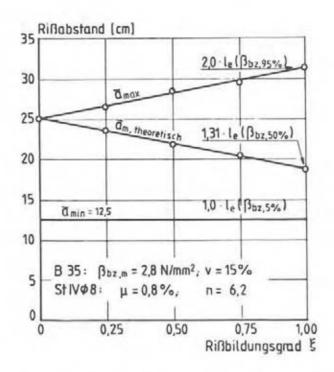


Bild 3.3: Mit den getroffenen Annahmen berechneter minimaler, maximaler und mittlerer Rißabstand bei Erstrißbildung

Rißelement mit der Länge entsprechend dem mittleren Rißabstand nach Gleichung [3-10] berechnen.

In Bild 3.3 sind die im Bereich der Erstrißbildung getroffenen Annahmen für ein Beispiel ausgewertet.

- Annahmen für die zunehmende Rißteilung

Bei Laststeigerung über das Niveau des abgeschlossenen Erstriβ-bildes hinaus nehmen die Relativverschiebungen zwischen Stahl und Beton weiter zu. Bei entsprechender Verbundgüte steigen damit auch die Verbundspannungen an und die zur Einleitung einer bestimmten Riβkraft erforderliche Länge verkürzt sich. Insbesondere zwischen denjenigen Rissen, die bei abgeschlossenem Erstriβ-bild einen Abstand in der Nähe des oberen Grenzwertes aufweisen, kann es dann zur weiteren Riβteilung kommen.

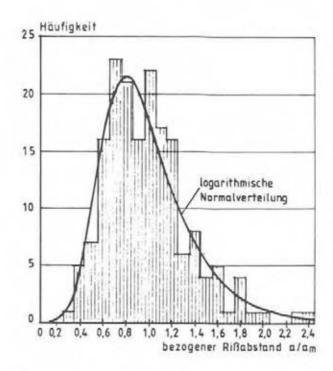


Bild 3.4: Aus Dehnkörperversuchen von Rehm/Eligehausen/Mallée (1976) ermittelte Dichtefunktion der Rißabstände bei abgeschlossener Erstrißbildung

Eine "exakte" statistische Untersuchung der Rißbildung oberhalb des abgeschlossenen Erstrißbildes würde einen erheblichen Aufwand bedeuten. Dazu müßte eine Aussage über die zwischen zwei Rissen vorhandene Betonzugfestigkeit in Abhängigkeit des aktuellen Riβ-abstandes getroffen werden.

Zudem weist die Dichtefunktion der Riβabstände bei abgeschlossenem Erstrißbild wegen der größeren Anzahl von Rissen mit geringem Abstand eine schwieriger zu handhabende logarithmische Normalverteilung auf. Zur Verdeutlichung dieses Sachverhaltes wurden in Bild 3.4 die Rißbilder von 12 zentrisch bzw. exzentrisch gezogenen Dehnkörpern mit 2,20 m Länge statistisch ausgewertet. Für Laststufen, in denen das abgeschlossene Erstrißbild erreicht sein mußte, wurde auf der Abszisse das Verhältnis zwischen tatsächlichem und mittlerem Rißabstand, eingeteilt in Klassen zu 0.1, aufgetragen. Die Ordinate entspricht der zugehörigen Häufigkeit der Rißabstände. Man erkennt, daß eine angenommene logarithmische Normalverteilung die Versuchsergebnisse gut annähert.

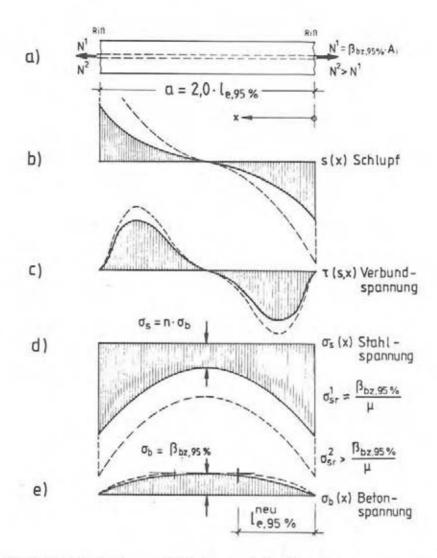


Bild 3.5: "Repräsentatives Rißelement" für den Zustand der zunehmenden Rißteilung

In Anbetracht der Tatsache, daß nach dem abgeschlossenen Erstrißbild nur noch vergleichsweise wenige zusätzliche Risse auftreten, sind für die Erfassung der weiteren Rißentwicklung vereinfachte Annahmen ausreichend.

Hierzu wird von einem "repräsentativen Rißelement" mit der Länge 2,0 · l_e,95 * und einer wirksamen Betonzugfestigkeit von βbz.95 * zwischen den Rissen ausgegangen (siehe Bild 3.5).

Für Laststufen oberhalb des abgeschlossenen Erstrißbildes wird an diesem Rißelement mit Verbundberechnungen kontrolliert, ob die in den Beton eingeleitete Kraft der Rißkraft $N_r = \beta_{bz,95x} \cdot A_b$ ent-

spricht. Ausgedrückt für die Stahlspannungen erhält man aus Beziehung [3-1] folgende Bedingungsgleichung:

$$O_8(x) \le (N - \beta_{bz}, 95x \cdot A_b)/A_8$$
 [3-13]

x = Entfernung zum Riß

Ist Gleichung [3-13] erfüllt, so treten in der untersuchten Laststufe weitere Risse auf. Die Entfernung zwischen dem bereits vorhandenen Riß und der Stelle x wird als neue Einleitungslänge $l_{\text{e,95}}$ (N) bezeichnet. Nimmt man an, daß sich die Einleitungslängen für andere Betonzugfestigkeiten entsprechend verändern, so kann für den mittleren Rißabstand oberhalb des abgeschlossenen Erstrißbildes folgende Beziehung angegeben werden:

$$a_m(N) = 1,31 \cdot 1_{e,m} \cdot \frac{1_{e,95x}(N)}{1_{e,95x}}$$
 [3-14]

Untersuchungen für höhere Laststufen erfolgen jeweils am verkürzten repräsentativen Rißelement mit der Länge $2,0 \cdot l_{e,95}(N)$. Ist Gleichung [3-13] nicht mehr erfüllbar, so liegt ein abgeschlossenes Rißbild vor. Der mittlere Rißabstand bleibt konstant. Zur Berechnung der mittleren Stahldehnungen gilt weiterhin Gleichung [3-12] mit $\xi = 1,0$.

3.3.2 Einfluß einer Querbewehrung auf die Rißbildung

Querbewehrungen bzw. Bügel stellen für den Zugspannungsverlauf im Beton eine Störstelle dar. In Versuchen ist daher ein bevorzugtes Auftreten von Erstrissen in der Nähe von Querbewehrungen festzustellen.

Genauere Untersuchungen über den festigkeitsmindernden Einfluß der Querbewehrung bei Zugbeanspruchung sind dem Autor nicht bekannt. Die vorliegende Arbeit verzichtet deshalb auf eine Reduzierung der aufnehmbaren Betonzugkraft infolge Querbewehrung und führt diese als Zwangsbedingung für die Erstrißbildung ein. Es wird angenommen, daß in einem Bauteilabschnitt mit sonst gleicher

Wahrscheinlichkeit für die Lage der Erstrisse diese jeweils an der Querbewehrung auftreten.

Da wegen der Zwangsbedingung für die Erstrißlage der Einfluß der streuenden Betonzugfestigkeit in den Hintergrund tritt, werden notwendige Fallunterscheidungen vereinfacht anhand der aus der mittleren Betonzugfestigkeit $\beta_{b\,z\,,\,m}$ berechneten Einleitungslänge l_{e} getroffen:

a) Der Abstand der Querbewehrung beträgt: smu < le

In diesem Fall stellt sich bei abgeschlossenem Erstrißbild ein Riβabstand entsprechend dem der rechnerischen Einleitungslänge nächstgrößeren Vielfachen von seu ein.

b) Der Abstand der Querbewehrung beträgt: le ≤ ssu < 2·le

$$a_{m}(\xi=1) = s_{BL}$$
 [3-15]

c) Der Abstand der Querbewehrung beträgt: 2·1e ≤ sBu < 3·1e

$$a_{m}(\xi=1) = 0,5 \cdot s_{Bu}$$
 [3-16]

d) Der Abstand der Querbewehrung beträgt: 3.1e ≤ seu < 4.1e

Hier gilt für Bild 3.1 die Bedingung, daß $(k+2) \cdot l_e$ nicht variabel, sondern gleich dem Bügelabstand $s_{B\,u}$ ist. Daraus folgt:

$$k = \frac{s_B u}{l_e} - 2$$

und aus Gleichung [3-4] ergibt sich der mittlere Rißabstand zu:

$$a_m (\xi=1) = \frac{s_{Bu}^2}{6 \cdot (\frac{s_{Bu}}{1_e} - 2) \cdot 1_e}$$
 [3-17]

Größere Verhältnisse als $s_{8\,0}/l_e=4$ sind ohne praktische Bedeutung und werden nicht weiter verfolgt.

Obwohl bei den getroffenen Fallunterscheidungen der Rißabstand bei Erstrißbildung häufig nur Vielfache des Querbewehrungsabstandes annehmen kann, wird für den mittleren Rißabstand am Gesamtstab von folgender Annahme ausgegangen:

$$a_m(\xi) = \frac{1}{\xi} \cdot a_m(\xi=1,0)$$
 $0 < \xi \le 1$ [3-18]

Aufgrund der bei vorhandener Querbewehrung weitgehend determinierten Lage der Risse wird auf eine Beziehung, die die gegenseitige Beeinflussung regelt, verzichtet. Ist der nach Gleichung [3-18] berechnete Riβabstand größer als die doppelte Einleitungslänge so liegen noch Abschnitte mit Zustand I vor. Die mittlere Dehnung berechnet sich für am > 2·le(ξ) zu:

$$\varepsilon_{sm}(\xi) = \frac{2 \cdot l_e(\xi) \cdot \varepsilon_{sm}(\xi) + (a_m - 2 \cdot l_e(\xi)) \cdot \varepsilon_s}{a_m}$$
 [3-19a]

Für am ≤ 2·1e(%) gilt:

$$\varepsilon_{sm}(\xi) = \varepsilon_{sm}^{II}$$
 [3-19b]

Die Dehnung für den Bereich II wird an einem Rißelement mit der Länge entsprechend dem kleineren Wert aus am und 2·le (ξ) berechnet.

Oberhalb des abgeschlossenen Erstrißbildes gelten sinngemäß die Beziehungen [3-13] und [3-14], wobei hier $\beta_{bz,95}$ und $l_{e,95}$ jeweils durch die Mittelwerte $\beta_{bz,m}$ und $l_{e,m}$ zu ersetzen sind.

3.3.3 Erweiterung der Beziehungen auf Biegebeanspruchung

Bei Biegebeanspruchung gelten prinzipiell die gleichen Zusammenhänge wie bei reiner Zugbeanspruchung. Das Auftreten eines Biegerisses wird angenommen, wenn die Zugspannung am Querschnittsrand die nach Abschnitt 2.1.2 berechnete Biegezugfestigkeit überschreitet. Bis zum Auftreten des ersten Risses verhält sich ein Stahlbetonbalken nahezu linearelastisch. Für die Ermittlung der Rißmomente gelten die Zusammenhänge der Elastizitätstheorie:

$$M_{r}(\xi) = (\beta_{Bz}(\xi) - \frac{N}{A_1}) \cdot W_1$$
 [3-20]

Die Streuung der Biegezugfestigkeit soll ebenfalls der Normalverteilung nach Bild 3.1 entsprechen. Damit sind die Riβmomente für den Zustand der Erstrißbildung festgelegt. Für ein konkretes Riβmoment erhält man aus einer Berechnung mit MKAPPA (siehe Anhang A1) die nach dem Reißen im Riβquerschnitt vorhandene Stahlspannung. Die für die Berechnung des Riβabstandes benötigte Einleitungsläge le(ξ) wird aus der Stahlspannung der dem Querschnittsrand am nächsten liegenden Stahllage ermittelt.

Alle weiteren Berechnungen werden in Analogie zu den in Abschnitt 3.3.2 beschriebenen Beziehungen durchgeführt.

4 SCHNITTKRAFT-FORMANDERUNGS-BEZIEHUNGEN FÜR STAHLBETONTRAGWERKE

4.1 Vorbemerkungen

Für das einachsig beanspruchte Stabelement besteht eine Interaktion zwischen den Schnittkräften Moment, Normalkraft, Querkraft einerseits und den Verformungen Krümmung, Dehnung und Gleitung andererseits. Die nichtlinearen Schnittkraft-Formänderungs-Beziehungen lassen sich anhand eines Matrizenschemas veranschaulichen (siehe Breuer (1977) bzw. Kammenhuber (1961)):

	х	3	7	
М	NL	NL	NL	
N	NL	NL	NL	
Q	NL	NL	NL	

(NL = Nichtlineare Verknüpfung)

Eine geschlossene Theorie, die eine vollständige Verknüpfung der Schnittkraft-Formänderungs-Beziehungen in der angegebenen Form enthält, existiert für Stahlbeton bisher nicht. Ein derartiger Ansatz würde in den weitaus meisten Anwendungsfällen auch einen ungerechtfertigt hohen Aufwand bedeuten. Je nach Genauigkeitsanforderungen wird deshalb von vollständig entkoppelten und linearen Beziehungen (Elastizitätstheorie) oder von teilweise gekoppelten, möglicherweise nichtlinearen Zusammenhängen ausgegangen. In der vorliegenden Arbeit mit dem Hauptaugenmerk auf der M-N-x-Interaktion wird folgendes Schema angestrebt:

	х	3	7	
M	NL	0	Ls	
N	NL	L	0	
Q	0	0	Ls	

Aufbauend auf den Materialgesetzen in Abschnitt 2 und dem Modell für die Riβbildung in Abschnitt 3 werden in Abschnitt 4.2 Beziehungen zur Beschreibung des mittleren Momenten-Krümmungs-Verhaltens angegeben.

4.2 Mittlere Normalkraft-Momenten-Krümmungs-Beziehungen

Die Interaktion zwischen Normalkraft, Moment und Krümmung kann in einem Materialgesetz auf zwei verschiedene Arten erfaßt werden:

- a) jeweils für konstante Normalkräfte werden M-x-Beziehungen ermittelt,
- b) jeweils für konstante Momente werden N-x-Zusammenhänge formuliert.

In beiden Fällen ist zur Abdeckung des möglichen Beanspruchungsbereiches eine ganze Schar von Linien zu bestimmen.

Da in vielen Anwendungsbereichen von Stahlbetonbauteilen die Normalkraft gleich Null ist oder konstant angenommen werden kann, wird hier die Formulierung des Materialgesetzes nach a) gewählt. Eine Normalkraft verändert im aufgestellten Modell für die M-xm-Beziehung den Dehnungs- bzw. Spannungszustand im Riβquerschnitt. Hierauf wird im Anhang Al näher eingegangen. Die folgenden Ausführungen behandeln den Fall reiner Biegebeanspruchung, ohne Normalkraft.

Bild 4.1 zeigt eine schematische Darstellung des Zusammenhanges zwischen Moment und Krümmung.

Im Bereich A befindet sich der Biegeträger im ungerissenen Zustand I. Zwischen Moment und Krümmung besteht ein nahezu linearer Zusammenhang. Nach Überschreiten des Erstrißmomentes $M_{r,1}$ nehmen die Krümmungen stark zu. Der Abstand zwischen den Linien für das mittlere Verhalten und für die Beziehung im Rißquerschnitt wird geringer. Im Bereich C, mit weitgehend abgeschlosse-

ner Riβbildung, nähern sich die beiden Linien zunächst weiter, wenn auch deutlich langsamer, an. Von besonderem Interesse für die vorliegende Arbeit ist das Verhalten nach Überschreiten des Streckgrenzenmomentes Mp1. Je nach Verbundeigenschaften und Verlauf der Stahlkennlinie oberhalb der Streckgrenze bleiben wesentliche plastische Verformungen auf ein begrenztes Gebiet in der Nähe von Rissen beschränkt. Die Krümmungen im Riβquerschnitt nehmen daher sehr viel schneller zu als die mittleren Werte. Der Last-Verformungszusammenhang geht also beim Überschreiten der Streckgrenze im Stahl keinesfalls, wie häufig in Darstellungen der Literatur zu finden, in den reinen Zustand II über. Vielmehr ist hier wieder eine Zunahme der Betonmitwirkung festzustellen.

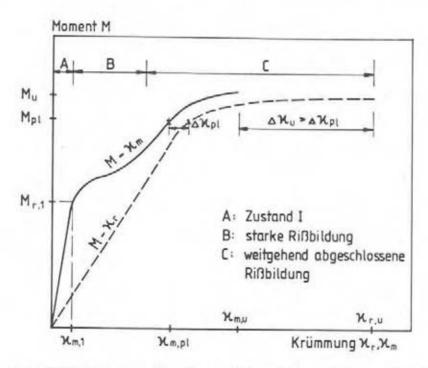


Bild 4.1: Zusammenhang zwischen Biegemoment M und Krümmung x_R im Rißquerschnitt bzw. mittlerer Krümmung x_m

4.2.1 Momenten-Krümmungs-Zusammenhang im ungerissenen Zustand I

Im ungerissenen Zustand I sind die Annahmen der Elastizitätstheorie in jedem Querschnitt erfüllt. Für die Krümmung x gilt:

$$x = \frac{M}{K_B} = \frac{M}{E_b I_1} \approx \frac{M}{E_b I_b}$$
 [4-1]

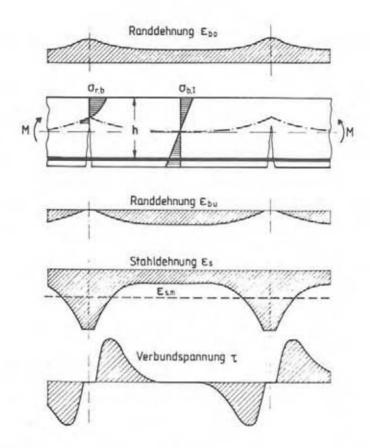


Bild 4.2: Verlauf von Dehnungen und Verbundspannungen entlang der Bauteilachse nach der Rißbildung

4.2.2 Momenten-Krümmungs-Zusammenhang im gerissenen Zustand

Sind Risse vorhanden, so ist auch bei konstantem Moment die Krümmung entlang der Bauteilachse sehr unterschiedlich verteilt. Wie in Bild 4.2 gezeigt, weisen die Betondruckzone und der gezogene Bewehrungsstahl im Rißquerschnitt Dehnungsmaxima auf. Zwischen zwei Rissen bewirkt die Ausbreitung der Betondruckzone eine Verringerung der Betonrandstauchung, die Stahldehnung nimmt aufgrund der Verbundwirkung ab. Der Krümmungsverlauf

$$x = (\varepsilon_{bo} + \varepsilon_{s})/h$$
 [4-2]

weist einen girlandenförmigen Verlauf auf. Die Definition einer mittleren Momenten-Krümmungs-Beziehung bedeutet deshalb, daß die

Verträglichkeit der Krümmungen nur noch bei Betrachtung eines Bereiches von mindestens einem Rißabstand im Mittel erfüllt werden kann.

Bei der Formulierung von mittleren Momenten-Krümmungs-Beziehungen wird wie folgt vorgegangen:

Den Ausgangspunkt stellt die Momenten-Krümmungs-Beziehung im Rißquerschnitt dar. Das Aufstellen dieser Beziehung ist aufgrund der nichtlinearen Arbeitslinien von Beton und Stahl nur iterativ und punktweise, für vorgegebene Krümmungen möglich. Dies geschieht mit dem in Anhang Al beschriebenen Rechenprogramm MKAPPA. Das Programm wurde von Langer (1987) für Untersuchungen zur Verdrehfähigkeit plastizierter Tragwerksbereiche aufgestellt und durch Vergleichsrechnungen zu Versuchen abgesichert.

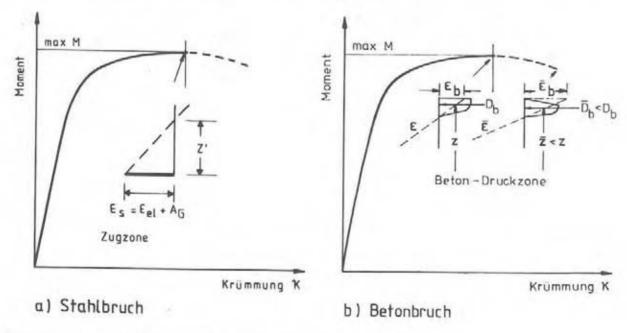


Bild 4.3: Bruchkriterien für die Momenten-Krümmungs-Beziehung im Rißquerschnitt (nach Langer (1987))

Als Ergebnis der Berechnung erhält man Wertepaare für Momente und Krümmungen sowie die zugehörigen Querschnittskräfte bzw. -spannungen, -dehnungen und Druckzonenhöhen.

Bei der Festlegung eines Querschnittsbruchkriteriums ist zu unterscheiden zwischen Stahl- und Betonbruch.

Querschnittsversagen infolge Stahlbruch ist durch die Annahme einer maximalen Dehnfähigkeit (Gleichmaßdehnung) in der σ - ϵ -Linie des Stahles eindeutig festgelegt (siehe Bild 4.3a).

Für Beton ist eine Bruchdehnung nicht vorgegeben. Die Momenten-Krümmungs-Beziehung weist im Falle sehr hoher Betonausnutzung einen Hochpunkt auf und geht anschließend stetig in einen, je nach Verlauf der σ - ϵ -Linie des Betons, mehr oder weniger steil abfallenden Ast über (siehe Bild 4.3b). Obwohl das Überschreiten des Hochpunktes noch nicht das Versagen der Betondruckzone bedeutet, wird das Erreichen des maximalen Momentes als Bruchkriterium festgelegt.

Die getroffenen Annahmen für den Grenzzustand der Querschnittstragfähigkeit erschienen aus verschiedenen Gründen sinnvoll:

- Ein Einfeldträger unter Lasteinwirkung versagt, wenn in einem Querschnitt das definierte Bruchmoment überschritten wird.
- Würden Verformungen zugelassen, die über die getroffenen Festlegungen hinausgehen, so würde bei konstantem Moment über einen größeren Tragwerksbereich die Verformungsfähigkeit sowohl bei Stahlbruch als auch bei Betonversagen deutlich überschätzt: Die Einschnürdehnung des Stahles stellt sich nur in einem Riβquerschnitt ein. Ebenso tritt bei Betonversagen die Bruchverformung nur lokal begrenzt auf.
- Die Annahme einer monoton steigenden Momenten-Krümmungs-Beziehung vereinfacht die nichtlineare Rechentechnik bei der FE-Berechnung eines Systemes erheblich.

Sind die Stahlspannungen im Rißquerschnitt bekannt, kann mit dem Programm BOND der Stahldehnungsverlauf zwischen zwei Rissen und daraus die mittlere Stahldehnung berechnet werden. Aus den mittleren Dehnungen und dem im Riß vorhandenen Abstand der Stahllage von der Dehnungsnullinie z' erhält man schließlich die mittlere Krümmung (siehe Bild 4.4):

$$x_m = \frac{\epsilon_{sm}}{Z'}$$

Im Bereich der Erstriβbildung berechnet sich die mittlere Krümmung unter Einbeziehung von Anteilen aus Zustand I analog zur Beziehung [3-12] für den Zugstab zu:

$$x_m = \xi \cdot x_m^{II} + (1-\xi) \cdot x^{I}$$
 [4-4]

Oberhalb des abgeschlossenen Erstrißbildes ist in Gleichung [4-4] E = 1 zu setzen. Die Annahme vom Ebenbleiben der Querschnitte wird bis zum theoretischen Bruchzustand beibehalten. Damit läßt sich, wie Plauk (1979) in FE-Berechnungen zeigte, das reale Dehnungsverhalten von Biegeträgern in guter Näherung erfassen.

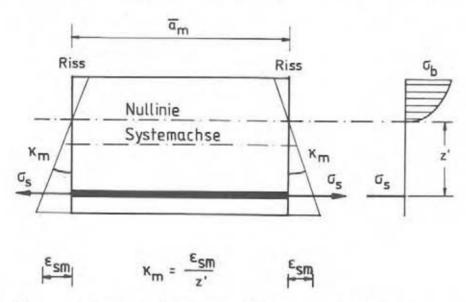


Bild 4.4: Zusammenhang zwischen mittlerer Stahldehnung und mittlerer Krümmung am Rißelement

Es ist anzumerken, daß die Vorgehensweise zur Berechnung von χm einem Verfahren gleichbedeutend ist, bei dem man die Relativverschiebung zwischen Stahl und Beton über den Rißabstand integriert, daraus den im Riß entstehenden "Knick" ermittelt, und diesen dann wieder über den Rißabstand als mittlere Krümmung "verschmiert". Das Auftreten eines "Knickes" im Rißquerschnitt entspricht etwa dem realen Bauteilverhalten. Die in der Literatur zu findende Berücksichtigung der Ausbreitung der Druckzone zwischen den Rissen durch veränderliches z' in Gleichung [4-3] bringt nur scheinbar eine Genauigkeitssteigerung. Richtigerweise müßte die Betonverformung zwischen zwei Rissen über eine Schei-

benberechnung ermittelt werden (siehe Plauk (1979)). Da dieser Anteil an der Gesamtverformung jedoch sehr gering ist, wird auf eine Erfassung verzichtet. Dabei wurde auch berücksichtigt, daß durch die Annahme der Gültigkeit der Bernoulli-Hypothese im plastischen Verformungsbereich die Krümmung für den Rißquerschnitt etwas zu groß berechnet wird.

4.2.3 Zur Zulässigkeit der Dehnungsuntersuchungen an einem Riβelement mit mittlerer Länge

Wie erläutert, soll beim Aufstellen mittleren Momenten-Krümmungs-Beziehungen die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen für eine gegebene Laststufe an einem Rißelement mit einer Länge entsprechend dem mittleren Rißabstand berechnet werden. Es wird weiter vorausgesetzt, daß an beiden Elementrändern die gleiche Stahlzugkraft angreift. Dies ist gleichbedeutend mit der Annahme eines konstanten Momentenverlaufes.

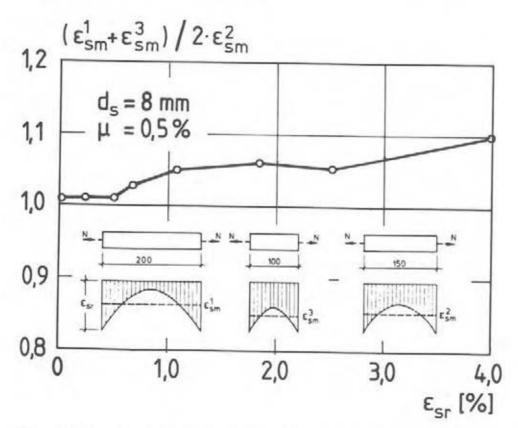


Bild 4.5: Bezogene mittlere Dehnungen für unterschiedliche Rißabstände in Abhängigkeit von der Dehnung im Riß

Beide Annahmen sind Näherungen der tatsächlichen Verhältnisse mit i.a. streuenden Rißabständen und Momentengradienten. Der Einfluß der Vereinfachungen auf die Genauigkeit ist zu überprüfen.

In Vergleichsrechnungen wurden zunächst die mittleren Dehnungen an Verbundelementen mit einer Länge a und 2·a berechnet und der Mittelwert den Ergebnissen für ein Rißelement mit der Länge 1,5·a gegenübergestellt. Stimmen die beiden Werte in etwa überein, ist die Beschränkung der Betrachtungen auf ein Rißelement mit mittlerer Länge gerechtfertigt. Exemplarisch ist in Bild 4.5 ein Vergleich für einen Bewehrungsgrad $\mu=0.5$ %, Beton B 25 und eine Stahlkennlinie entsprechend einem Stahl III dargestellt. Man erkennt, daß das Ergebnis für den Rißabstand a = 150 mm hinreichend genau mit dem Mittel aus den Rißabständen a = 100 mm und a = 200 mm übereinstimmt. Weitere Berechnungen erbrachten ähnliche Ergebnisse (siehe Eligehausen/Kreller/Langer (1986)).

Der Einfluß eines Momenten- bzw. Zugkraftgradienten auf das mittlere Dehnungsverhalten wird an einem Rißelement mit der Länge a = 200 mm und einer Variation der am linken Elementrand angreifenden Zugkraft zwischen 40 % und 100 % der Zugkraft des rechten Randes untersucht. Für jeden Verhältniswert α erhält man eine σ - ϵ m-Linie (siehe Bild 4.6). Aus diesen Linien kann bei gegebenem Zugkraftgradienten die mittlere Dehnung auf zwei Arten ermittelt werden:

- aus einer genauen Rechnung mit dem tatsächlichen Kräfteverhältnis,
- näherungsweise, aus der Linie mit konstanter Zugkraft (α = 1,0) als Mittelwert der Dehnungen, die für die vorhandenen Stahlspannungen am linken bzw. am rechten Elementrand aus Bild 4.6 abgelesen werden können.

Stimmen beide Werte in etwa überein, kann der Einfluß eines Spannungsgradienten vernachlässigt werden. Als Beispiel wird in Bild 4.6 das Zugkraftverhältnis $\alpha=0.6$ betrachtet. Aus der Kurve $\alpha=1.0$ und den Stahlspannungen $\sigma_8=240$ N/mm² am linken und $\sigma_8=400$ N/mm² am rechten Elementrand erhält man eine mittlere Dehnung von $\epsilon_m=0.153$ %. Die genaue Kurve für $\alpha=0.6$ liefert für den Eingangswert $\sigma_8=400$ N/mm² in diesem Fall exakt den gleichen Dehnungswert.

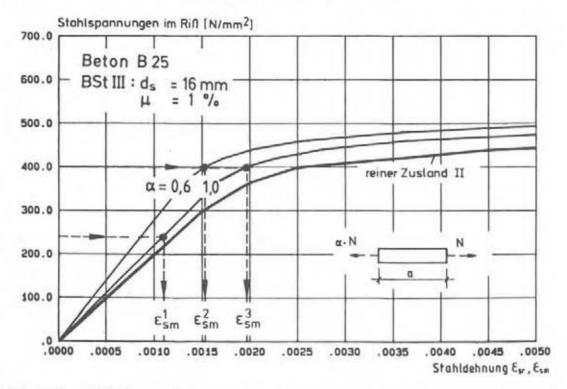


Bild 4.6: Mittlere Dehnungen für unterschiedliche Zugkräfte an den Elementrändern (Riβabstand a = 200 mm)

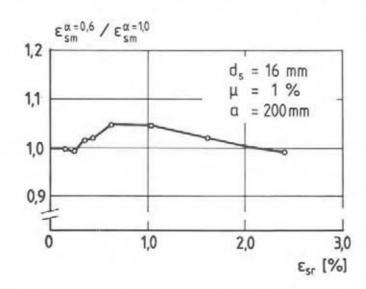


Bild 4.7: Verhältnis zwischen genau und näherungsweise bestimmter mittlerer Dehnung bei Zugkraftgradienten

In Bild 4.7 ist das Verhältnis zwischen genau und näherungsweise bestimmten Dehnungen für den bei üblichen Beanspruchungen extremen Faktor $\alpha=0.6$ (\triangleq Veränderung der Zugkraft um 40 % auf einer Länge von 20 cm) in Abhängigkeit von der Dehnung im Riß aufgetragen. Die maximale Abweichung zwischen genauer Rechnung und Näherung beträgt für den untersuchten Fall ca. 5 %. Die vereinfachte Erfassung des Zugkraftgradienten ist also hinreichend genau.

4.2.4 Berücksichtigung von Entlastungsvorgängen

Zusätzliche Festlegungen sind in der M-x-Beziehung bezüglich der Steifigkeit bei Entlastungsvorgängen zu treffen.

Im ungerissenen Zustand weisen Stahlbetonbauteile bei Be- und Entlastung nahezu linearelastisches Verhalten auf. Entlastungen aus Beanspruchungszuständen oberhalb des Erstriβmomentes folgen nicht mehr der für monotone Erstbelastung gültigen M-xm-Kurve. Je nach bereits vorhandener Verformung und Größe des Beanspruchungsrückganges verlaufen in Versuchen ermittelte Last-Verformungsbeziehungen auf unterschiedlich stark ausgeprägten Hysteresiskurven (siehe z.B. Sinha/Gerstle/Tulin (1964)).

Die Programme MKAPPA und BOND sind für die numerische Untersuchung von Entlastungsvorgängen bereits ausgelegt. Eine genauere Erfassung dieser Vorgänge würde allerdings neben erweiterten Stoffgesetzen auch einen wesentlich größeren Aufwand bei der Aufstellung der M-x-Beziehungen erfordern. In Anlehnung an Untersuchungen von Stangenberg (1973) wird deshalb bei Entlastung von vereinfachten Steifigkeitsannahmen ausgegangen (siehe Bild 4.8):

Bis zum Erreichen des Erstrißmomentes gilt für Lastwechsel die Steifigkeit des Zustandes I. Nach dem Überschreiten des Erstriβ-momentes finden Ent- und Wiederbelastungsvorgänge mit konstanter Steifigkeit statt. Die Steifigkeit entspricht der Steigung einer Geraden zwischen maximal erreichtem M-x-Wertepaar und dem Null-punkt. Ab der Reversibilitätsgrenze, die bei Überschreiten der

Elastizitätsgrenze im Stahl angenommen wird, bleibt die Entlastungssteifigkeit konstant. Für Wiederbelastungen über den bereits erreichten Maximalwert hinaus gilt weiterhin die Kurve für monotone Belastung.

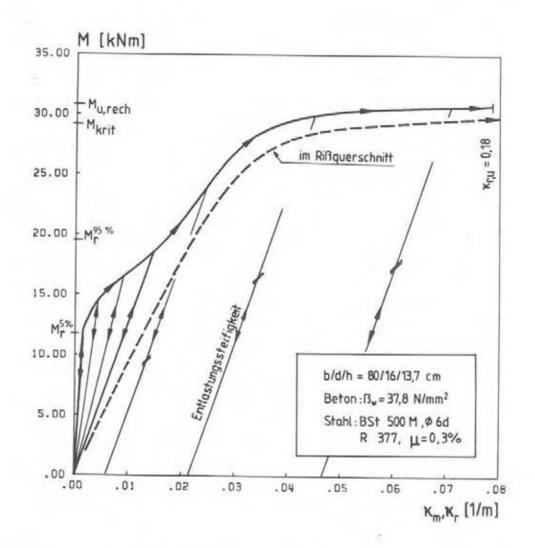


Bild 4.8: Beispiel für eine mit dem Modell berechnete mittlere M-x-Linie und die M-x-Beziehung im Riβquerschnitt

In Bild 4.8 ist exemplarisch für einen Plattenstreifen die mit dem aufgestellten Modell berechnete Momenten-Krümmungs-Linie im Rißquerschnitt (nicht vollständig dargestellt) und die mittlere M-x-Beziehung aufgetragen. Außerdem sind für verschiedene Beanspruchungen Entlastungssteifigkeiten eingezeichnet.

4.3 Annahmen zur Dehnsteifigkeit

Aus den Dehnungen in der Systemachse des durch Biegung und Normalkraft beanspruchten Rißelementes in Bild 4.4 ließe sich direkt ein Momenten-Normalkraft-Dehnungs-Zusammenhang ableiten. Auch für den Fall, daß keine Normalkraft einwirkt, verändert sich die Länge der Systemachse mit zunehmender Biegeverformung. Durch eine Beziehung zwischen Moment und mittlerer Dehnung wäre es daher möglich, die "Membrantragfähigkeit" eines biegebeanspruchten Stahlbetonbauteiles zu erfassen.

Eine Berücksichtigung der nichtlinearen Dehnsteifigkeit ist im FE-Programm NILAST bisher jedoch nicht vorgesehen. Wegen der in der Praxis untergeordneten Bedeutung der Längsverformungen wird in späteren Berechnungen von der konstanten Dehnsteifigkeit des ungerissenen Zustandes I ausgegangen:

 $K_D \approx E_b A_b$ [4-5]

4.4 Zusammenhang zwischen Querkraft und Schubdeformation

Aus der Fachwerkanalogie ist bekannt, daß die durch Querkraft hervorgerufene Schrägrißbildung die aus der Biegebeanspruchung berechneten Zug- und Druckgurtkräfte verändert. Der Vergrößerung der Zuggurtkraft wird bei einer Bemessung nach DIN 1045 durch Berücksichtigung des sog. Versatzmaßes Rechnung getragen.

Die Schubrißbildung beeinflußt auch den Zusammenhang zwischen Moment und zugehöriger Krümmung. Soll der Querkrafteinfluß in der M-x-Beziehung berücksichtigt werden, so müßte die Querkraft neben der Normalkraft als 4. Dimension eingeführt werden. Dadurch steigt die Anzahl der vorab zu ermittelnden M-x-Linien exponentiell an.

Eine weitere Möglichkeit, die Querkraft zu erfassen, besteht darin, die M-x-Beziehung während der Systemanalyse für jedes Element jeweils unter Beachtung der aktuellen Querkraft neu zu berechnen (siehe Steidle (1988)). Der Rechenaufwand steigt hierbei ebenfalls erheblich an.

Beide Vorgehensweisen würden den Vorteil von $M-x_m$ -Beziehungen als einfaches, vorab bestimmbares Materialgesetz zunichte machen. Auf eine Berücksichtigung der Querkraft für den M-x-Zusammenhang wird deshalb verzichtet.

Diese Annahme ist auch aus folgenden Gründen gerechtfertigt:

- Die geplanten Untersuchungen befassen sich mit gering bewehrten Querschnitten. Eine Schubriβbildung tritt hier nicht auf.
- Bei höher bewehrten Bauteilen reicht häufig schon die sich aufgrund der geringeren Betonmitwirkung ergebende größere Verformungsfähigkeit aus, um z.B. Momentenumlagerungen in sinnvollen Grenzen zuzulassen (siehe Beispielrechnung im Anhang A4). Außerdem vergrößert die Schubrißbildung sowohl im Feld als auch über der Stütze die Verformungen. Für die Verträglichkeitskontrolle stehen daher den höheren Verformungsfähigkeiten auch größere erforderliche Verformungen gegenüber.
- Ein gewisser Ausgleich für die Vernachlässigung des Schubeinflusses ist dadurch möglich, daß für die Momentenausrundung über der Stütze eine Ausbreitung der Auflagerpressung unter 45° bis zur Systemachse berücksichtigt wird.

Die Berechnung der zusätzlichen Durchbiegungen aufgrund des Schubeinflusses ist durch die Definition zutreffender Schubsteifigkeiten möglich. Der im folgenden wiedergegebene Zusammenhang zwischen Moment, Querkraft und Gleitung entspricht den von Dilger (1966) aufgestellten Beziehungen.

Für die infolge Querkraft auftretende Gleitung τ gilt allgemein der Zusammenhang:

$$\tau = \frac{Q}{K_0}$$

In Stahlbetontragwerken sind wesentliche Deformationen aus Querkraft nur für dünne Stege von Plattenbalken oder sehr geringe Momenten-Schubverhältnisse ($M/Q \cdot h$) zu erwarten. Derartige Querschnittsausbildungen bzw. Systeme sind nicht Gegenstand der Untersuchungen. Es wird weiterhin davon ausgegangen, daß die Schubbewehrung ausreichend bemessen wurde, um Schubversagen sicher zu verhindern.

Im ungerissenen Zustand berechnet sich die Schubsteifigkeit aus dem Produkt des Schubmoduls $G = E_b/2(1+\nu)$ und der wirksamen Fläche A' (A' \approx 0,83·Ab für Rechteckquerschnitte, A' \approx Stegfläche für Plattenbalken). Mit der Querkontraktionszahl $\nu \approx 0,25$ für Beton und unter Vernachlässigung des Beitrages einer Längsbewehrung beträgt die Schubsteifigkeit im Zustand I:

$$K_b^I = 0, 4 \cdot E_b \cdot A'$$

Die aus der Elastizitätstheorie abgeleitete Gleichung [4-6] liefert nur bis zum Auftreten von Schubrissen annähernd richtige Ergebnisse. Nach der Rißbildung werden Querkräfte entsprechend dem Fachwerkmodell von Mörsch im wesentlichen über schräge Betondruckstreben und Stahlzugstreben abgetragen. Rißverzahnung, Dübelwirkung der Längsbewehrung und die Druckzone tragen ebenfalls zur Querkraftaufnahme bei.

Für den Fall, daß Querkräfte nur durch schräge Betondruckstreben und Zugstäbe (Schubbewehrung) aufgenommen werden, berechnet Dilger (1966) mit Hilfe eines erweiterten Fachwerkmodelles die Schubsteifigkeit für den reinen Zustand II. Die definierte Schubsteifigkeit enthält auch die zusätzlichen Verformungen von Zugund Druckgurt. Nach "empirischer Modifikation" zur Erfassung von in der Ableitung nicht berücksichtigten Anteilen, erhält Dilger für senkrecht bzw. unter 45° zur Systemachse angeordnete Schubbewehrung die Beziehungen:

$$K_{s,90}^{II} = \frac{\mu_{r} \cdot E_{s}}{k_{r} + 4 \cdot n \cdot \mu_{r}} \cdot b_{0} \cdot z$$
 [4-8a]

$$K_{a}^{II} = \frac{\mu_{\tau} \cdot E_{a}}{k_{\tau} + n \cdot \mu_{\tau}} \cdot b_{0} \cdot z$$
 [4-8b]

mit: $k_r = (\tau_0 - \tau_{0R} - \sigma_y)/\tau_0 \approx 0.75$

 $\tau_0 = Q/(b_0 \cdot z) \qquad [N/mm^2]$

 $\tau_{OR} \approx 0.033 \cdot \beta_W [N/mm^2]$

 $\mu_{\tau} = A_{\theta \tau} / (b_{\theta \cdot s})$ Schubbewehrungsgrad

 $O_{ST} = (T_0 - T_{OR})/\mu_T$ Bügelspannung

Oy = Vertikale Spannungskomponente aus Gleichlast in Stegmitte beim Erreichen von το R

As t = Schrägstab- oder Bügelquerschnitt (alle Schenkel)

s = Bügelabstand

bo = geringste Breite in der Zugzone

z = Hebelarm der inneren Kräfte

Die zu Schubrissen und damit zum Übergang von Ks nach Ks führende Querkraft berechnet sich zu:

$$Q_R = \tau_{0R} \cdot b_0 \cdot z \qquad [4-9]$$

Im Rechenmodell wird, sofern der Einfluß von Schubverformungen von Interesse ist, von den vereinfachten Beziehungen für die Schubsteifigkeit im Zustand I und II nach Dilger ausgegangen. Schubversagen wird angenommen, wenn die berechneten Bügelspannungen die Streckgrenze des Stahles überschreiten.

5 PRINZIPIELLES VORGEHEN BEI DER NICHTLINEAREN SYSTEMANALYSE

5.1 Vorbemerkungen

Der Begriff "nichtlineare Systemanalyse" steht für die Berechnung von Schnittgrößen und Verformungen unter Berücksichtigung von physikalischen und geometrischen Nichtlinearitäten. Als pysikalische Nichtlinearität wird das nichtlineare Verhalten eines Werkstoffes bezeichnet. Die geometrische Nichtlinearität erfaßt den zusätzlichen Einfluß großer Verformungen auf die Tragfähigkeit eines Systems.

Für die Analyse von Stabtragwerken wurde ein Rechenprogramm mit dem Ziele aufgestellt, spezielle Belange von Stahlbetontragwerken zu berücksichtigen und durch die Wahl eines leistungsfähigen Rechenalgorithmus den numerischen Aufwand zu beschränken. Das Programm NILAST (NIchtLineare Analyse von STahlbetonstabtragwerken) ist in Anhang A3 näher beschrieben. Im folgenden werden allgemeine Erläuterungen zur Durchführung und zum Ablauf einer Berechnung angegeben.

Das Programm NILAST berücksichtigt sowohl das nichtlineare Materialverhalten als auch den Einfluß großer Verformungen. Die "Theorie II. Ordnung" oder das "Knicken" druckbeanspruchter Bauteile sind damit erfaßt.

5.2 Ablauf der Berechnung in NILAST

Der Ablauf einer Berechnung ist in Bild 5.1 schematisch dargestellt. Ein gegebenes System wird zunächst in finite Balkenelemente unterteilt. Je nach Geometrie und Lastanordnung ist eine Anzahl von 15 - 25 Elementen pro Feld ausreichend.

Anschließend werden die Steifigkeitsbeziehungen berechnet. Für alle Querschnitte mit gleichen geometrischen Abmessungen und gleicher Bewehrung genügt jeweils eine $M-x_m$ -Beziehung, sofern

keine oder konstante Normalkraft vorliegt. In Fällen veränderlicher Normalkraft ist für diese Querschnitte eine größere Anzahl von $M-x_m$ -Linien mit der Normalkraft als Scharparameter zu ermitteln (näheres hierzu siehe Anhang A1).

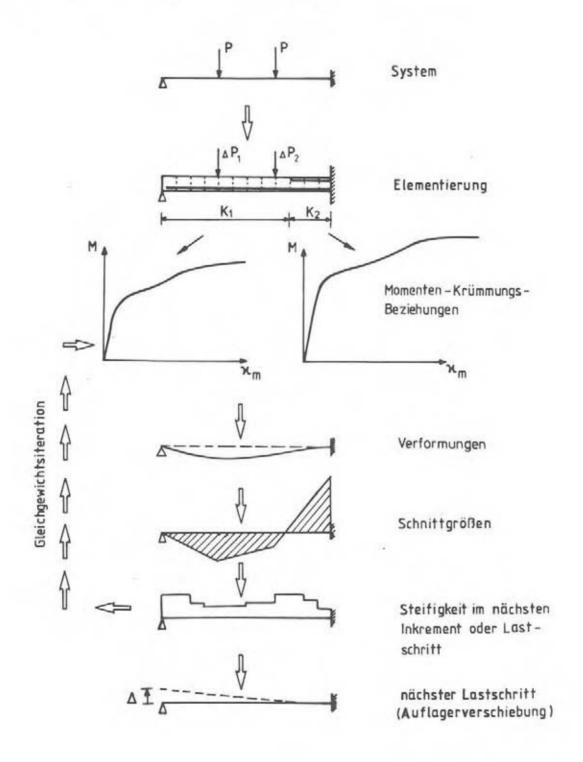


Bild 5.1: Schematische Darstellung des Rechenablaufes in NILAST

Außerdem ist der M-xm-Zusammenhang nur für diejenigen Querschnitte aufzustellen, die bis zur Höchstlast deutlich über das Erstriβmoment hinaus beansprucht werden. Da Aufbiegungen oder abgestufte Bewehrungen meist in Zonen liegen, die bis zum Erreichen der Traglast eines Systems nur mäßig beansprucht werden, kann diesen Elementen ohne wesentlichen Genauigkeitsverlust der M-xm-Verlauf des Nachbarbereiches zugrunde gelegt werden.

Aus vorgegebenen Gleichlasten werden im Programm Knotenlasten generiert. Für Einzellasten ist es sinnvoll, eine Ausbreitung unter 45° bis zur Systemachse anzunehmen und daraus entsprechende Knotenlasten zu bestimmen (siehe Anhang A3).

Für Traglastberechnungen wird die Belastung schrittweise bis zum Erreichen der rechnerischen Bruchkrümmung in einem Querschnitt gesteigert. Derzeit können bis zu drei Lastgruppen unabhängig voneinander variiert werden. Diese Vorgehensweise ist notwendig, um, ausgehend von einer Grundlaststufe, das Verhalten bei Veränderung der Lasten in Teilbereichen studieren zu können (wegen des nichtlinearen Verhaltens ist eine Superposition von Lastfällen nicht möglich; zudem ist der Verlauf der Schnittkräfte und Verformungen lastpfadabhängig). Das Aufbringen einer Zwangbeanspruchung in Form von Auflagerverschiebungen, -verdrehungen oder Temperaturdifferenzen ist in jedem beliebigen Lastschritt möglich.

Beginnend mit der Steifigkeit nach Zustand I werden im ersten Lastschritt die Verformungen ermittelt. Mit den aus den Deformationen berechneten Krümmungen und den Momenten-Krümmungs-Beziehungen ergeben sich die zugehörigen inneren Schnittkräfte. Diese stehen mit der äußeren Belastung i.a. zunächst nicht im Gleichgewicht. In einer Gleichgewichtsiteration wird deshalb das Ergebnis für die Verformungen solange verbessert, bis das Gleichgewicht mit einer vorgegebenen Genauigkeit erfüllt ist.

Bei geometrisch nichtlinearer Berechnung ist innerhalb eines Lastschrittes neben der Gleichgewichtskorrektur eine zusätzliche Verbesserung der Lagegeometrie der Elementknoten erforderlich. Hierzu werden jeweils nach Herstellung des Gleichgewichtes die berechneten Knotenverschiebungen zu den Koordinaten der Ausgangslage addiert und der Lastschritt wiederholt. Dieser Vorgang wird abgebrochen, wenn der Verformungszuwachs gegenüber der letzten geometrischen Änderung unterhalb einer bestimmten Schranke bleibt.

Ist ein Iterationszyklus beendet, werden die Schnitt- und Verformungsgrößen ausgedruckt. Neben der Druckausgabe ist eine graphische Darstellung der Ergebnisse möglich.

Mit den Ergebnissen aus der FE-Berechnung, der vorab bestimmten Momenten-Krümmungs-Beziehung im Riß sowie den Berechnungen zur Rißbildung sind die Zustandsgrößen eines Tragwerkes vollständig bestimmt. Neben den Schnittgrößen und Verformungen sind auch Aussagen über die in bestimmten Laststufen vorhandenen Rißbreiten und Dehnungen möglich.

Zur Bestimmung von Rißbreiten und Dehnungen wird wie folgt vorgegangen:

Aus der FE-Berechnung erhält man jeweils für die Elementgrenzen Momente und mittlere Krümmungen. Mit diesen Größen und der M-x-Beziehung für den Rißquerschnitt kann auf die zugehörigen Maximalwerte für Stahldehnung und Betonstauchung im Riß geschlossen werden.

Aus den Verbundberechnungen sind der bei einer bestimmten Beanspruchung vorhandene mittlere Rißabstand und die Relativverschiebung zwischen Stahl und Beton bekannt. Die zugehörige mittlere
Rißbreite entspricht dem doppelten Wert der Relativverschiebung.
Aus den ebenfalls bekannten maximalen Rißabständen ist außerdem
die Berechnung der zu erwartenden größten Rißbreiten möglich.

6 VERGLEICHSBERECHNUNGEN ZU VERSUCHEN

6.1 Allgemeines

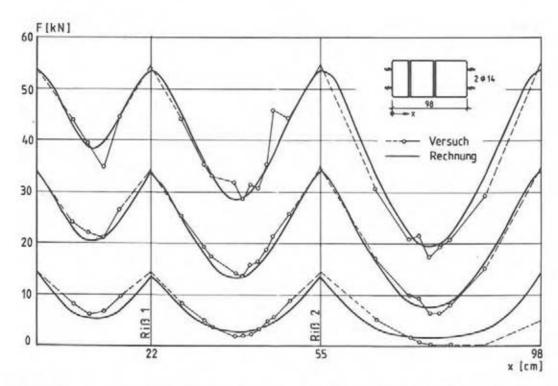
Beim Aufstellen des Rechenmodells wurden sowohl die einzelnen Materialannahmen als auch das Gesamtmodell durch zahlreiche Vergleichsberechnungen zu Versuchen abgesichert. Diese Vorgehensweise schließt systematische Fehler, die sich im Gesamtmodell möglicherweise gegenseitig aufheben und daher unentdeckt bleiben, weitgehend aus. Außerdem erlauben die für die einzelnen Komponenten erzielten Genauigkeiten Rückschlüsse auf die mögliche Treffsicherheit des Gesamtmodells.

Die Annahmen zum Materialverhalten wurden bereits in Abschnitt 2 Versuchsergebnissen gegenübergestellt. Dieses Kapitel enthält Vergleichsberechnungen zur Riβbildung, zur Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen sowie zu Bauteilversuchen und erläutert die daraus gewonnenen Erkenntnisse. Weitere Vergleichsberechnungen sind an anderer Stelle beschrieben (siehe "Anwendungstechnische Untersuchungen an Betonstahl" (1984) sowie Eligehausen/Kreller/Langer (1986) und (1988)).

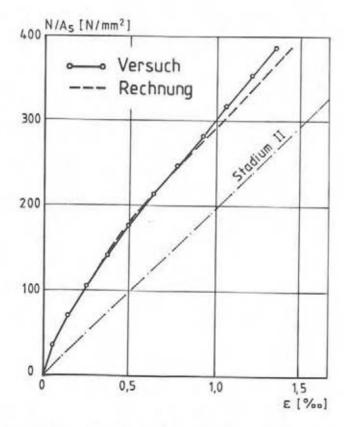
6.2 Mitwirkung des Betons bei vorgegebenen Rißabständen

Zur Kontrolle der unter Abschnitt 2.3 getroffenen Annahmen zum Verlauf der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen wurden verschiedene in der Literatur beschriebene Versuche zur Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen mit dem Programm BOND nachgerechnet. Um den Einfluß der Rißbildung zu unterbinden, wurden für die Vergleiche zunächst Versuche mit vorgegebenen Rißabständen ausgewählt.

Für den Bereich elastischer Stahldehnungen existieren zahlreiche Versuchsergebnisse. Krips (1984) berichtet über Dehnkörperversuche an Betonprismen mit zwei symmetrisch zur Längsachse angeordneten Bewehrungsstäben. In Probekörpern mit einer Gesamtlänge von 98 cm wurden durch Anordnung von Folien zwei Querrisse mit unter-



 a) Stahlkraftverlauf über die Probekörperlängen für unterschiedliche Laststufen



b) mittlere Dehnung in Abhängigkeit von der Stahlspannung im Riß

Bild 6.1: Vergleich zwischen Versuch (Krips (1984)) und Rechnung

schiedlichen Abständen vorgegeben. Bild 6.1a zeigt einen Vergleich von Rechenergebnissen mit den von Krips für unterschiedliche Laststufen aus den Dehnungsmessungen abgeleiteten Stahlkräften. In Bild 6.1b sind die rechnerisch und experimentell bestimmten mittleren Dehnungen aufgetragen. Sowohl die mittleren Dehnungen als auch der Stahlkraftverlauf zwischen den Rissen wurde mit sehr guter Genauigkeit berechnet.

Bild 6.1b ist weiterhin zu entnehmen, daß der Abstand zwischen Stahldehnung im Riß und mittlerer Dehnung mit der Beanspruchungshöhe zunimmt. Demgegenüber ist in Versuchen, in denen sich das Rißbild frei einstellen kann, nach Überschreiten der Erstrißlast eine stetige Abnahme der Betonmitwirkung festzustellen. Dies läßt auf einen Rißbildungsprozeß über einen größeren Belastungsbereich hinweg schließen.

Für die im Rahmen dieser Arbeit interessierende Fragestellung besonders wichtig ist eine Absicherung der Rechenannahmen nach Auftreten plastischer Stahldehnungen. Hierzu geeignete Versuche führten Martin/Schieβl/Kutsch (1980) und Paul (siehe "Anwendungstechnische Untersuchungen an Betonstahl" (1986)) durch. An 60 cm langen Dehnkörpern mit einbetonierten Bewehrungsstäben wurde der Dehnungsunterschied zu Zugversuchen an freien Bewehrungsstäben ermittelt.

Für die Nachrechnung wurden bewußt Versuche mit geringem Bewehrungsgrad ausgewählt, da hier mit einem hohen Anteil der Betonmitwirkung bzw. mit einer starken Reduzierung der Stahldehnungen beim einbetonierten Stab zu rechnen ist. Besonders ungünstig für die numerische Erfassung sind die teilweise eingesetzten naturharten Stähle, die oberhalb der Streckgrenze ein Dehnungsplateau aufweisen (Tangentensteifigkeit \approx 0). Trotz dieser für die Berechnung ungünstigen Voraussetzungen stimmen die Ergebnisse mit den Versuchswerten sehr gut überein (siehe Bild 6.2).

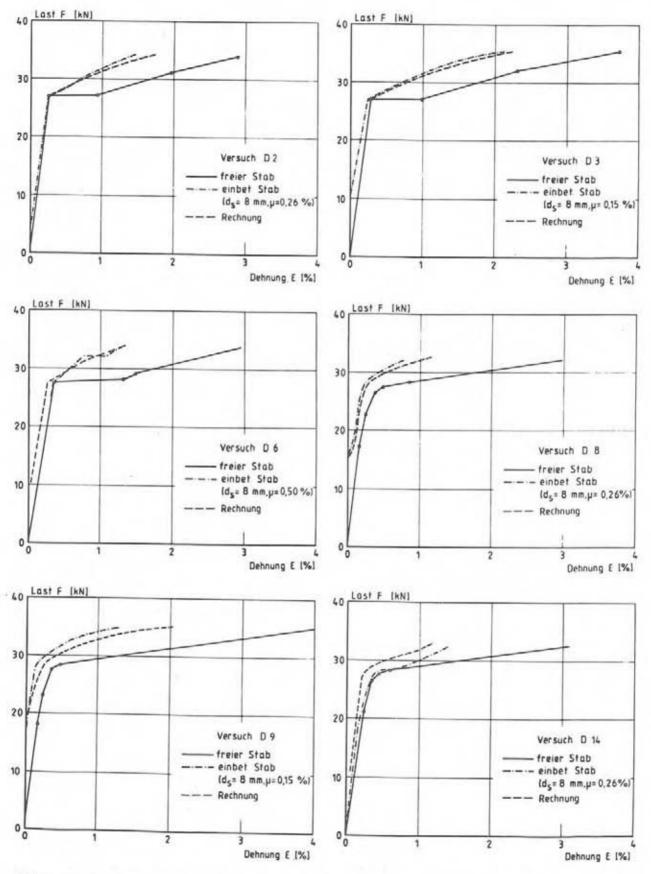


Bild 6.2: Vergleich zwischen berechneten mittleren Dehnungen und Versuchsergebnissen von Martin/Schieβl/Kutsch (1980)

Aus Bild 6.2 ist ein deutlicher Zuwachs der Betonmitwirkung im Bereich plastischer Stahlverformungen zu erkennen. Mit zunehmendem Abflachen der Stahlkennlinie reichen immer geringere Verbundkräfte aus, um große Dehnungsdifferenzen im Stahl hervorzurufen. Plastische Stahldehnungen bleiben daher auf die nähere Umgebung eines Risses mit weitgehend zerstörtem Verbund beschränkt. Das bei naturharten Stählen im Anschluß an die Streckgrenze vorhandene Dehnungsplateau wird durch die Betonmitwirkung nahezu vollständig unterdrückt.

Wie die beschriebenen sowie weitere nicht dargestellte Vergleiche (siehe auch Langer (1987)) zu Versuchen zeigten, läßt sich mit dem Programm BOND und den getroffenen Verbundannahmen die Mitwirkung des Betons bis zum Bruch der Bewehrung genügend genau berechnen. Die Untersuchungen bestätigten die Annahme, daß die Mitwirkung des Betons bei plastischen Stahlverformungen zunimmt. Auf eine Berücksichtigung der Betonmitwirkung oberhalb der Streckgrenze kann daher insbesondere bei geringen und mittleren Bewehrungsgraden nicht verzichtet werden.

6.3 Rißbildung und mittlere Dehnungen am Zugstab

Nach den Ausführungen in Abschnitt 3 können Rißabstände in weiten Grenzen streuen. Für die Absicherung der Annahmen zur Rißbildung sind daher Vergleiche mit Versuchen notwendig, die bei konstanter Beanspruchung eine möglichst große Anzahl von Rissen aufweisen. Eine die Rißbildung beeinflussende Querbewehrung sollte zunächst nicht vorhanden sein.

Von Rostásy/Koch/Leonhardt (1976) beschriebene Dehnkörperversuche erfüllen mit 25 - 38 Rissen (bei Versuchsabbruch) diese Anforderung. Die Anzahl von 10 - 30 Bewehrungsstäben wirkt zusätzlich ausgleichend für eventuell vorhandene lokale Fehlstellen.

Die Versuchskörper aus Leichtbeton und einer Länge von 6,0 m wiesen Bewehrungsgrade von μ = 0,33 % ÷ 1,00 % auf. Die Meßlänge war mit 3,50 m groß genug, um mittlere Werte zu gewährleisten.

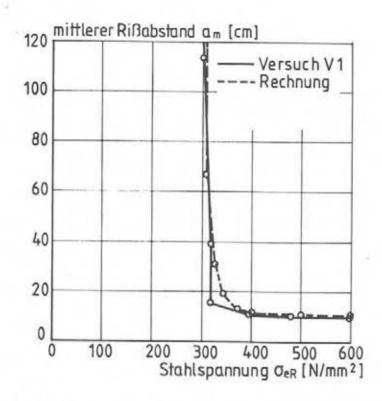


Bild 6.3a: Vergleich berechneter und von Rostásy/Koch/Leonhardt (1976) im Versuch bestimmter mittlerer Rißabstände

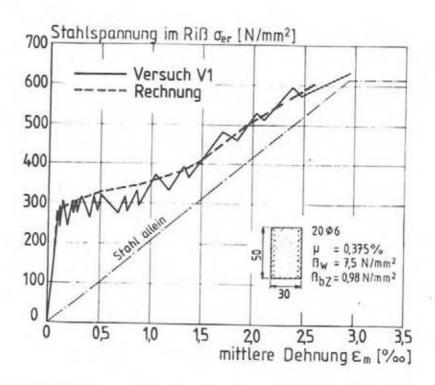


Bild 6.3b: Vergleich berechneter und von Rostásy/Koch/Leonhardt (1976) im Versuch bestimmter mittlerer Dehnungen

Die Bilder 6.3a und 6.3b zeigen eine gute Übereinstimmung der berechneten Rißabstände und Dehnungen mit den Versuchsergebnissen.

Zusätzliche, anhand der Versuche von Rostásy/Koch/Leonhardt angestellte Parameterstudien zeigten, daß die Genauigkeit der berechneten Dehnungen wesentlich davon abhängt, wie gut die angenommene Betonzugfestigkeit mit der am realen Bauteil vorhandenen Zugfestigkeit übereinstimmt.

Liegt die Zugfestigkeit im Versuch über dem Rechenwert, so sind die berechneten mittleren Dehnungen größer als die Versuchsergebnisse. Eine Veränderung der gewählten Verbundeigenschaften beeinflußt die mittleren Dehnungen dagegen nur unwesentlich. Mit steigender Verbundgüte nimmt zwar der Riβabstand ab, gleichzeitig steigt jedoch die mit denselben Verbundgesetzen berechnete Mitwirkung des Betons an. Beide Einflüsse heben sich etwa gegenseitig auf.

6.4 Rißbildung und mittlere Krümmung

Krips (1984) berichtet über einen Biegeversuch an einem Plattenbalken mit einer Stützweite von 5,0 m und zwei Einzellasten im Abstand von 3,0 m. Im Bereich der 2,0 m langen Meßstrecke in der Mitte des Balkens waren keine die Rißbildung beeinflußende Bügel angeordnet. Während der Belastung bis nahe an die Streckgrenze der Biegezugbewehrung wurden in verschiedenen Laststufen die vorhandenen Risse aufgenommen, an Balkenober- und -unterseite die mittleren Dehnungen gemessen und daraus die mittlere Krümmung berechnet.

Obwohl mit der Bauhöhe von 1,0 m und der geringen Schlankheit von $1/h \approx 5$ für die Modellannahmen ungünstige Voraussetzungen vorlagen, liefert die Berechnung sowohl für den mittleren Rißabstand (Bild 6.4a) als auch für die M-xm-Beziehung (Bild 6.4b) eine gute Annäherung an die Versuchsergebnisse.

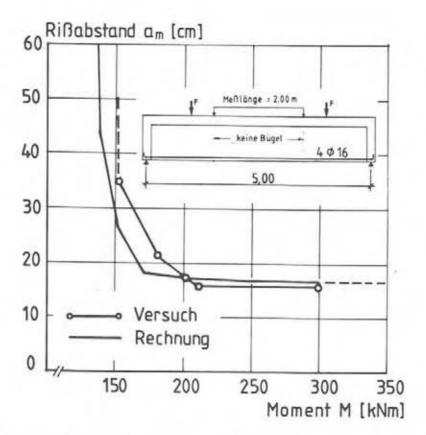


Bild 6.4a: Vergleich zwischen rechnerisch und im Versuch von Krips (1984) bestimmtem mittleren Rißabstand

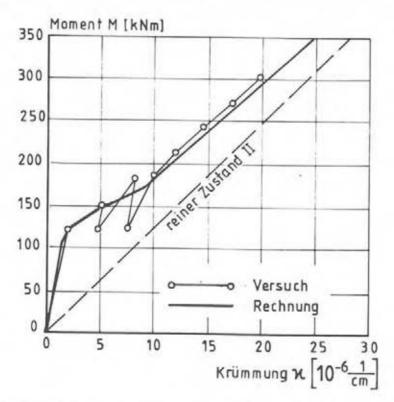


Bild 6.4b: Vergleich zwischen berechneter und im Versuch von Krips (1984) bestimmter mittlerer Krümmung

Die hier nur auszugsweise wiedergegebenen Vergleichsberechnungen zeigten, daß mit den getroffenen Verbundannahmen sowie dem aufgestellten Modell für die Rißbildung die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen an Zugstäben und bei Biegebeanspruchung sehr gut beschrieben wird.

Im folgenden werden die Annahmen für die Materialgesetze als abgesichert betrachtet und Vergleichsberechnungen zu Bauteilversuchen angestellt. Dabei sind insbesondere Versuche von Interesse, die neben Last- auch Zwangbeanspruchungen aufweisen.

Als Vergleichskriterien werden, soweit dies anhand der vorliegenden Versuchsdaten möglich ist, Bruchlast und Bruchmoment, der Verlauf der Schnittgrößen, Durchbiegungen und Verdrehungen sowie die in maximal beanspruchten Bereichen vorhandenen Dehnungen herangezogen.

6.5 Bauteilversuche unter Last- und Zwangeinwirkung

Am Institut für Werkstoffe im Bauwesen der Universität Stuttgart wurden drei Bauteilversuche unter Last- und Zwangeinwirkung mit dem Ziele durchgeführt, den Einfluß der Kennlinie von Betonstahlmatten auf den möglichen Grad von Schnittkraftumlagerungen zu untersuchen. Entsprechend dem häufigen Einsatzgebiet von Matten handelte es sich um gering bewehrte Plattenstreifen über zwei Felder mit jeweils 5,60 m Stützweite, die einen Ausschnitt aus einachsig gespannten Durchlaufplatten im Hochbau darstellen sollten. Eine ausführliche Beschreibung von Versuchskörperausbildung, Versuchsdurchführung, Meßumfang und Ergebnissen enthält der Versuchsbericht (siehe Eligehausen/Kreller/Langer (1988)).

Alle drei Versuchskörper wurden für die gleiche Gebrauchslast von $F = 22 \ kN$ und eine planmäßige Momentenumlagerung von 25 % von der Stütze ins Feld bemessen.

Während im ersten Versuch nur Lasten auf den Träger einwirkten, war für die Versuche 2 und 3 eine zusätzliche Zwangbeanspruchung durch Absenkung der beiden Außenauflager um 2 cm vorgesehen (äquivalent einer Temperaturdifferenz Δt von ca. 38°). Diese, für den allgemeinen Hochbau relativ große Zwangbeanspruchung, wurde bei der Bemessung nicht berücksichtigt.

Das Aufbringen des Zwanges erfolgte in unterschiedlichen Laststufen. Bei Versuch 2 fand die Absenkung der Auflager unter Gebrauchslast statt. Im 3. Versuch wurde der Zwang bereits vor Belastungsbeginn unter Eigengewicht eingeprägt.

In den Tabellen 6.1a und 6.1b sind in den Versuchen bestimmte Traglasten und Querschnittsbruchmomente rechnerischen Werten gegenübergestellt. Da alle erforderlichen Materialkennwerte bekannt waren, konnten die Versuchsergebnisse mit guter Genauigkeit vorausberechnet werden. Die maximalen Abweichungen lagen für die Querschnittstragfähigkeiten bei 4 %, für die Traglasten bei 6 %.

In den Tabellen werden folgende Bezeichnungen verwendet:

Mu, DIN ist das mit den Rechenfestigkeiten und den zulässigen Dehnungen nach DIN 1045 berechnete Querschnittsbruchmoment. Zur Berechnung von M_{krit} wurden die zulässigen Dehnungen nach DIN 1045 beibehalten, für die Festigkeiten jedoch Ist-Werte (Re, β_c) eingesetzt. Mu, MOD ist das nach dem Modell mit wirklichkeitsnahen Spannungs-Dehnungs-Linien für Stahl und Beton berechnete Querschnittsbruchmoment. Das im Versuch erzielte Bruchmoment ist mit Mu bezeichnet.

Fgebr ist die planmäßige Gebrauchslast und Fu, DIN diejenige Last, für die nach einer linearelastischen Schnittgrößenermittlung mit anschließender Momentenumlagerung die Bemessung der maßgebenden Querschnitte nach DIN 1045 erfolgte. Fkrit und Fu, MoD sind die aus den zugehörigen Querschnittsmomenten Mkrit und Mu, MoD mit dem FE-Programm berechneten Lasten. Fu ist die im Versuch erreichte Traglast. Bei der Last Fu, * wurde in der Bewehrung über der Mittelstütze die Gleichmaßdehnung überschritten. Da das Rechenmodell diesen Zustand als Versagenszustand definiert, wurde die Last Fu, * als Vergleichskriterium herangezogen.

Vers.	Stützmomente [kNm]					Feldmomente [kNm]				
	Mu, nin	Mkrit	Ми, мор	Mu		Mu, DIN	Mkrit	Mu, mod	Mu	Ми, мов
1	48,5	56,8	62,7	62,8	1,00	39,2	46,6	52,3	54,6	1,04
2	48,5	60,9	65,1	63,6	0,98	39,2	46,9	52,3	-	
3	48,5	59,9	63,5	64,8	1,02	39,2	48,3	50,9	-	-

Tabelle 6.1a: Rechnerisch und im Versuch von Eligehausen/Kreller/ Langer (1988) ermittelte Stütz- und Feldmomente

Vers.	Fgebr	Fu, DIN	Fkrit	Fu, мов	Fu,*	Fu	Fu , DIN		Fu, *
2	22,0	51,7	66,5	51,0	48,0	50,6	0,98	0,72	0,94
3	22,0	51,7	67,4	52,0	52,7	53,2	1,03	0,78	1,01

 F_u ,* ist die Last bei Erreichen der Gleichmaßdehnung im Stütz- querschnitt

Tabelle 6.1b: Rechnerische und im Versuch erreichte Traglasten

In den Bildern 6.5a - 6.5c sind exemplarisch für Träger 3 Versuchs- und Rechenergebnisse gegenübergestellt.

Bild 6.5a zeigt, daß der Momentenverlauf infolge Last- und Zwangeinwirkung mit dem aufgestellten FE-Programm bis zum Erreichen des Bruchzustandes mit guter Genauigkeit berechnet werden kann. Es ist außerdem zu erkennen, daß die Zwangschnittgrößen bei Annäherung an den Bruchzustand verschwinden.

Mit den Steifigkeitsannahmen nach DIN 1045 (EI¹) und auch bei einer -für den vorliegenden geringen Bewehrungsgrad nicht erlaubten- Verringerung der Steifigkeit nach Zustand I um 35 % (entsprechend Heft 240, siehe Grasser/Thielen (1976)) werden die aus Zwang resultierenden Schnittgrößen erheblich überschätzt.

In Bild 6.5b sind die aus den berechneten Stützmomenten und der M-x-Beziehung für den höchst beanspruchten Rißquerschnitt ermittelten Stahl- und Betondehnungen in Abhängigkeit von der Belastung dargestellt und mit den Meßwerten verglichen. Bild 6.5c enthält eine Gegenüberstellung von berechneten und gemessenen Durchbiegungen in den Feldmitten. In beiden Bildern stimmen die Rechenergebnisse gut mit den Meßwerten überein.

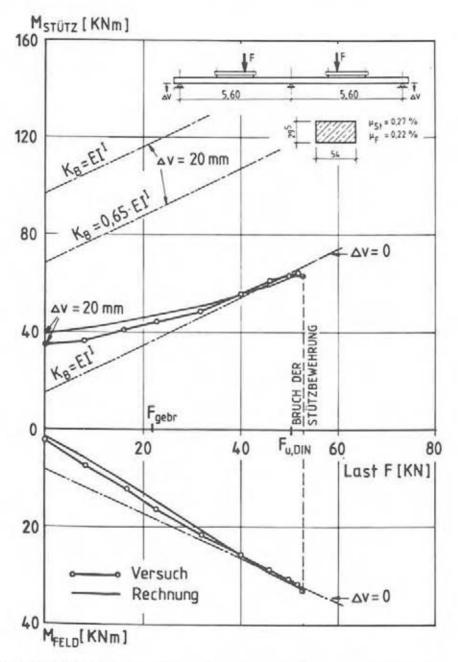


Bild 6.5a: Vergleich zwischen rechnerisch und experimentell von Eligehausen/Kreller/Langer (1988) bestimmtem Verlauf des Stütz- und Feldmomentes

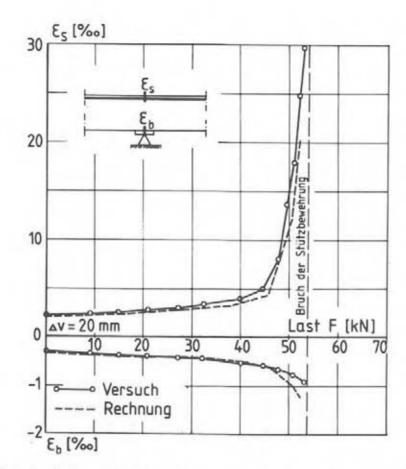


Bild 6.5b: Vergleich zwischen berechneter und im Versuch von Eligehausen/Kreller/Langer (1988) bestimmter Stahlund Betondehnung im Riß über der Mittelstütze

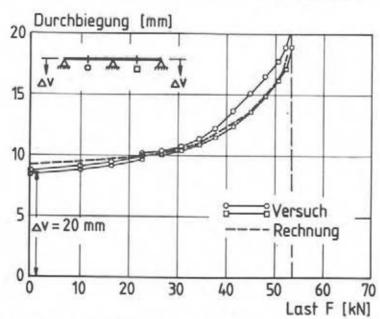


Bild 6.5c: Vergleich zwischen berechneter und im Versuch von Eligehausen/Kreller/Langer (1988) bestimmter Durchbiegungen in den Feldmitte

Eibl/Curbach/Stempniewski (1986) führten zwei Versuche zur möglichen plastischen Rotation an Plattenstreifen durch. Die Einfeldträger, mit einer Länge von 2,0 m und einer Dicke von 16 cm waren durch eine Einzellast in Feldmitte belastet. Der Bewehrungsgrad betrug μ = 0,3 % bei Versuch I und μ = 0,2 % bei Versuch II. Als Bewehrung wurden Betonstahlmatten gewählt.

Für die Nachrechnung der Versuche mit dem Modell standen zunächst nur die Materialkennwerte zur Verfügung. Die Ergebnisse für die Bruchlasten und Verformungen wurden von Eibl et al. erst nach Durchführung der Berechnungen bekanntgegeben.

Bild 6.6a enthält einen Vergleich zwischen berechneten und im Versuch gemessenen Durchbiegungen in Feldmitte. Die Linien enden jeweils bei der im Versuch oder in der Rechnung ermittelten Bruchlast. Man erkennt, daß die beiden Linien für den Versuch I gut übereinstimmen. Insbesondere wird die vorhandene Traglast sehr genau bestimmt. Bei Versuch II ist die Übereinstimmung weniger gut. Die tatsächliche Traglast liegt um ca. 10 % höher als

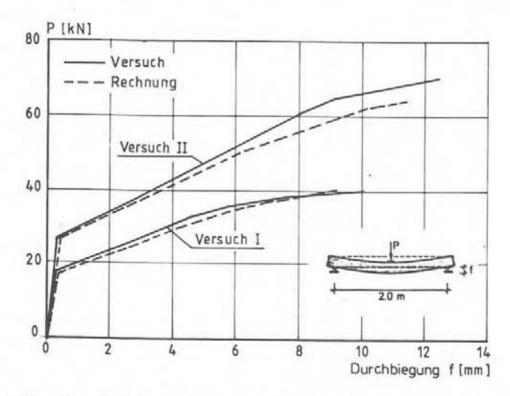


Bild 6.6a: Vergleich zwischen berechneten und von Eibl/Curbach/ Stempniewski (1986) gemessenen Durchbiegungen

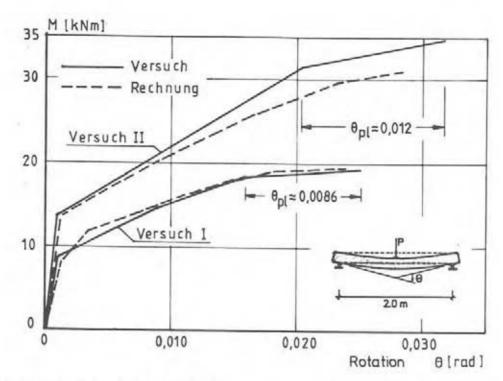


Bild 6.6b: Vergleich zwischen berechneten und von Eibl/Curbach/ Stempniewski (1986) gemessenen Gesamtrotationen

der Rechenwert. Die Abweichungen konnten darauf zurückgeführt werden, daß die Kennwerte der Bewehrung an nur einem Stab aus der eingesetzten Betonstahlmatte ermittelt wurden. Es ist bekannt, daß Stahlfestigkeit und Dehnfähigkeit an verschiedenen Stäben innerhalb einer Matte erheblich streuen können.

In Bild 6.6b sind gemessene und berechnete Gesamtrotationen in Abhängigkeit vom maximalen Feldmoment aufgetragen. Die Übergänge zwischen den Zuständen I (ungerissen), II (gerissen) und III (plastisch) zeichnen sich jeweils durch Knicke in den experimentell bestimmten M-Θ-Linien ab. Die für den Bruchzustand eingetragenen plastischen Rotationen verdeutlichen den in diesen Versuchen großen **elastischen** Verformungsanteil an den Bruchverdrehungen. Die plastische Rotation resultiert im wesentlichen aus den plastischen Stahldehnungen in nur 1 bis 2 Rissen. Dieses, für geringe Verhältnisse Rm/Re und niedrige Bewehrungsgrade charakteristische Verhalten erschwert die Berechnung von plastischen Rotationen erheblich. Bereits geringe Abweichungen der lokal vorhandenen Festigkeits- bzw. Dehnungswerte oder des örtlichen Verhandenen Festigkeits- bzw.

bundes zwischen Stahl und Beton von den Durchschnittswerten führen zu deutlich abweichenden Verformungsfähigkeiten. Es ist dann auch nicht mehr unerheblich, ob im Bereich der maximalen Beanspruchung der Rißabstand zufällig der einfachen oder der doppelten Einleitungslänge entspricht.

6.6 Versuche mit Querkrafteinfluß

Schlaich/Schäfer/Woidelko (1982) führten an Dreifeldträgern mit Plattenbalkenquerschnitt und Stützweiten von 1,0/4,0/1,0 m Untersuchungen zum Einfluß von Zwang auf die Rotationsfähigkeit durch. Während Balken I nur zwei Einzellasten in den Drittelspunkten des Mittelfeldes aufwies, erhielt Balken II vor Belastungsbeginn eine zusätzliche Zwangbeanspruchung durch Absenkung der beiden Außenauflager um 3 mm. Die Querschnittsausbildung beider Träger war gleich, der Zwang wurde bei der Bemessung nicht berücksichtigt. Aus dem unterschiedlichen Trag- und Verformungsverhalten beider Versuche ließ sich auf den Einfluß des Zwangs schließen.

Für die Bemessungslast von Fu, DIN = 330 kN sowie 50 % Momentenumlagerung von der Stütze ins Feld ergab sich ein Bewehrungsgrad von μ_F = 3,2 % im Feld und $\mu_{S\,t}$ = 1,21 % über der Stütze (μ bezogen auf die Stegbreite). Es handelt sich also um hoch bewehrte Querschnitte. Die Stützbewehrung, bestehend aus $d_s = 8 \text{ mm}$ 420/500 RU) wurde entgegen den Bestimmungen der DIN 1045 auf die gesamte Plattenbreite verteilt. Dies hat zur Folge, daß sich die weiter außen in der Platte liegenden Stäbe erst in einer gewissen Entfernung vom Auflager voll an der Aufnahme der aus dem Stützmoment resultierenden Zugkräfte beteiligten. Die Annahme vom Ebenbleiben der Querschnitte kann hier nur noch eine grobe Annäherung der tatsächlichen Verhältnisse liefern. Damit lagen für eine Berechnung mit den aufgestellten Programmen sehr ungünstige Ausgangsbedingungen vor. Die Vergleichsrechnung sollte zeigen, ob auch hier mit dem Modell noch hinreichend genaue Resultate erzielt werden können.

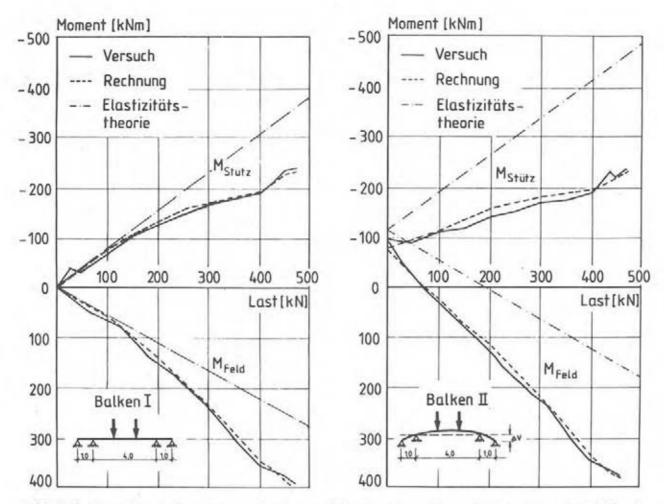


Bild 6.7a: Berechnete und von Schlaich/Schäfer/Woidelko (1982) in den Versuchen bestimmte Momentenentwicklung

In Bild 6.7a sind die Rechenergebnisse der im Versuch beobachteten Entwicklung der Stütz- und Feldmomente gegenübergestellt.

Nach Überschreiten der Erstrißlast von etwa 100 kN weicht der Momentenverlauf bei Balken I immer mehr von den elastizitätstheoretisch ermittelten Werten ab und erreicht bei einer Last von 400 kN ein Umlagerungsmaximum von 40 %. Bei Balken II liegen die Versuchsergebnisse bereits bei Aufbringen der Auflagerverschiebungen (unter Eigengewicht) unterhalb der nach der Elastizitätstheorie mit Berücksichtigung des Zwanges ermittelten Momenten. Mit zunehmender Belastung nähert sich der Momentenverlauf von Balken II dem Verlauf des Balkens I. Die Schnittgrößen aus Zwang verringern sich also mit zunehmender äußerer Last und gehen bei Annäherung an den Bruchzustand gegen Null. Bei beiden Balken liegt bei Versuchsabbruch die aufgebrachte Last mit F = 469 kN

erheblich über der projektierten Traglast von 330 kN. Dies ist vorwiegend auf die im Stahl gegenüber den Rechenannahmen der DIN 1045 vorhandenen Überfestigkeiten zurückzuführen. Die Ergebnisse der FE-Rechnung stimmen sehr gut mit den Versuchswerten überein.

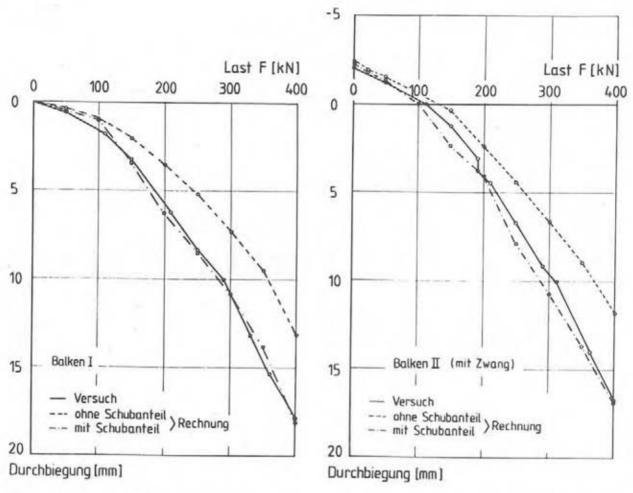


Bild 6.7b: Berechnete und von Schlaich/Schäfer/Woidelko (1982) in den Versuchen gemessen Durchbiegungen in Feldmitte

Bild 6.7b zeigt, daß die ohne Schubverformungen berechneten Durchbiegungen deutlich geringer sind, als die Versuchsergebnisse. Für die vorliegenden Plattenbalkenversuche ist der Schubanteil an den Gesamtverformungen also nicht mehr zu vernachlässigen. Die rechnerischen Durchbiegungen mit Berücksichtigung des Schubanteiles nähern trotz der stark vereinfachten Annahmen für die Schubsteifigkeit die Meßwerte mit guter Genauigkeit an.

6.7 Versuche mit Längskrafteinfluß (Theorie II. Ordnung)

Wirken an einem biegebeanspruchten Bauteil zusätzlich Längskräfte, so ist neben dem Einfluβ auf den Momenten-Krümmungs-Zusammenhang bei größeren Verformungen auch der Anteil aus Theorie II. Ordnung an den Schnittkräften zu berücksichtigen.

Steidle/Schäfer (1986) untersuchten das Verformungsverhalten von druckbeanspruchten Stahlbetonstützen unter zusätzlichem Biegezwang. Die Versuchskörper (siehe Bild 6.8) stellen einen Ausschnitt aus einem Stahlbetonskelettbau dar. Der in Stützenmitte anbetonierte Stutzen simuliert den Anschluß einer Decke.

Jeweils bei Versuchsbeginn wurde eine definierte Längskraft N aufgebracht und anschließend bis zum Versagen der Stützen konstant gehalten. Eine angenommene Längenänderung der Geschoßdecke führt zu einer Verschiebung in Stützenmitte. Diese Zwangbeanspruchung wurde durch schrittweise Steigerung der Verschiebung v des anbetonierten Stutzens eingeprägt.

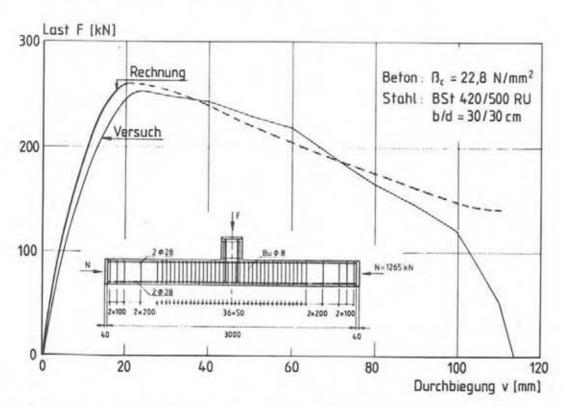


Bild 6.8: Rechnerisch und im Versuch von Steidle/Schäfer (1986) ermittelter Last-Verformungs-Zusammenhang

Exemplarisch für die durchgeführten Versuche wird im folgenden eine Vergleichsberechnung zur Stütze 5 dargestellt, die bis zum Versagen die weitaus größten Verformungen aufwies. Diese Stütze war mit 4 Stäben \emptyset 28 mm (BSt 420/500 RU) symmetrisch bewehrt und wies mit Bügeln \emptyset 8, s_{B0} = 5 cm eine sehr enge Umbügelung auf.

In Bild 6.8 ist der Zusammenhang zwischen Last und Mittendurchbiegung v aufgetragen. Die nach Überschreiten der Höchstlast gestrichelt fortgeführte Kurve für das Rechenergebnis weist darauf hin, daß das im Modell definierte Bruchkriterium bereits überschritten ist. Trotz der rechentechnisch notwendigen Annahme, eines mit zunehmender Verformung geringfügig ansteigenden Querschnittstragmomentes, stimmt die Rechnung im weiteren Verlauf gut mit dem Versuchsergebnis überein. Die Einflüsse aus Theorie II. Ordnung werden also hinreichend genau erfaßt.

6.8 Schlußfolgerungen aus den Vergleichsrechnungen

In den nur auszugsweise beschriebenen Vergleichsberechnungen wurden vorwiegend Versuche mit niedrigen bzw. mittleren Bewehrungsgraden nachgerechnet, bei denen die Mitwirkung des Betons auch im Bereich plastischer Verformungen einen deutlichen Einfluß auf die Steifigkeit ausübt. Es zeigte sich, daß das aufgestellte Rechenmodell die numerische Analyse von Stahlbetontragwerken unter Last- und Zwangbeanspruchung mit guter Genauigkeit ermöglicht.

Da die Rechenannahmen Einflüsse aus der Schubrißbildung auf die M-x-Beziehung nicht berücksichtigen, sind für hohe Bewehrungsgrade weniger gute Rechenergebnisse zu vermuten. Allerdings konnte auch für hoch bewehrte Plattenbalkenversuche der Momentenverlauf mit sehr guter Genauigkeit berechnet werden. Mit vereinfachten Annahmen zur Schubsteifigkeit ermittelte Durchbiegungen stimmten ebenfalls gut mit den Versuchsergebnissen überein.

Voraussetzung für die Genauigkeit einer Rechnung ist die Kenntnis aller wesentlichen Materialeigenschaften, insbesondere des Verlaufes der Spannungs-Dehnungs-Linien für Beton und Stahl sowie des Verbundverhaltens zwischen beiden Baustoffen. Für niedrige Bewehrungsgrade ist außerdem die richtige Einschätzung der in einem Bauteil vorhandenen Biegezugfestigkeit des Betons von Bedeutung. Sind diese Voraussetzungen gegeben, so lassen sich mit dem Modell neben den globalen Zustandsgrößen (Schnittkräfte, Verformungen) auch Rißabstände und -breiten sowie Beton- und Stahldehnungen im Rißquerschnitt hinreichend genau bestimmen.

In einigen Vergleichsberechnungen zu Versuchen mit Längskrafteinfluß (Theorie II. Ordnung) und hoher Ausnutzung des Betons war
die Übereinstimmung der Rechnung mit den Versuchsergebnissen
ebenfalls gut. Einschränkend ist allerdings zu erwähnen, daß
durch den im Modell für Betonversagen definierten Bruchzustand
die tatsächlich vorhandene Verformungsfähigkeit nicht vollständig
genutzt wird. Hierzu wäre eine Erweiterung auf den "abfallenden
Ast" der M-x-Beziehung erforderlich.

Berücksichtigt man die in der Praxis in erheblichen Grenzen streuenden Baustoffeigenschaften sowie die begrenzte Möglichkeit für deren Vorausbestimmung so erscheint eine weitere Verbesserung des Modells für geringe und mittlere Bewehrungsgrade nicht erforderlich. Die Anwendung ist mit gewissen Einschränkungen auch bei höheren Bewehrungsgraden möglich.

7 NUMERISCHE STUDIEN ZUM TRAG- UND VERFORMUNGSVERHALTEN VON STAHLBETONTRAGWERKEN

7.1 Untersuchungen zur Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen

7.1.1 Allgemeines

Über den Einfluß der Materialannahmen für Stahl und Beton auf die Momenten-Krümmungs-Beziehung im Rißquerschnitt führte unter anderem Langer (1987) ausführliche Untersuchungen durch. Er bestätigt die Aussage von Wegner (1974), daß zwischen dem Verlauf der M-x-Beziehung im Rißquerschnitt und der Stahlkennlinie große Ähnlichkeit besteht, sofern die Stahldehnungen die Betonstauchungen wesentlich übersteigen. Langer zeigt weiterhin, daß in diesem Fall auch bei Betonversagen als Bruchursache eine Veränderung der Betonfestigkeit um 20 % das Bruchmoment nur wenig beeinflußt.

In Erweiterung der Studien von Langer für die M-x-Beziehung im Riβquerschnitt behandeln die folgenden Abschnitte die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen.

Nach einem Vergleich mit bekannten Ansätzen zur Beschreibung der Betonmitwirkung wird der Einfluß einiger im Modell für die Riβ-bildung enthaltener Parameter auf den mittleren Stahldehnungsverlauf untersucht. Dabei sollen die "Empfindlichkeit" der Rechenergebnisse für veränderte Eingangsgrößen und die Möglichkeit für weitere Vereinfachungen überprüft werden. Anschließend werden exemplarisch verschiedene Ergebnisse aus Parameterstudien zum mittleren Spannungs-Dehnungs-Verhalten dargestellt.

Den Berechnungen liegt eine Stahlkennlinie zugrunde, die etwa einem mittleren Betonstahl 500 M bzw. dem oberen Grenzwert für BSt 500 S (Bild 7.1.1) entspricht. Die Ergebnisse für die Mitwirkung im elastischen Stahldehnungsbereich sind auch für andere Stahlsorten zutreffend. Eine Übertragung der Ergebnisse für Dehnungen oberhalb der Streckgrenze ist dagegen nicht ohne weiteres möglich, da hier der Verlauf der Stahlkennlinie einen wesentlichen Einfluß auf die Resultate ausübt.

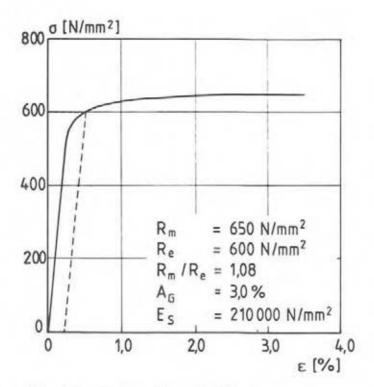


Bild 7.1.1: Für die Parameterstudien angenommene Stahlkennlinie

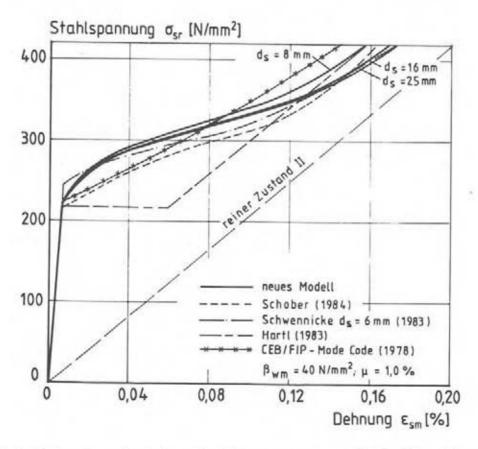


Bild 7.1.2: Vergleich zwischen neuem Modell für die Betonmitwirkung und verschiedenen bekannten Ansätzen

7.1.2 Vergleich des Modells mit bekannten Beziehungen

In Bild 7.1.2 ist der Zusammenhang zwischen Stahlspannung und mittlerer Dehnung für einen Bewehrungsgrad $\mu=1$ % und eine Betonfestigkeit $\beta_{\text{W}\,\text{m}}=40~\text{N/mm}^2$ aufgetragen und mit den Ergebnissen verschiedener bekannter Ansätze verglichen. Man erkennt, daß das aufgestellte Modell im Bereich elastischer Stahldehnungen prinzipiell ähnliche Ergebnisse liefert, wie die Beziehungen von Schwennicke (1983) und Schober (1984). Der im CEB/FIP-Model Code angegebene, halbempirisch abgeleitete Ansatz stellt eine brauchbare Beziehung zur Berechnung der Betonmitwirkung dar. Dagegen unterschätzen Ansätze, die die Streuung der Betonzugfestigkeit vernachlässigen (z.B. Hartl (1983)) im Bereich der Erstrißbildung die Mitwirkung des Betons erheblich. Die Abweichungen werden umso größer, je geringer der Bewehrungsgrad ist.

7.1.3 Einfluß des Variationskoeffizienten der Betonzugfestigkeit

Wie im Abschnitt 3.3 gezeigt, hängt die Mitwirkung des Betons im Bereich der Erstrißbildung wesentlich von der Streuung der Betonzugfestigkeit ab. Der Variationskoeffizient v ist ein Maß für die Streuung. Je geringer der Variationskoeffizient v ist, desto schneller stellt sich nach Überschreiten der Erstrißlast das abgeschlossene Erstrißbild ein.

In den Bildern 7.1.3a und 7.1.3b ist der Einfluß unterschiedlicher Variationskoeffizienten auf die Betonmitwirkung für einen Stabdurchmesser da = 16 mm und für Bewehrungsgrade μ = 0,8 % und μ = 2,0 % dargestellt. Der Mittelwert der Zugfestigkeit wurde jeweils konstant gehalten. Man erkennt, daß mit Zunahme des Koeffizienten v der Erstriß früher auftritt und sich die Erstrißbildung über einen größeren Stahlspannungsbereich erstreckt. Da für höhere Bewehrungsgrade die Erstrißbildung nur einen geringen Spannungszuwachs im Stahl hervorruft, ist der Einfluß von v auf das Gesamtverhalten gering (Bild 7.1.3b).

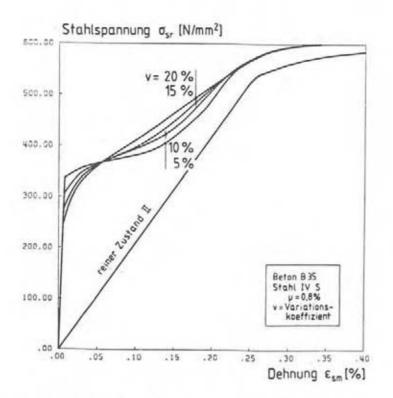


Bild 7.1.3a: Einfluß des Variationskoeffizienten auf die mittlere Stahldehnung; ds = 16 mm, μ = 0,8 %

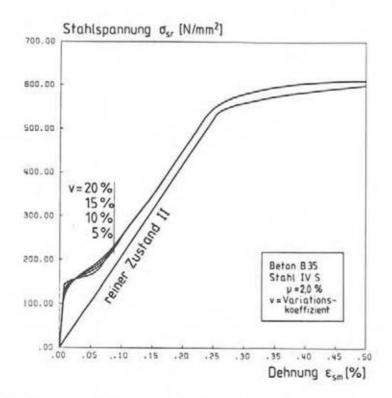


Bild 7.1.3b: Einfluß des Variationskoeffizienten auf die mittlere Stahldehnung; ds = 16 mm, μ = 2,0 %

7.1.4 Einfluß der Streuung der Verbundfestigkeit

Einige Vergleichsrechnungen sollten Aufschluß über den Einfluß der aus Versuchen bekannten Streubreite der Verbundfestigkeit geben. In Bild 7.1.4 ist für einen Bewehrungsgrad $\mu=0.8$ %, einen Stabdurchmesser ds = 16 mm und unterschiedliche maximale Verbundspannungen der Verlauf der mittleren Stahldehnungen aufgetragen. Die einzelen Linien weichen nur sehr wenig voneinander ab. Zwar verringert sich der mittlere Rißabstand mit zunehmender Verbundfestigkeit, gleichzeitig nimmt aber auch die Mitwirkung zwischen den Rissen zu. Beide Effekte heben sich gegenseitig nahezu auf.

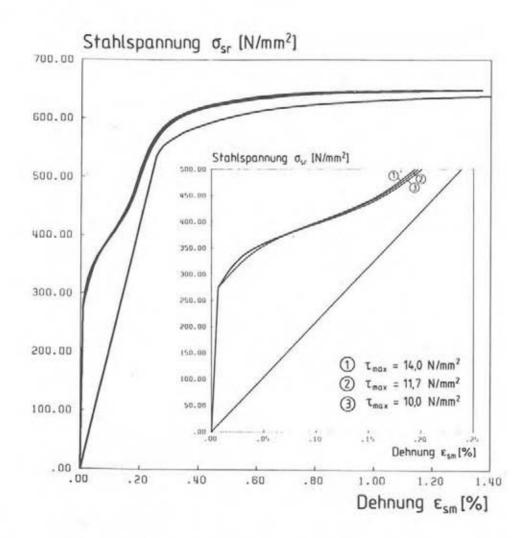


Bild 7.1.4: Einfluß der Streuung der Verbundfestigkeit auf die Betonmitwirkung

7.1.5 Einfluß der Streuung der Einleitungslänge

In Abschnitt 3.3 wurde gezeigt, daß für einen bestimmten Rißbildungsgrad ξ der mittlere Rißabstand aus der Einleitungslänge l_e ($\xi/2$) zu berechnen ist. Hier soll untersucht werden, wie groß die Abweichungen der mittleren Dehnungen sind, wenn für die Erstrißbildung von vornherein von der mittleren Einleitungslänge l_e ($\beta_{bz,m}$) ausgegangen wird.

Bild 7.1.5 zeigt einen Vergleich zwischen genauer und näherungsweiser Berechnung der Betonmitwirkung für einen Stabdurchmesser da = 8 mm und einen Bewehrungsgrad μ = 0,8 %. Die Abweichungen zwischen beiden Linien sind gering, die vereinfachte Annahme einer mittleren Einleitungslänge im Bereich der Erstrißbildung liefert also hinreichend genaue Ergebnisse. Rechnungen mit anderen Bewehrungsgraden brachten ähnliche Ergebnisse.

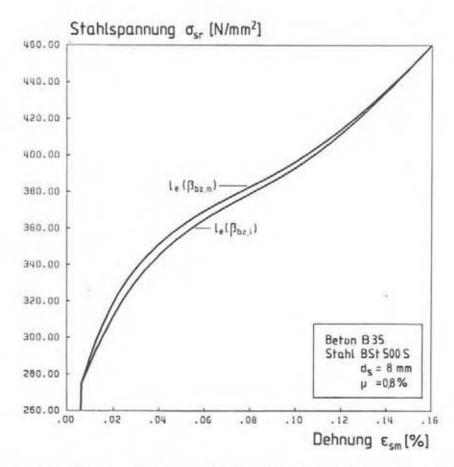


Bild 7.1.5: Einfluß der vereinfachten Annahme für die Einleitungslänge auf die mittleren Dehnungen, $\mu = 0.8$ %

7.1.6 Mittlere Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für Betonstahl

Ziel der im folgenden beschriebenen Parameterstudien war es, den Einfluß unterschiedlicher Größen auf die Betonmitwirkung zu studieren und eine Schar von mittleren Spannungs-Dehnungs-Linien für den untersuchten Betonstahl zu erzeugen. Sind $o_8-\epsilon_8\,m$ -Linien bekannt, können diese direkt bei der Aufstellung der M-xm-Beziehungen berücksichtigt werden. Der Aufwand für die Berechnungen zur Rißbildung läßt sich damit vermeiden. Folgende Parameter wurden variiert:

- Bewehrungsgrad: $\mu = A_B/A_b = 0.5 \div 3.0 \%$

- Betonfestigkeitsklasse: B 25, B 35, B 45, B 55

- Stabdurchmesser: $d_s = 8$, 16, 25 mm

Entsprechend der Anwendungspraxis wurden für die Stabdurchmesser $d_{\hat{s}} = 8$ mm nur die geringeren, für $d_{\hat{s}} = 25$ mm nur höhere Bewehrungsgrade untersucht. Zur Beschränkung des Umfanges der Arbeit werden die Ergebnisse hier nur auszugsweise wiedergegeben.

Die Bilder 7.1.6a und 7.1.6b zeigen exemplarisch für Beton B 35 und einen Stabdurchmesser $d_s=16$ mm den für unterschiedliche Bewehrungsgrade berechneten mittleren Stahldehnungsverlauf. Für andere Betonfestigkeiten bzw. Stabdurchmesser ergaben sich ähnliche Zusammenhänge. Aus Gründen der Anschaulichkeit erfolgte die Darstellung der Ergebnisse getrennt für elastische und plastische Stahldehnungen im Riß. Im Bereich elastischer Dehnungen wurde die übliche Darstellungsweise als o_s - ϵ_m -Diagramm gewählt. Es ergeben sich die bekannten Abhängigkeiten der Betonmitwirkung vom Bewehrungsgrad und der Betonzugfestigkeit.

Für plastische Verformungen ist die Abhängigkeit zwischen mittlerer Dehnung ϵ_{sm} und Dehnung im Rißquerschnitt ϵ_{sr} angegeben. Für die gewählte Stahlkennlinie erhält man einen nahezu linearen Verlauf der $\epsilon_{sm}-\epsilon_{sr}$ -Beziehung. Aus Bild 7.1.6b ist zu erkennen, daß mit geringer werdendem Bewehrungsgrad die Mitwirkung des Betons stark ansteigt. Für μ = 1 % beträgt die mittlere Stahldehnung nur etwa 50 % der Dehnung im Riß.

Aufgrund des ähnlichen Verlaufes der $\epsilon_{sm}-\epsilon_{sr}$ -Linien oberhalb der Stahlstreckgrenze ist eine vergleichende Auswertung der Ergebnisse anhand einer definierten Stahldehnung im Riß von $\epsilon_{sr}=3,3$ % möglich.

In Bild 7.1.7 sind bezogene mittlere Stahldehnungen in Abhängigkeit von Bewehrungsgrad und Stabdurchmesser aufgetragen. Man erkennt einen vernachlässigbar geringen Einfluß des Stabdurchmessers auf das Ergebnis. Die in Bild 7.1.8 für $d_8=16$ mm und unterschiedliche Betonfestigkeiten dargestellten Dehnungswerte liegen ebenfalls eng zusammen. Dies bedeutet, daß auch unterschiedliche Betonfestigkeiten das mittlere Dehnungsverhalten oberhalb der Stahlstreckgrenze nicht signifikant verändern.

Die Ergebnisse der Parameterstudien lassen sich wie folgt zusammenfassen:

Als wesentliche Einflußgrößen auf das mittlere Dehnungsverhalten sind für elastische Stahldehnungen die Höhe und Streuung der Betonzugfestigkeit und der Bewehrungsgrad zu nennen. Alle anderen Parameter wie Stabdurchmesser, Stabprofilierung, Verbund sind von untergeordneter Bedeutung. Im plastischen Verformungsbereich wird die Betonmitwirkung maßgeblich von den Verbundeigenschaften, dem Bewehrungsgrad und dem Verlauf der Stahlkennlinie beeinflußt.

Aufgrund des geringen Einflusses von Stabdurchmesser und Betonfestigkeit können Studien zur Mitwirkung des Betons oberhalb der Streckgrenze des Stahles vereinfacht für eine mittlere Betonfestigkeit und einen mittleren Stabdurchmesser angestellt werden.

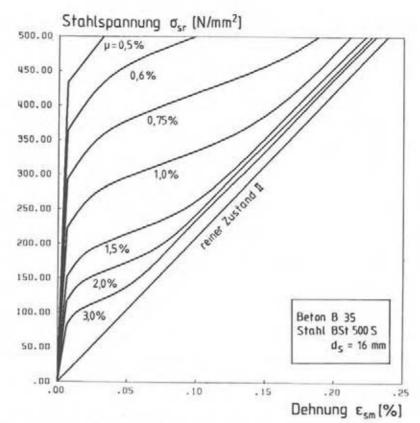


Bild 7.1.6a: Mittlere Spannungs-Dehnungs-Beziehungen im elastischen Stahldehnungsbereich

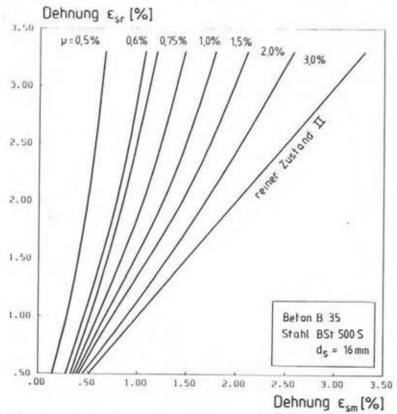


Bild 7.1.6b: Verlauf der mittleren Stahldehnungen oberhalb der Stahlstreckgrenze

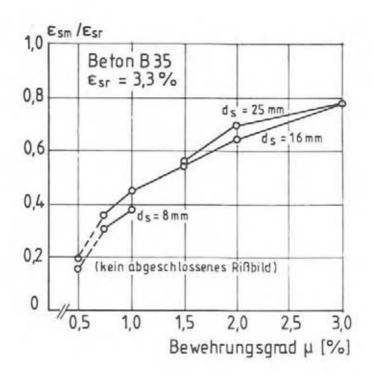


Bild 7.1.7: Bezogene mittlere Stahldehnungen für unterschiedliche Bewehrungsgrade und Stabdurchmesser, $\beta_W = 40 \text{ N/mm}^2$

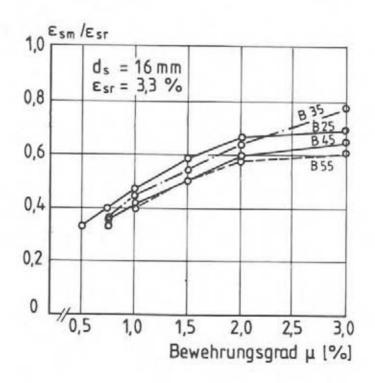


Bild 7.1.8: Bezogene mittlere Stahldehnungen für unterschiedliche Bewehrungsgrade und Betonfestigkeiten

7.2 Studien am Gesamtsystem

7.2.1 Allgemeines

Im Zusammenhang mit neueren, auf der Plastizitätstheorie basierenden Bemessungsmethoden, die ebenso wie elastische Verfahren
auf stark vereinfachten Annahmen beruhen, eröffnen sich für das
aufgestellte Rechenmodell eine Reihe von Einsatzmöglichkeiten.
Für mit diesen Methoden bemessene Tragwerke sind Studien über das
Verhalten im Gebrauchszustand ebenso möglich, wie Untersuchungen
im Bruchzustand eines Systems.

Zur Beschränkung des Umfanges der Arbeit kann im folgenden nur auf Teilaspekte der sich bei Anwendung plastischer Verfahren im Stahlbetonbau ergebenden Fragestellungen eingegangen werden.

Die weitaus meisten der bisherigen Untersuchungen zur Rotationsfähigkeit plastischer Stahlbetongelenke wurden für mittlere und hohe Bewehrungsgrade unter Verwendung sehr dehnfähiger Betonstähle angestellt. In diesen Fällen begrenzt üblicherweise das Verformungsvermögen der Betondruckzone die Verdrehfähigkeit. Aus den Ergebnissen leitete man unter anderem Angaben über die Höhe von zulässigen Momentenumlagerungen ab. In der Literatur werden Umlagerungen von bis zu 50 % als möglich erachtet.

Verhältnismäßig wenig Aufmerksamkeit wurde den Verhältnissen im allgemeinen Hochbau gewidmet, wo Momentenumlagerungen über die bisher nach DIN 1045 zugelassenen 15 % hinaus durchaus von Interesse sind. Verschiedene neuere theoretische und experimentelle Arbeiten (u. a. "Anwendungstechnische Untersuchungen an Betonstahl" (1984), Langer (1987)) zeigten, daß für die im Hochbau vorliegenden geringen Bewehrungsgrade und die zum Einsatz kommenden Stähle mit geringer Gleichmaßdehnung die Rotationsfähigkeit sehr begrenzt sein kann. Damit ist aber auch die Möglichkeit zur Umlagerung von Schnittkräften gering. Die im folgenden beschriebenen Parameterstudien befassen sich speziell mit diesem Problem.

In Abschnitt 7.3 wird der Einfluß unterschiedlicher Parameter auf das Trag- und Verformungsverhalten von einachsig gespannten, durchlaufenden Platten im Hochbau mit planmäßiger Momentenumlagerung untersucht. Dabei ist insbesondere auch die Frage von Interesse, wie sich bei der Bemessung nicht berücksichtigte Zwangeinwirkungen auf die Tragfähigkeit auswirken.

Den Untersuchungen vorangestellt sind in Abschnitt 7.2.2 für das Verständnis notwendige Erläuterungen von im Zusammenhang mit der Methode der Schnittkraftumlagerung gebrauchten Begriffen. Abschnitt 7.2.2.4 enthält einige Überlegungen zur Sicherheit von Tragwerken mit planmäßiger Momentenumlagerung.

7.2.2 Erläuterungen zur Methode der Schnittkraftumlagerungen

7.2.2.1 Verfahren der Schnittkraftumlagerungen

Das Verfahren der Schnittkraftumlagerungen stellt eine vereinfachte Anwendung der Plastizitätstheorie dar. Die Schnittgrößen werden zunächst nach der Elastizitätstheorie ermittelt und anschließend unter Beachtung der Gleichgewichtsbedingungen umverteilt. Im Stahlbetonbau stellt das Biegemoment i. a. die bei der Bemessung dominierende Größe dar. Vereinfachend wird deshalb nur von Momentenumlagerungen gesprochen.

Das reale Verhalten eines Stahlbetontragwerkes unter zunehmender Belastung soll zunächst an dem in Bild 7.2.1 dargestellten Durch-laufträger erläutert werden. Es wird zum einen angenommen, daß die Bemessung für die nach der Elastizitätstheorie berechneten Schnittgrößen erfolgte (Fall 1), zum anderen wird von 50 % Momentenumlagerung von der Stütze ins Feld (Fall 2) ausgegangen.

Bild 7.2.2 zeigt die sich mit zunehmender Belastung einstellenden Stütz- und Feldmomente in Abhängigkeit von den Verdrehungen Θ . Aus Verträglichkeitsgründen ist für das gewählte System die Verdrehung im Feld Θ_F jeweils gleich der Rotation über der Stütze Θ_{St} . Bis zum Erreichen des Rißmomentes M_R ist die Steifigkeit

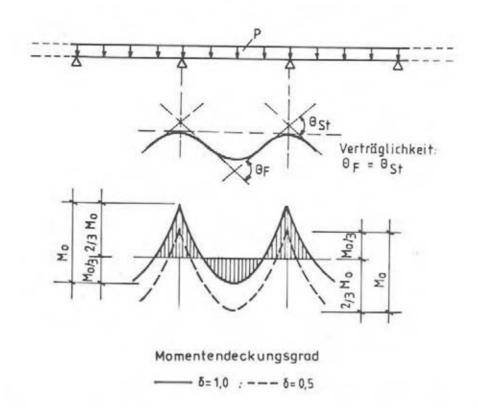


Bild 7.2.1: Momentenlinien für einen Durchlaufträger mit Gleichlast bei elastischer Berechnung und für 50 % Momentenumlagerung

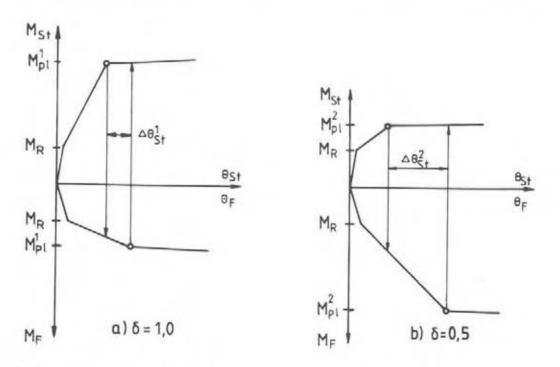


Bild 7.2.2: Schematische Darstellung der zum Erreichen der Systemtraglast erforderlichen Rotationen

entlang der Trägerachse nahezu konstant. Die Momente verteilen sich entsprechend der Elastizitätstheorie. Nach Überschreiten der Rißmomente ändern sich die Steifigkeiten zwischen Feld- und Stützbereich etwa im Verhältnis der vorhandenen Bewehrung.

Bei einer Bemessung nach der Elastizitätstheorie ist die Steifigkeit im Zustand II über der Stütze etwa doppelt so hoch wie im Feld. Das Stützmoment nimmt daher nach Rißbildung überproportional zu und erreicht vor dem Feldquerschnitt das plastische Moment (Moment bei Überschreiten der Stahlstreckgrenze). Zu diesem Zeitpunkt entspricht die Last noch nicht der rechnerischen Traglast. Um diese zu erreichen – dies ist dann der Fall, wenn auch im Feld das plastische Moment M_{Pl} überschritten wird – ist auch bei einer Bemessung für elastisch berechnete Schnittgrößen eine gewisse plastische Verdrehung über der Stütze $\Delta\Theta^1$ st notwendig (siehe Bild 7.2.2a).

Für den Fall 2 mit planmäßig 50 % Umlagerung entspricht die Steifigkeit über der Stütze nach Rißbildung nur etwa der Hälfte der Steifigkeit des Feldes. Das Stützmoment nimmt deshalb unterproportional zu. Da das plastische Stützmoment für Fall 2 jedoch nur halb so groß ist wie das plastische Moment im Feld, stellt sich das Fließgelenk über der Stütze deutlich früher ein, als im Feld. Das Erreichen der rechnerischen Traglast erfordert daher gegenüber Fall 1 eine wesentlich größere plastische Rotation $\Delta\Theta^2$ st über der Stütze (Bild 7.2.2b).

Die erforderliche plastische Verformungsfähigkeit eines Stahlbetontragwerkes ist also direkt von den angestrebten Momentenumlagerungen abhängig.

7.2.2.2 Momentendeckungsgrad δ und Umlagerungsfaktor η

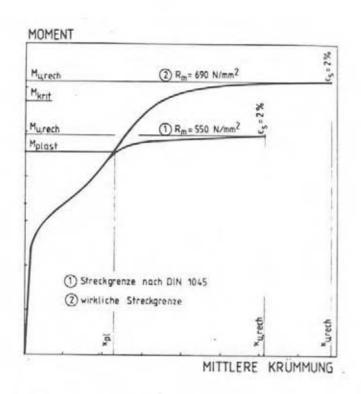
Der Momentendeckungsgrad δ entspricht dem Verhältnis zwischen gewähltem Bemessungsmoment und dem nach der Elastizitätstheorie ermittelten Biegemoment. Der Umlagerungsgrad η bezeichnet den umzulagernden Momentenanteil. Dieser wird meist in % angegeben.

$$\delta = \frac{M_{u, DIN}}{M_{el}}$$
; $\eta = \frac{M_{el} - M_{u, DIN}}{M_{el}} = 1 - \delta$ [7-1]

Da sowohl dem Bruchmoment Mu, DIN als auch dem Moment Mei idealisierte Annahmen zugrunde liegen, stellen die definierten Größen theoretische Werte dar. Im realen Bauwerk weichen die Schnittgrößen mehr oder weniger stark von den elastizitätstheoretisch ermittelten Schnittkräften ab. Dementsprechend unterscheiden sich auch die tatsächlich vorhandenen Umlagerungen von den rechnerischen Annahmen. Die Folgerungen, die sich hieraus für die Beurteilung der Fähigkeit eines Tragwerkes zur Schnittkraftumlagerung ergeben, sollen anhand eines Beispiels erläutert werden.

In Bild 7.2.3 sind mittlere Momenten-Krümmungs-Beziehungen, wie sie sich bei Annahme der Stahlfestigkeit nach DIN 1045 (Linie 1) und unter Berücksichtigung von wirklichkeitsnahen höheren Stahlfestigkeiten ergeben können (Linie 2), gegenübergestellt. Der gewählte Bewehrungsgrad liegt mit µ = 0,3 % im Bereich hochbauüblicher Werte. Die in Bild 7.2.3 ebenfalls angegebenen kennlinien weisen unter Höchstlast eine Dehnung von 2 % auf. Die wirklichkeitsnahe Stahlkennlinie wird durch die Annahmen in DIN 1045 bis etwa zur Streckgrenze richtig beschrieben. Beide M-x-Linien laufen daher bis zum Erreichen des plastischen Momentes deckungsgleich. Während das mit Stahlkennlinie 1 berechnete Querschnittsmoment oberhalb von xp1 nur noch wenig ansteigt, nimmt die Biegetragfähigkeit für Stahl 2 stetig zu. Trotz der für beide Stähle angenommenen gleichen Dehnfähigkeit liefert die Kennlinie 1 eine geringere mittlere Bruchkrümmung.

Werden nun für das in Bild 7.2.1 dargestellte statische System mit einer planmäßigen Momentenumlagerung $\eta=25$ % zwei Berechnungen durchgeführt, wobei die M-x-Beziehungen im Feld und über der Stütze einmal der M-x-Linie 1 und im anderen Fall der M-x-Linie 2 nach Bild 7.2.3 entsprechen sollen, so ergibt sich der in Bild 7.2.4 aufgetragenen Verlauf der Momentenumlagerungen.



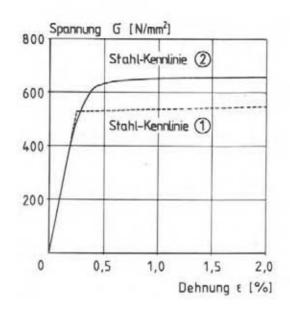


Bild 7.2.3: Momenten-Krümmungs-Beziehung mit wirklichkeitsnaher Stahlkennlinie und Festigkeitsannahme nach DIN 1045

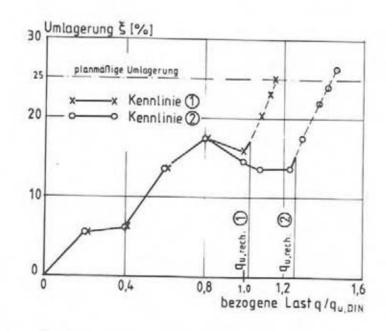


Bild 7.2.4: Verlauf der Momentenumlagerungen für den Durchlaufträger nach Bild 7.2.1 und M-x-Linien nach Bild 7.2.3

Die Umlagerungen nehmen bis zum Erreichen von etwa 80 % der nach DIN 1045 bestimmten Bruchlast stetig bis maximal 17 % zu. Verursacht wird dies durch die über der Stütze frühzeitig auftretenden Risse und die damit verbundene Steifigkeitsabminderung. Die anschließende Rißbildung im Feld bewirkt wieder einen Rückgang der Umlagerung. Für beide Stahlkennlinien wird zwar der planmäßige Wert von $\eta=25$ % bis zum Bruch des Stahles im Stützquerschnitt nicht erreicht, die Bruchlast nach DIN 1045 wird jedoch für Stahlkennlinie 1 geringfügig und für Stahlkennlinie 2 deutlich überschritten. Zur Herbeiführung des vollen Momentenausgleiches müßten beide Kennlinien wesentlich größere Dehnfähigkeiten aufweisen. Die sich dann einstellende weitere Entwicklung der Umlagerungen ist in Bild 7.2.4 durch die gestrichelte Fortsetzung der Linien angedeutet.

Der Verlauf der Stahlkennlinien im plastischen Verformungsbereich beeinflußt das Umlagerungsverhalten wesentlich. Durch den stetigen Anstieg der Kennlinie wächst mit zunehmender Verformung das aufnehmbare Stützmoment an und nimmt einen Teil des umzulagernden Momentes auf. Dieses Verhalten ist wegen der Zunahme der Bruchlast als günstig zu bezeichnen.

Dabei ist jedoch folgendes zu beachten: Ein aufgrund höherer Stahlfestigkeiten gegenüber der Bemessung wesentlich gesteigertes Tragmoment über der Stütze ruft auch höhere Kräfte in der Bewehrung hervor, die zu verankern sind und kann bei anderen statischen Systemen zu einem Anstieg der Querkraft führen. Die derzeitigen Sicherheitsauslegungen für Querkrafttragfähigkeit und Verankerungslängen in DIN 1045 reichen möglicherweise nicht aus, um diese erhöhten Beanspruchungen aufnehmen zu können. Hierzu wären zusätzliche Untersuchungen notwendig.

Aufgrund der beschriebenen Zusammenhänge sollte als Beurteilungskriterium bei planmäßigen Momentenumlagerungen neben den tatsächlich vorhandenen Umlagerungen die Frage nach der erreichten Traglast gestellt werden. Umlagerungen sind z.B. von Interesse, wenn beurteilt werden soll, welche Schnittgrößen sich bei planmäßiger Umlagerung unter Gebrauchslast einstellen. Weichen diese bereits wesentlich von den Werten nach der Elastizitätstheorie ab, so ist ein Nachweis der Gebrauchsfähigkeit mit den bisher üblichen Rechenverfahren nicht möglich.

7.2.2.3 Rechnerische Werte für Bruchmomente und Bruchlasten

Die in DIN 1045 angegebenen Baustoffestigkeiten entsprechen der 5 %-Fraktile der streuenden Grundgesamtheiten von Stahl und Beton. Ein mit diesen Kennwerten berechnetes Querschnittsbruchmoment liegt daher im allgemeinen deutlich unterhalb von Versuchsergebnissen. Um das Tragverhalten eines Bauteiles wirklichkeitsnah berechnen zu können, sind die zu erwartenden mittleren Materialeigenschaften zu erfassen.

Zur Beschreibung bzw. Beurteilung von Ergebnissen aus der FE-Berechnung ist die Definition "charakteristischer Werte" notwendig, deren Verwendung bisher nicht üblich ist. Sie besitzen folgende Bedeutung:

Mu, DIN; Fu, DIN:

Unter Ansatz der Rechenfestigkeiten und der zulässigen Dehnungen nach DIN 1045 berechnete Querschnittsbruchmomente und damit für ein gegebenes System ermittelte Bruchlast.

Mkrit; Fkrit:

Aus den tatsächlichen bzw. mittleren Festigkeitswerten (Stahlstreckgrenze, Betondruckfestigkeit), jedoch mit den nach DIN 1045 zugelassenen maximalen Dehnungen (max $\epsilon_8 = 5$ %, max $\epsilon_b = 3,5$ %) berechnete Querschnittsmomente und damit berechnete Bruchlast.

Ми, мор; Ги, мор:

Mit Hilfe des Rechenmodells unter Berücksichtigung der tatsächlichen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für Stahl und Beton ermittelte Bruchmomente und mit dem FE-Programm berechnete Bruchlast eines Systems.

7.2.2.4 Überlegungen zur Sicherheit eines Tragwerkes

Bei Bemessung nach DIN 1045 ist durch Spannungsnachweise in maβgebenden Querschnitten auch der Sicherheitsnachweis für das Gesamtsystem erbracht. Für statisch unbestimmte Systeme geht man davon aus, daß die zur Aktivierung der Bruchmomente erforderlichen Tragwerksverformungen möglich sind. Sofern Schnittgrößen nach der Elastizitätstheorie bestimmt werden, ist dies der Fall.

Bei zusätzlichen Momentenumlagerungen sind zum Erreichen der Traglast wesentlich größere Verformungen notwendig, als bei einer Schnittgrößenermittlung nach der Elastizitätstheorie. Für die Beurteilung der Sicherheit einer Konstruktion reichen daher die Annahmen der DIN 1045 nicht mehr aus, der Sicherheitsnachweis ist am Gesamtsystem zu führen.

In den folgenden FE-Berechnungen wird als Mindestforderung an ein System mit planmäßiger Momentenumlagerung das Erreichen der aus den Bemessungsmomenten nach DIN 1045 berechneten Bruchlasten Fu, DIN bzw. qu, DIN gestellt. Die vorhandene Sicherheit ist dann jedoch geringer als bei einer Bemessung nach DIN 1045, da die Vorschrift von abgeminderten Rechenwerten für die Baustoffestigkeiten ausgeht, während den FE-Berechnungen mittlere Materialfestigkeiten zugrunde liegen. Damit werden zwei Rechengrößen mit unterschiedlichen Sicherheiten in den Materialannahmen gegenübergestellt.

Ein der DIN 1045 vergleichbares Sicherheitsniveau ist vorhanden, wenn das Erreichen der kritischen Lasten F_{krit} bzw. q_{krit} gefordert wird. Durch die Skalierung der Rechenergebnisse mit den kritischen Lasten kann außerdem der Einfluß unterschiedlicher Materialfestigkeiten weitgehend eliminiert werden.

Auf weitergehende Überlegungen zur Sicherheit, insbesondere auch die Frage, ob neben Sicherheitsbeiwerten für die Lasten auch ein Sicherheitsfaktor für den Abstand zwischen erforderlicher und möglicher Bruchverformung einzuführen ist, kann hier nicht eingegangen werden.

Bezüglich vorhandener Überfestigkeiten bei Stahl und Beton sei darauf verwiesen, daß im allgemeinen mit Anstieg der Festigkeiten die Verformungsfähigkeiten abnehmen. Damit liegt man bei Anwendung plastischer Verfahren oder bei Momentenumlagerungen und höheren Materialfestigkeiten, als in der Rechnung vorausgesetzt, nicht mehr zwangsläufig "auf der sicheren Seite". Es wäre daher zu überlegen, ob für diese Rechenverfahren nicht obere Grenzwerte für die Baustoffestigkeiten festzulegen sind.

Allerdings wird zumindest bei höheren Stahlfestigkeiten der Nachteil der geringeren Verformungsfähigkeit häufig durch eine erhöhte Querschnittstragfähigkeit ausgeglichen (siehe Abschnitt 7.2.2.2).

7.2.3 Tragverhalten von Durchlaufplatten im Hochbau mit planmäßiger Momentenumlagerung

7.2.3.1 Voraussetzungen und Werkstoffannahmen

Die folgenden Untersuchungen beschränken sich auf das Umlagerungsverhalten und die erreichbare Traglast von einachsig
gespannten, durchlaufenden Platten im Hochbau mit planmäßigen
Momentenumlagerungen und den dort üblichen Bewehrungsgraden. Es
wird davon ausgegangen, daß die untersuchten Systeme bis zum
Bruchzustand keine wesentliche Schubrißbildung aufweisen (Annahme
im Rechenmodell).

Den Berechnungen liegen, soweit nichts anderes angegeben ist, die unter Abschnitt 2 beschriebenen Materialannahmen zugrunde.

Als Einflußgrößen werden die Eigenschaften der Stahlkennlinie, die Betongüte, der Bewehrungsgrad und das statische System variiert und die durch Zwang hervorgerufenen zusätzlichen Anforderungen an die Dehnfähigkeit des Stahles ermittelt.

Die Studien zum Einfluß der Stahlkennlinie behandeln nur den im Hochbau häufig eingesetzten Mattenstahl IV M (BSt 500 M). Die in Güteüberwachungen festgestellte Streubreite dieser Stahlsorte und die zugehörigen Kennwert sind in Bild 2.7 angegeben. Für alle Parameterstudien, für die nicht die Streuung der Stahlkennlinie Gegenstand der Untersuchung ist, wird von der mittleren σ -E-Linie für BSt 500 M ausgegangen.

7.2.3.2 Systemauswahl und Querschnittsbemessungen

Das statische System sowie die Querschnittsausbildung sollten praxisüblichen Verhältnissen entsprechen. Als Ausgangssystem wurde daher der in Bild 7.2.5 dargestellte, über viele Felder durchlaufende Plattenstreifen, mit einem Stützenabstand von 5 m, gewählt. Aus der statischen Nutzhöhe von h = 14,5 cm (d = 16 cm) ergibt sich eine Schlankheit von li/h \approx 20.

statisches Ausgangssystem:

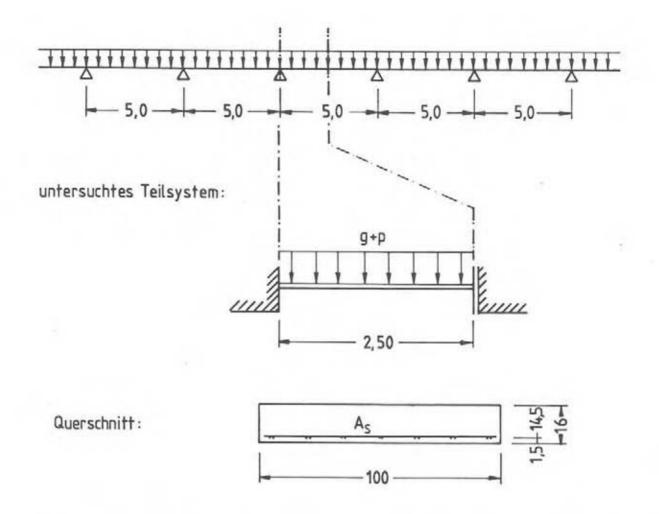


Bild 7.2.5: Gewähltes Ausgangssystem und untersuchtes Teilsystem

Wird nur der Lastfall Vollast betrachtet, so genügt es aus Symmetriegründen, die Untersuchungen auf das in Bild 7.2.5 dargestellte Teilsystem zu beschränken.

Als Systemeinflüsse werden Querschnittshöhen und Stützweiten variiert. Bei der Abdeckung von "Extrembedingungen" ergeben sich dabei auch praxisunübliche Abmessungen.

Anhaltswerte für die in Bauwerken vorhandenen Bewehrungsgrade liefert eine Bemessung der Träger mit Lastannahmen nach DIN 1055 Teil 3 (1978):

Eigengewicht ≈ 5,5 kN/m²

Verkehrslasten:

- 1. Wohnräume = 1.5 kN/m^2
- 2. Geschäftsräume = 5,0 kN/m2
- 3. Werkstätten = 10.0 kN/m^2

$$M_{St} = -ql^2/12$$
; $M_F = ql^2/24$

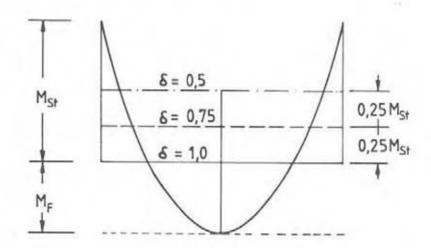


Bild 7.2.6: Momentenverlauf für ein Einzelfeld und unterschiedliche Momentendeckungsgrade

Eine linearelastische Berechnung der Schnittgrößen ergibt den in Bild 7.2.6 für ein Einzelfeld des Durchlaufträgers gezeigten Momentenverlauf. Die Berücksichtigung von planmäßigen Umlagerungen erfolgt durch Änderung der Lage der Schlußlinie und Bemessung für die sich dann einstellenden Stütz- und Feldmomente. Als Beispiel ist in Bild 7.2.6 die Lage der Schlußlinie für 25 % und für 50 % Momentenumlagerung von der Stütze ins Feld eingetragen.

Für die nach der Bemessung erforderliche Bewehrung wurden handelsübliche Lagermatten ausgewählt. Die Querschnittsfläche der Matten stimmt häufig nicht mit der statisch erforderlichen Stahlfläche überein. In diesen Fällen wurde die Matte mit dem nächstgrößeren Stahlquerschnitt ausgewählt, die Querschnittstragfähigkeit aus dieser Stahlfläche neu berechnet und daraus eine aktua-

lisierte Bemessungslast bestimmt. Für den rechnerischen Umlagerungsfaktor ergaben sich dabei allerdings geringe Abweichungen von den angestrebten Werten. Den so ermittelten Bemessungslasten werden als Vergleichswerte jeweils die Lasten q_{krit} , berechnet aus den tatsächlich vorhandenen Streckgrenzenmomenten, und die aus der FE-Berechnung ermittelte Bruchlast q_u , Nob gegenübergestellt.

7.2.3.3 Variation der Betonfestigkeit

Exemplarisch ist in Bild 7.2.7 für einen Bewehrungsgrad von μ = 0,41 % (Matte R 589) der Verlauf der mittleren Momenten-Krümmungsbeziehungen für die Betonfestigkeitsklassen B 25, B 35, B 45 aufgetragen. Sieht man von den Bereichen der Erstrißbildung ab, unterscheiden sich die Verläufe nur wenig voneinander und liefern nahezu die gleichen Bruchmomente und Bruchkrümmungen.

Der Einfluß der Betonfestigkeit auf die möglichen Schnittkraftumlagerungen ist für die hier vorliegenden niedrigen Bewehrungsgrade sehr gering und kann in Anbetracht des sehr viel größeren Einflusses der streuenden Stahlkennlinie vernachlässigt werden.

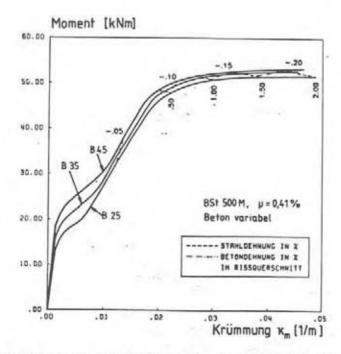


Bild 7.2.7: Mittlere M-x-Linien für unterschiedliche Betongüten

7.2.3.4 Einfluß der Stahlkennlinie

Für den Einfluß der Stahlkennlinie auf das Tragverhalten bei planmäßigen Momentenumlagerungen sind folgende Fragestellungen von Interesse:

Häufig weisen Mattenstähle gegenüber den Mindestforderungen nach DIN 488 deutlich höhere Festigkeiten auf. Wie wirken sich diese bei Lastbeanspruchung und bei zusätzlichem, bei der Bemessung nicht berücksichtigtem Zwang auf das Tragverhalten aus? Kann durch höhere Festigkeiten eine geringere Gleichmaßdehnung ausgeglichen werden? Wie verändern unterschiedliche Gleichmaßdehnungen bei konstantem Verhältnis $R_{\rm m}/R_{\rm e}$ die Tragfähigkeit?

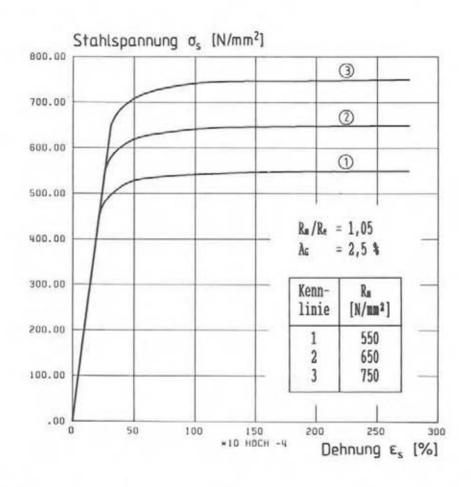


Bild 7.2.8: Konstruierte Stahlkennlinien mit unterschiedlichen Zugfestigkeiten

Zur Untersuchung des Einflusses der Stahlfestigkeit wurden Rechnungen mit planmäßigen Momentenumlagerungen von $\eta=19$ % durchgeführt. Die Gebrauchslast entsprach mit 9-10 kN/m² etwa den Annahmen für Geschäftsräume. Die Bemessung ergab für den Stützquerschnitt eine Matte R 443 ($\mu=0.31$ %), für das Feld eine Matte R 377 ($\mu=0.26$ %). Um Einflüsse aus dem Verlauf der $o-\epsilon$ Linien auszuschließen, wurden die in Bild 7.2.8 dargestellten Kennlinien konstruiert. Die Linie 1 entspricht den für die Neufassung von EUROCODE 2 vorgeschlagenen Mindestkennwerten. Die mittlere und obere Kennlinie entstehen aus Stahl 1 durch Anheben der Elastizitätsgrenze um jeweils 100 N/mm². Die Dehnung unter Höchstlast ist für alle drei Kennlinien gleich.

Die Arbeitslinie der Feldbewehrung soll in den folgenden Berechnungen der Kennlinie 1 entsprechen. Der Bewehrung im Stützquerschnitt wird jeweils eine der drei Kennlinien zugeordnet.

Bild 7.2.9 enthält die für den Stützquerschnitt berechneten M-x-Beziehungen im Riβquerschnitt. Die mittleren Momenten-Krümmungs-Linien sind in Bild 7.2.10 dargestellt. Ein Vergleich des Momenten-Krümmungs-Zusammenhanges im Riβquerschnitt mit den Stahlkennlinien in Bild 7.2.8 bestätigt den von Wegner (1974) und Langer (1987) festgestellten ähnlichen Verlauf der Kurven.

Die mittleren Krümmungen sind wegen des bei niedrigen Bewehrungsgraden großen Beitrages der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen deutlich geringer als die Krümmungen im Rißquerschnitt.

Aus Bild 7.2.10 ist weiter zu erkennen, daß mit steigender Stahlfestigkeit trotz gleichbleibender Dehnfähigkeit des Stahles auch die mittlere Bruchkrümmung anwächst. Für einen bestimmten Wert der mittleren Krümmung nehmen die Stahldehnungen im Riβquerschnitt mit steigender Stahlfestigkeit ab. Der Grund hierfür ist die bei höherer Beanspruchung zunehmende Relativverschiebung zwischen Stahl und Beton.

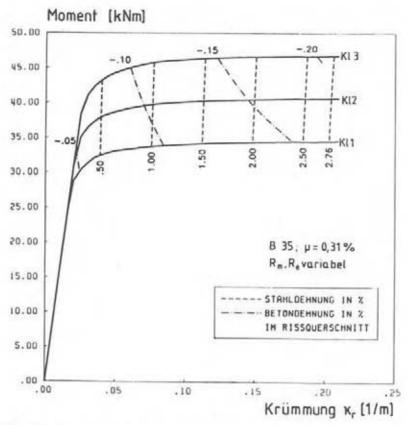


Bild 7.2.9: Momenten-Krümmungs-Beziehungen im Rißquerschnitt

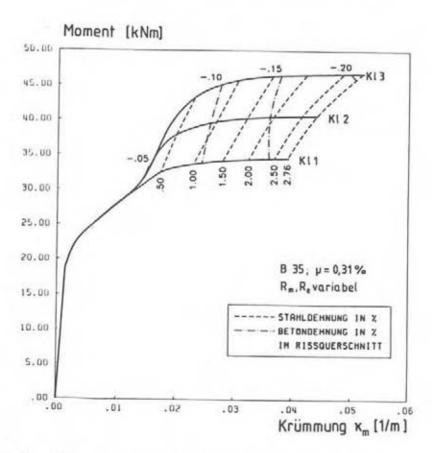


Bild 7.2.10: Mittlere Momenten-Krümmungs-Linien

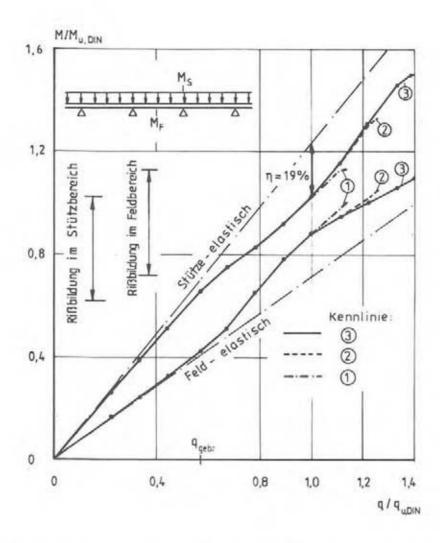


Bild 7.2.11: Verlauf der Stütz- und Feldmomente in Abhängigkeit von der Last ($\eta = 19$ %)

In Bild 7.2.11 sind für den Durchlaufträger berechnete Stütz- und Feldmomente in Abhängigkeit von der Belastung aufgetragen. Die Umlagerungen von der Stütze in das Feld setzen mit der Rißbildung über der Stütze ein und betragen ab der Bruchlast nach DIN 1045 etwa 19 %. Die Traglast des Systems steigt mit wachsender Stahlfestigkeit an. Nach Überschreiten der DIN-Bruchlast verzweigen sich die Momentenlinien. Für Stahl 1 beträgt die anschließende Laststeigerung bis zum Versagen nur noch ca. 7 %. Dies deutet auf ein relativ schnelles Durchlaufen des "plastischen Krümmungsastes" hin. Bei Annahme der Kennlinie 2 liegt die Traglast um 17 %, für Stahl 3 um 40 % über der Bruchlast nach DIN 1045.

Bei einer Last, die bei Verwendung von Stahl 1 bereits den Bruch der Stützbewehrung hervorruft, betragen die für das entsprechende Stützmoment (Mst = 35,6 kNm) aus Bild 7.2.10 ablesbaren Stahldehnungen für Stahl 2 bzw. 3 nur etwa ϵ_8 = 0,33 % bzw. 0,28 %. Mit zunehmender Festigkeit des Stahles würde also eine geringere Dehnfähigkeit zur Aufnahme einer bestimmten Traglast ausreichen.

Ob diese Aussage auch bei Zwangeinwirkung in gleichem Maße zutrifft, sollten weitere Berechnungen mit zusätzlichen Auflagerverschiebungen jeder zweiten Stütze (aus Symmetriegründen) klären. Für eine Verschiebung der Auflager um 2 cm unter Gebrauchslast und eine anschließende Laststeigerung bis zum Versagen ist in Bild 7.2.12 der Verlauf der Stützmomente aufgetragen.

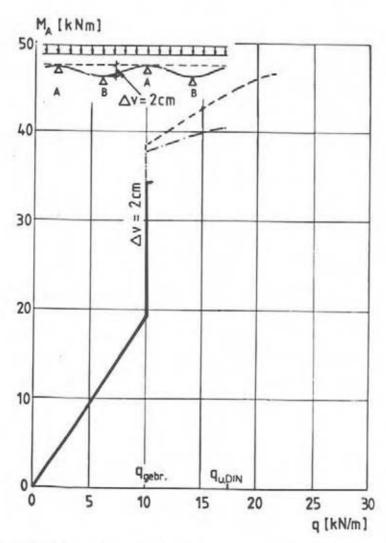
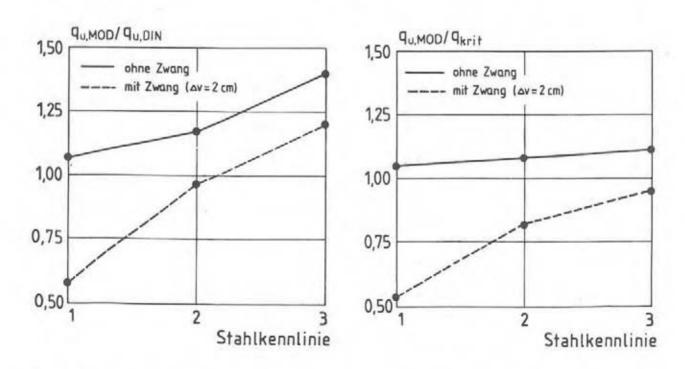


Bild 7.2.12: Stützmomente aus Last- und Zwangeinwirkung bei wahlweiser Anordnung der Stähle 1 bis 3 aus Bild 7.2.8

Je nach angenommener Stahlkennlinie resultiert aus der Zwangeinwirkung ein unterschiedlich hohes Stützmoment. Für die Stahlkennlinie 1 liegt dieses bereits nahe am Bruchmoment. Eine geringe zusätzliche Last führt hier den Bruch der Stützbewehrung herbei. Bei Verwendung eines Stahles entsprechend Kennlinie 2 oder 3 ergibt sich zwar ein größeres Zwangmoment, die Bruchlast reduziert sich gegenüber reiner Lastbeanspruchung jedoch weit weniger als für Kennlinie 1.

In Bild 7.2.13 sind die für unterschiedliche Stahlkennlinien berechneten Traglasten, bezogen auf die kritische Last bzw. die DIN-Bruchlast, aufgetragen. Für reine Lastbeanspruchung erfüllen alle Stähle die definierte Sicherheitsanforderung $q_{u,\,MOD} > q_{krit}$. Die angenommene Auflagerverschiebung um 2 cm reduziert die Traglast für Stahlkennlinie 1 um etwa 50 %. Mit zunehmender Stahlfestigkeit verringert sich die Traglastabminderung aus Zwang, die Last q_{krit} wird jedoch für keine der Stahlkennlinien erreicht. Der Einfluß unterschiedlicher Stahlfestigkeiten ist bei Zwang wesentlich größer als bei reiner Lastbeanspruchung.



a) bezogen auf qu, DIN b) bezogen auf qkrit
Bild 7.2.13: Traglasten für im Stützquerschnitt angeordnete Stähle mit Kennlinien 1 bis 3 nach Bild 7.2.8

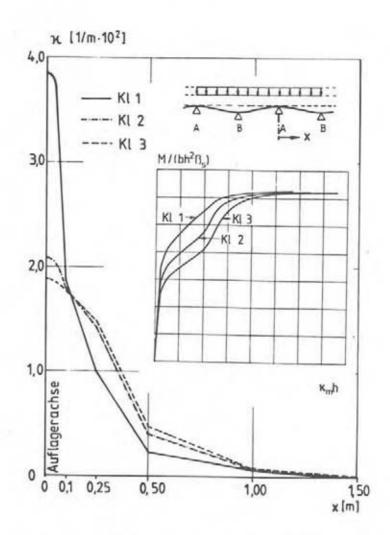


Bild 7.2.14: Krümmungsverlauf entlang der Systemachse bei einer Last entsprechend der Bruchlast für Stahlkennlinie 1

Die Ursache für die gegenüber reiner Lastbeanspruchung größeren Unterschiede der Traglasten bei zusätzlicher Zwangeinwirkung soll Bild 7.2.14 verdeutlichen. Hier sind die Krümmungsverläufe im Stützbereich bei einer Last entsprechend der Bruchlast für Stahl 1 aufgetragen. Für die Kennlinie 1 konzentrieren sich die Krümmungen über dem Auflager und fallen mit zunehmender Entfernung vom Auflager rasch ab. Für die Stähle 2 und 3 weist die Krümmung einen völligeren Verlauf auf. Das Integral der Krümmungen ist für alle Linien gleich und beträgt $\Theta_{\text{ges}} = 3,2\cdot 10^{-3}$ rad.

Die in Bild 7.2.14 ebenfalls dargestellten bezogenen $M-x_m-L$ inien verdeutlichen das mit ansteigender Stahlstreckgrenze duktilere Krümmungsverhalten (die Nummerierung entspricht den Stahlkenn-

linien in Bild 7.2.8). Der Verlauf 1 weist gegenüber den Beziehungen 2 und 3 einen weniger ausgeprägten Übergang vom ungerissenen Zustand I über die Riβbildung zum plastischen Verformungsbereich auf. Momentenänderungen rufen in der Nähe des Bruchmomentes für den M-x-Zusammenhang 1 daher wesentlich größere Krümmungsänderungen hervor, als bei den beiden anderen M-x-Beziehungen.

Tabelle 7.2.1 enthält eine Gegenüberstellung der sich für die drei Stahlkennlinien unter Versagenslast für Stahl 1 einstellenden Stützmomente sowie der zugehörigen Stahldehnungen im Riβ. Danach würden bei Zwang ebenso wie bei reiner Lastbeanspruchung für die mittlere und obere Stahlkennlinie wesentlich geringere Dehnfähigkeiten ausreichen, um die Bruchlast des Stahles 1 zu erzielen.

Stahlkenn- linie	$q = 20,1 \text{ kN/m}^3$		$q = 10,4 \text{ kN/m}^2 + \Delta V = 2 \text{ cm}$	
	Ms t kNm/m	Es, Riß	Ms t kNm/m	Es, R 1 B
1	34,5	2,76	34,5	2,76
2	35,6	0,33	38,1	0,52
3	35,6	0,28	38,9	0,32

Tabelle 7.2.1: Momente und zugehörige Stahldehnungen bei einer Last entsprechend der Bruchlast für Kennlinie 1

Als weitere Einflüsse aus der Stahlkennlinie wurden das Verhältnis R_m/R_e und die Gleichmaßdehnung variiert, wobei alle anderen Kennwerte jeweils konstant blieben. System, Querschnittsausbildung, planmäßige Momentenumlagerung ($\eta=19$ %) und die Momenten-Krümmungs-Beziehung im Feld entsprachen der vorab beschriebenen Berechnung. Als Zwangeinwirkung wurde eine Auflagerverschiebung um 1 cm angenommen.

Die Bilder 7.2.15 und 7.2.17 zeigen die untersuchten Stahlkennlinien. Die zugehörigen M-xm-Beziehungen sind in den Bildern 7.2.16 und 7.2.18 aufgetragen.

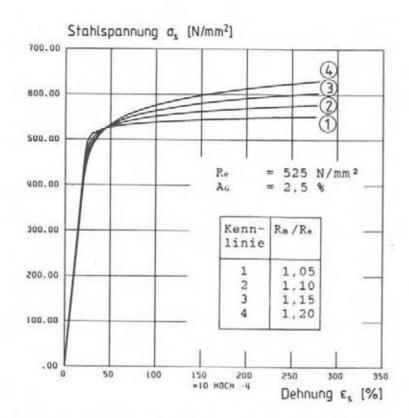


Bild 7.2.15: Untersuchte Stahlkennlinien mit unterschiedlichen Verhältnissen R_m/R_e bei sonst gleichen Kennwerten

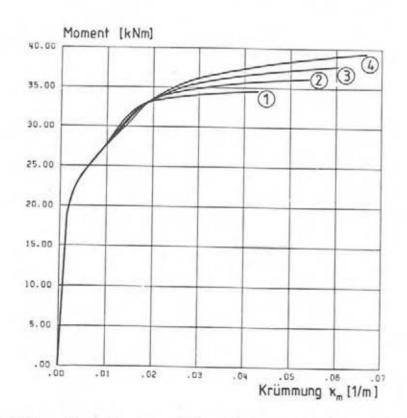


Bild 7.2.16: M-xm-Beziehungen für die Kennlinien in Bild 7.2.15

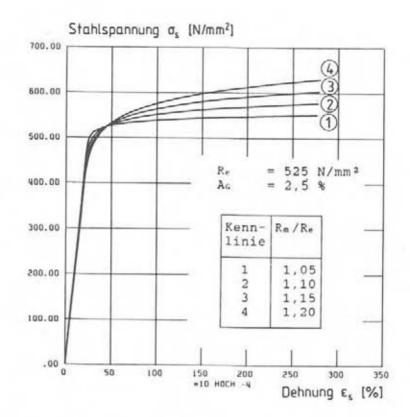


Bild 7.2.17: Untersuchte Stahlkennlinien mit unterschiedlichen Gleichmaβdehnungen A_G bei sonst gleichen Kennwerten

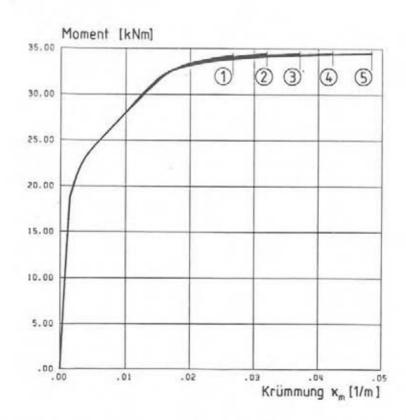


Bild 7.2.18: $M-x_m$ -Beziehungen für die Kennlinien in Bild 7.2.17

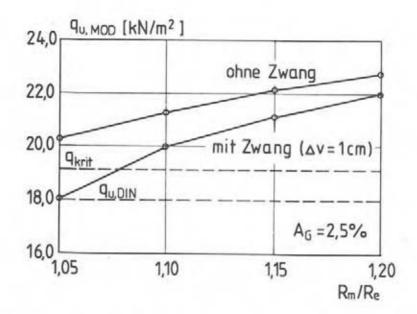


Bild 7.2.19: Traglast in Abhängigkeit vom Verhältnis R_m/R_e bei bei Lastumlagerung η = 19 % und Zwang Δv = 1 cm

In Bild 7.2.19 ist die Entwicklung der Traglast in Abhängigkeit des Verhältnisses R_m/R_e dargestellt. Erhöht sich das Verhältnis R_m/R_e von 1,05 auf 1,20, steigt die Traglast bei reiner Lastbeanspruchung um 12 %, bei Zwang um 22 %. Die Erhöhung der Tragfähigkeit resultiert nur zum Teil aus der aus Bild 7.2.16 ersichtlichen Zunahme des Querschnittstragmomentes über der Stütze. Da der berechnete Umlagerungsfaktor mit $\eta\approx 18$ % konstant blieb, beteiligt sich auch der Feldquerschnitt an der Lastaufnahme. Die kritische Last wird bei reiner Lasteinwirkung für alle Verhältnisse R_m/R_e überschritten. Für Zwang liegt die Traglast erst ab dem Wert $R_m/R_e\approx 1,08$ oberhalb von q_{krit} .

Ebenso wie bei den vorab beschriebenen Studien zum Einfluß der Festigkeiten besitzt das Verhältnis R_m/R_e auf die Traglast bei zusätzlichem Zwang einen stärkeren Einfluß als bei reiner Lastbeanspruchung. Höhere Festigkeiten und größere Verhältnisse zwischen Zugfestigkeit und Streckgrenze steigern die Verformungsfähigkeit im Stützbereich und verringern damit die Traglastabminderung infolge Zwang.

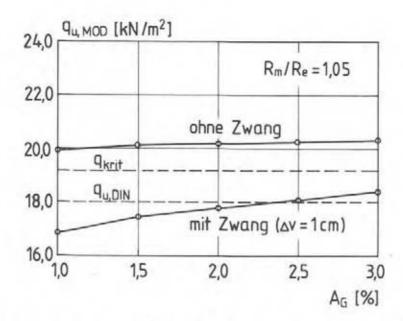


Bild 7.2.20: Traglast in Abhängigkeit von der Gleichmaßdehnung Aω bei Lastumlagerung η = 19 % und Zwang Δv = 1 cm

Bei veränderlicher Gleichmaßdehnung und sonst gleichen Stahlkennwerten bleibt die Tragfähigkeit bei reiner Lastbeanspruchung nahezu konstant. Die kritische Last wird für alle untersuchten Gleichmaßdehnungen überschritten. Zusätzlicher Zwang reduziert die Traglast bei geringen Gleichmaßdehnungen mehr als bei höheren Dehnfähigkeiten. Für die gewählte Auflagerverschiebung von 1 cm überschreitet die rechnerische Traglast die DIN-Bruchlast erst ab einem Dehnungswert von 2,5 %, die kritische Last wird nicht erreicht.

Im Vergleich zu den Festigkeiten ist der Einfluß der Dehnfähigkeiten der Stähle auf die Traglast geringer. Der Grund hierfür ist aus den Stahlkennlinien in Bild 7.2.17 sowie der M-xm-Beziehung in Bild 7.2.18 ersichtlich. Zunächst bleiben wegen der oberhalb der Streckgrenze sehr flach verlaufenden Stahlkennlinie wesentliche plastische Dehnungen auf die engere Umgebung der Risse beschränkt, die mittleren Krümmungen sind gegenüber den Krümmungen im Rißquerschnitt gering. Da außerdem auch der plastische Ast der M-x-Linie nur einen geringen Anstieg aufweist, ist bei dem im Stützbereich üblicherweise stark veränderlichen Moment die "plastische Längen" sehr kurz. Die zur Momentenumlagerung benötigte plastische Rotationsfähigkeit ist daher gering.

Für die Aufnahme von Zwangverformungen, für die einzig die Verformungsfähigkeit maßgebend ist, wirken sich höhere Gleichmaßdehnungen etwas deutlicher aus.

In den vorab beschriebenen Untersuchungen wurden jeweils nur einzelne Kennwerte der Stähle variiert. Bei wirklichkeitsnahen Stahlkennlinien besteht die Tendenz einer Abnahme des Verhältnisses R_{m}/R_{\bullet} und der Gleichmaßdehnung mit steigender Stahlfestigkeit. Zum Einfluß dieses Sachverhaltes auf die Traglast erfolgten weitere Berechnungen mit den in Bild 2.7 angegebenen, den Streubereich für BSt 500 M abgrenzenden Stahlkennlinien.

Mit $\mu_{S\,t}=0.26$ % (R 377) und $\mu_F=0.21$ % (R 317) wurde der Bewehrungsgrad für die weiteren Berechnungen im Vergleich zu den vorigen Beispielen etwas geringer gewählt. Die Gebrauchslast beträgt q=8.7 kN/m², der Momentendeckungsgrad über der Stütze entspricht $\delta=0.82$. Die Berechnungen wurden für reine Lastbeanspruchung und für zusätzlichen Zwang aus Auflagerverschiebungen um $\Delta v=1$ cm bzw. $\Delta v=2$ cm durchgeführt.

Der Verlauf der mittleren Momenten-Krümmungs-Beziehungen ist in Bild 7.2.21 angegeben. Während sich für die untere und die mittlere Stahlkennlinie bis zum Bruch der Bewehrung größere plastische Krümmungen einstellen, weist die M-xm-Linie für den oberen Grenzwert des Stahles mit $R_m/R_e=1,02$ und $A_G=1$ % einen sehr kurzen plastischen Ast auf.

In Bild 7.2.22 sind die berechneten Traglasten aufgetragen. Die Bezeichnungen 1, 2, 3 auf der Abszisse entsprechen der unteren, mittleren und obere Arbeitslinie in Bild 2.7.

Die auf die DIN-Bruchlast bezogenen Ergebnisse (Bild 7.2.22a) zeigen, daß die obere Stahlkennlinie trotz geringerer Duktilität und kleinerem Verhältnis R_{m}/R_{e} bei Lasteinwirkung die größte Traglast erbringt. Der Grund hierfür ist der gegenüber den anderen Stählen größere Absolutwert der Streckgrenze und der damit verbundene Anstieg der Tragfähigkeit im Stützquerschnitt. Für

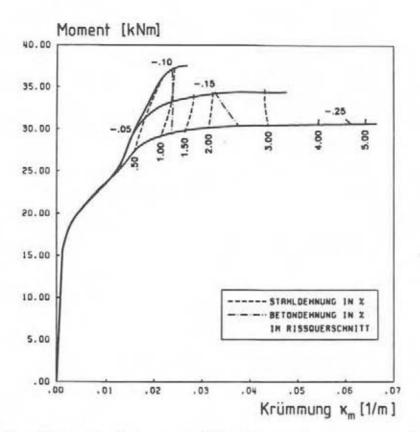
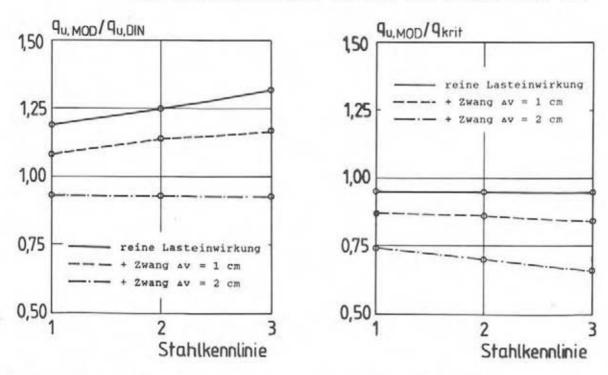


Bild 7.2.21: M-xm-Beziehungen für den Stützquerschnitt bei Ansatz der Stahlkennlinien für BSt 500 M nach Bild 2.7



a) bezogen auf $q_{u,DIN}$ b) bezogen auf q_{krit} Bild 7.2.22: Unter Ansatz der M-xm-Linien nach Bild 7.2.21 berechnete Traglasten

eine Auflagerverschiebung von 2 cm liefern alle drei Stähle die gleiche Traglast, die jedoch bereits unterhalb der DIN-Bruchlast liegt.

Eine bessere Bewertung der Kennlinienverläufe ist anhand der auf die kritischen Lasten bezogenen Bruchlasten möglich (siehe Bild 7.2.22b). Für das gewählte statische System sind die rechnerischen Bruchlasten bereits bei reiner Lastbeanspruchung geringer als die kritischen Lasten. Die Aufnahme der für planmäßige Umlagerungen von $\eta=18$ % bestimmten Lasten ist nicht mit genügender Sicherheit möglich. Auch hier zeigt sich der bei zusätzlichen Zwangverformungen ungünstige Einfluß der Abnahme des Zugfestigkeits-Streckgrenzenverhältnisses bzw. der Gleichmaßdehnung.

Schlußfolgerungen aus der Variation der Stahlkennlinie:

Bei mattenbewehrten Durchlaufträgern mit hochbauüblichen Bewehrungsgraden sind Momentenumlagerungen nur begrenzt möglich.

Für die untersuchten Mattenstähle kamen Traglasten weniger durch Umlagerung von Schnittgrößen als vielmehr durch höhere Querschnittstragfähigkeiten aufgrund vorhandener Überfestigkeiten der Stähle zustande.

Große Verhältnisse R_m/R_e steigern die Tragfähigkeit mehr als hohe Gleichmaßdehnungen. Für die Aufnahme von Zwangverformungen sind jedoch größere Dehnfähigkeiten der Stähle von Vorteil. Bei sonst gleichen Stahlkennwerten spielt auch die Form der Arbeitslinie eine Rolle: Ein stetiger Spannungsanstieg von der Streckgrenze zur Zugfestigkeit ist günstiger als ein nahezu ideal elastischplastisches Verhalten.

Bei höheren Stahlfestigkeiten werden für eine bestimmte Traglast geringere Dehnfähigkeiten und/oder niedrigere Verhältnisse R_m/R_e benötigt als bei geringen Festigkeiten. Zwang reduziert die Traglasten umso mehr, je geringer das Verhältnis R_m/R_e und je niedriger die Gleichmaßdehnung ist.

Aus diesem Ergebnis sollte nicht der Schluß gezogen werden, daß durch eine Erhöhung der Stahlfestigkeit eine beliebige Reduzierung der Gleichmaßdehnung möglich ist. Für deren Größe sind u.a. auch die Belange des Brandschutzes zu beachten.

Durch deutliche Überschreitung der Nennfestigkeiten des Stahles entstehen bei planmäßiger Momentenumlagerung eine Reihe zusätzlicher baupraktischer Probleme:

Mit der Stahlfestigkeit steigt die Gefahr des Versagens ohne Vorankündigung, d.h. vor Erreichen der Fließgrenze im Stahl tritt Betonversagen ein. Durch höhere Querschnittsmomente, als planmäßig vorgesehen, steigen auch die durch Verankerungen oder Übergreifungsstöße zu übertragenden Stahlkräfte und, in bestimmten statischen Systemen, die Querkräfte an (siehe Punkt 7.2.2.2). Für diese erhöhten Beanspruchungen sind die Bestimmungen der DIN 1045 nicht ausgelegt.

Weiterhin ist zu bedenken, daß sich durch die höheren Stützmomente der Bereich negativer Momente weiter in die angrenzenden Felder erstreckt. Eine entsprechend der Zugkraftdeckungslinie abgestufte Bewehrung reicht dann möglicherweise nicht zur Aufnahme der erhöhten Zugkräfte aus.

Fazit: Soll das derzeitige Sicherheitsniveau der DIN 1045 beibehalten werden, so dürfen bei planmäßigen Momentenumlagerungen von $\eta \le 15$ % und geringem, bei der Bemessung nicht berücksichtigtem Zwang (z.B. $\Delta v/l \lesssim 0,002$), die Stahleigenschaften folgende Mindestwerte nicht unterschreiten:

 $R_m/R_e \ge 1,05$; $A_G \ge 2,5 %$

7.2.3.5 Einfluß des Bewehrungsgrades

In den Bildern 7.2.23 und 7.2.24 sind für Beton B 35, Betonstahl 500 M (mittlere Kennlinie in Bild 2.7, $R_m/R_e=1,06$, $A_G=3,0$ %) und unterschiedliche Bewehrungsgrade ($\mu=0,13\div0,41$ %) Momenten-Krümmungs-Linien aufgetragen. Die Kurven für den Rißquerschnitt weisen für Stahlbruch als Versagensursache nur eine geringe Änderung der Bruchkrümmungen mit Zunahme des Bewehrungsgrades auf. Bei Betonversagen nimmt die Bruchkrümmung dagegen mit steigendem Bewehrungsgrad schnell ab. Bei den mittleren Krümmungen sind auch im Bereich des Stahlversagens deutliche Änderungen in den Grenzkrümmungen festzustellen.

Für μ = 0,13 % zeigt sich ein nahezu sprödes Verhalten. Kurz nach Überschreiten des Erstrißmomentes stellt sich ohne wesentliche Krümmungszunahme der Bruch der Bewehrung ein. Für μ = 0,18 % wird das abgeschlossene Rißbild ebenfalls noch nicht erreicht.

Bereits bei einem geringen Bewehrungsgrad von μ = 0,31 % wechselt die Versagensursache von Stahl- zum Betonbruch. Da hier der Einfluß der Stahleigenschaften auf das Umlagerungsverhalten interessiert, werden die weiteren Untersuchungen auf Bewehrungsgrade mit Stahlbruch als Versagensursache oder mit noch wesentlichen Stahldehnungen im Bruchzustand beschränkt.

Bei konstant gehaltener Stützbewehrung (R 589 bzw. R 443) wird der Bewehrungsgrad im Feld und damit der Umlagerungsgrad η verändert. Bei bekannter Bewehrung lassen sich aus den in Tabelle 7.2.2 angegebenen Querschnittsmomenten $M_{u,DIN}$ und M_{krit} die Bruchlasten nach DIN 1045 sowie die kritischen Lasten berechnen. Diese sind in Tabelle 7.2.3 den Ergebnissen aus der FE-Berechnung gegenübergestellt.

Die Bilder 7.2.25 und 7.2.26 zeigen die Entwicklung der Traglasten in Abhängigkeit vom angestrebten Momentendeckungsgrad δ . Der Verlauf der Kurven ist für $\mu_{\text{St}}=0.31$ % und $\mu_{\text{St}}=0.41$ % prinzipiell ähnlich. Durch die mit geringer werdendem δ zunehmende Bewehrungsmenge im Feld steigt die nach DIN 1045 und die aus den

Streckgrenzenmomenten bestimmte kritische Last stetig an. Die mit dem Rechenmodell unter Berücksichtigung der Verformungsfähigkeit bestimmte Traglast nimmt mit dem Umlagerungsgrad wesentlich geringer zu und schneidet die Linie für die kritische Last für beide dargestellten Stützbewehrungsgrade jeweils bei $\delta \approx 0.8$. Die Bruchlast nach DIN wird für die berechneten Umlagerungsgrade nicht unterschritten.

Beton	Bewehrung	Bewehrungs- grad µ	Mu. DIN kNm/m	Mkrit kNm/m	Mu. Mod kNm/m	Bruch- ursache
	R 589	0,41	39,7	48,1	52,7	В
	R 513	0,35	35,0	42,3	46,2	В
	R 443	0,31	30,3	36,7	40,2	B/S
B 35	R 377	0,26	25,8	31,2	34,4	S
	R 317	0,22	21,8	26,5	29,1	S
	R 257	0,18	17,8	21,7	23,7	S
	R 188	0,13	13,1	16,0	17,4	S

^{*)} B = Betonbruch, S = Stahlbruch

Tabelle 7.2.2: Für unterschiedliche Bewehrungsgrade berechnete Querschnittsmomente

Bewehrung		Momenten- deckung	Qu, DIN	Qkrit	Qu, MOD	qu. Mon	Qu, MOD
Stütze	Feld	δ	kN/m²	kN/m²	kN/m²	Qu.DIN	Qkrit
	R 257	1,04	18,4	22,3	25,5	1,39	1,14
	R 317	0,97	19,7	23,9	26,5	1,35	1,11
R 589	R 377	0,91	21,0	25,4	27,4	1,30	1,08
	R 443	0,85	22,4	27,2	28,1	1,25	1,03
	R 589	0,75	25,4	30,8	28,9	1,14	0,94
	R 257	0,94	15,4	18,7	21,1	1,37	1,13
	R 317	0,87	16,7	20,3	21,7	1,30	1,07
R 443	R 377	0,81	18,0	21,8	22,1	1,23	1,02
	R 443	0,75	19,4	23,5	22,5	1,16	0,96
	R 513	0,70	20,9	25,3	22,8	1,09	0,90
	R 589	0,65	22,4	27,2	23,3	1,04	0,86
R 257	R 257	0,75	11,4	13,9	14,4	1,26	1,04

Tabelle 7.2.3: Rechnerische Traglasten für unterschiedliche planmäßige Momentenumlagerungen

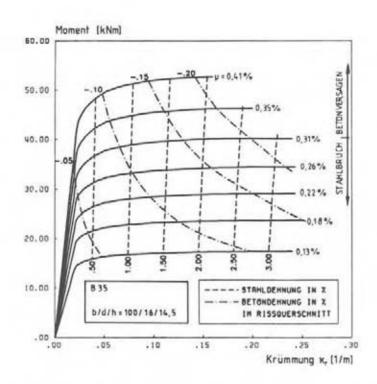


Bild 7.2.23: M-x-Beziehungen im Riβquerschnitt für unterschiedliche Bewehrungsgrade und Beton B 35 (βwm = 40 N/mm²)

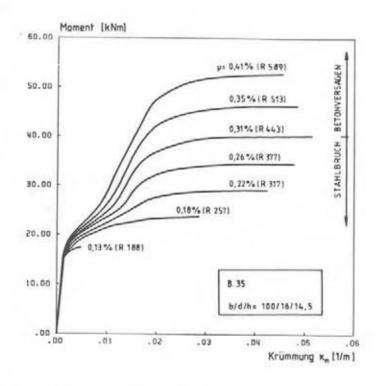


Bild 7.2.24: M-xm-Linien für unterschiedliche Bewehrungsgrade und Beton B 35 (β_{Wm} = 40 N/mm²)

Die Bilder 7.2.27 und 7.2.28 zeigen den auf die Bemessungslast bzw. kritische Last bezogenen Verlauf der rechnerischen Bruchlasten. Obwohl mit steigendem Bewehrungsgrad größere Umlagerungen erwartet werden, liegt die Linie für μ = 0,41 % unterhalb der Linie für μ = 0,31 %. Der Grund hierfür ist die etwas geringere Bruchkrümmung für den höheren Bewehrungsgrad (siehe Bild 7.2.24).

Bei einer Berechnung mit gleichem Bewehrungsgrad im Feld und über der Stütze von μ = 0,18 % (R 257, siehe Tabelle 7.2.3) lag $q_{u,\,NOD}$ trotz des vorhandenen Umlagerungsfaktors η = 25 % noch oberhalb von q_{krit} . Die Ursache hierfür ist der geringe Abstand zwischen Erstriß- und Bruchmoment (siehe Bild 7.2.24). Im Feld treten erst kurz vor dem Bruch der Stützbewehrung erste Risse auf. Die Durchbiegungen bleiben bis zu diesem Zeitpunkt gering. Die relativ kleine Rotationsfähigkeit über der Stütze reicht deshalb aus, um Momente ins Feld umzulagern.

Schlußfolgerungen aus der Variation des Bewehrungsgrades:

Bei Verwendung von Betonstahlmatten wechselt bereits bei geringen Bewehrungsgraden die Ursache für das Querschnittsversagen von Stahl- zum Betonbruch.

Ähnlich wie bei der Untersuchung des Einflusses der Stahlkennlinie ergaben auch die für unterschiedliche Bewehrungsgrade angestellten Berechnungen, daß Momentenumlagerungen bei Verwendung von BSt 500 M nur sehr begrenzt möglich sind. In den ermittelten Umlagerungsfaktoren von maximal ca. 20 % sind Einflüsse aus Zwang noch nicht enthalten.

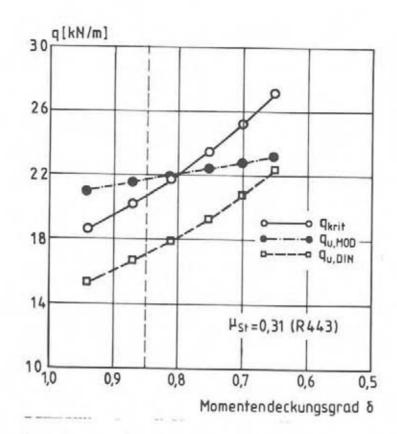


Bild 7.2.25: Zusammenhang zwischen rechnerischen Traglasten und Momentendeckungsgrad δ für μ_{St} = 0,31 %

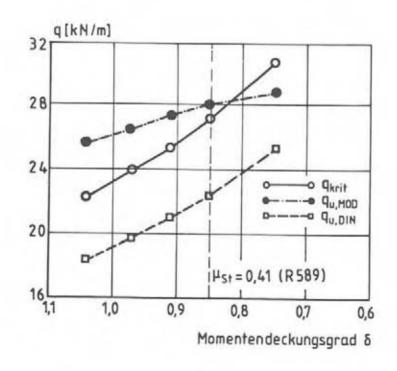


Bild 7.2.26: Zusammenhang zwischen rechnerischen Traglasten und Momentendeckungsgrad δ für μ_{St} = 0,41 %

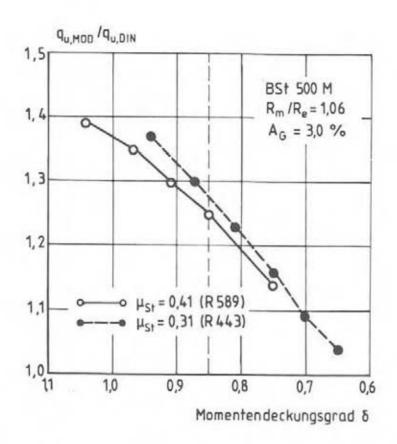


Bild 7.2.27: Auf die Bruchlast nach DIN 1045 bezogene Traglast

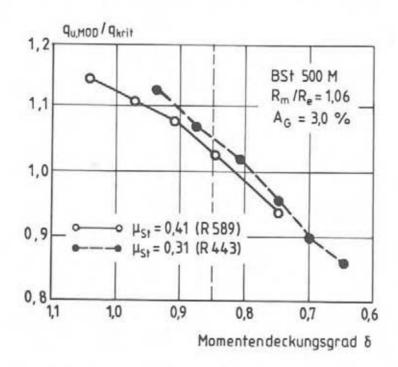


Bild 7.2.28: Auf die kritische Last bezogene Traglast

7.2.3.5 Systemeinflüsse

Allen bisherigen Untersuchungen lagen mit einer Stützweite von 5,00 m und der Querschnittsdicke von 16 cm konstante Abmessungen zugrunde. Die in diesem Abschnitt beschriebenen Rechnungen sollten den möglichen Einfluβ unterschiedlicher geometrischer Abmessungen auf das Tragverhalten bei planmäßigen Umlagerungen aufzeigen.

Das Ausgangssystem nach Bild 7.2.5 wird beibehalten und die Betonfestigkeit entsprechend der Güteklasse B 35 angenommen. Der Bewehrungsgrad soll sowohl über der Stütze als auch im Feld konstant μ = 0,26 % betragen. Die Platten sind also für 25 % Momentenumlagerung ausgelegt.

Für das Studium des Geometrieeinflusses werden zwei Varianten untersucht:

In einer Reihe bleibt die Stützweite mit 5,00 m konstant und nur die Dicke des Querschnittes ändert sich. Mit einer Variation der Dicke zwischen d=10 cm und d=35,5 cm wird ein großer Teil der in der Praxis für Vollplatten üblichen Bauhöhen abgedeckt.

In einer zweiten Reihe wird die Schlankeit mit $1_1/h \approx 20$ konstant gehalten und es ändert sich mit der Querschnittsdicke auch die Stützweite.

Bild 7.2.29 zeigt für den Rißquerschnitt berechnete Momenten-Krümmungs-Linien. Die mittleren M-x-Beziehungen sind in Bild 7.2.30 dargestellt. Die in diesen Bildern und in Tabelle 7.2.4 angegebenen Bauteildicken ergaben sich aus der Annahme eines konstanten Bewehrungsgrades und den nur mit bestimmter Abstufung zur Verfügung stehenden Lagermatten. Wie in Tabelle 7.2.4 angegeben, stellt für alle gewählten Querschnittsausbildungen Stahlbruch die Versagensursache dar.

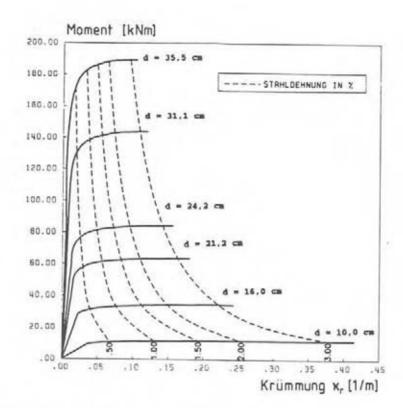


Bild 7.2.29: M-x-Beziehungen im Riβquerschnitt für konstanten Bewehrungsgrad und unterschiedliche Bauteildicken

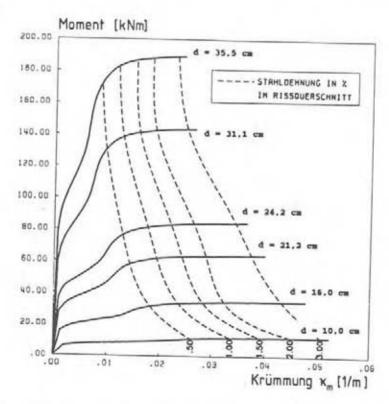


Bild 7.2.30: M-xm-Beziehungen für konstanten Bewehrungsgrad und unterschiedliche Bauteildicken

Bewehrung	Querschnitts- dicke d cm	Mu, DIN kNm/m	Mkrit kNm/m	Mu, Mod kNm/m	Bruch- ursache
K 884	35,5	142,6	172,4	189,3	g
K 770	31,1	108,5	130,8	143,6	S
R 589	24,2	63,4	76,7	84,2	S
R 513	21,2	47,6	58,2	63,7	s
R 377	16,0	25,7	31,0	34,0	
R 221	10,0	8,9	10,8	11,8	S

*) S = Stahlbruch

Tabelle 7.2.4: Rechnerische Querschnittsmomente für μ = 0,26 %, Beton B 35 und unterschiedliche Bauteildicken

In Bild 7.2.29 ist zu erkennen, daß das maximale Querschnittsmoment mit der Bauteildicke sehr stark ansteigt, die Bruchkrümmung sich dagegen deutlich verringert. Die Krümmungsabnahme ist
bei niedrigen Querschnitten sehr ausgeprägt und reduziert sich
mit zunehmender Dicke. Der Querschnitt mit der Dicke d = 35,5 cm
erbringt nur etwa ein Viertel der für 10 cm Dicke berechneten
Bruchkrümmung. Dagegen reduziert sich der Maximalwert der mittleren Krümmungen, wie in Bild 7.2.30 gezeigt, nur um ca. 50 %.

In Bild 7.2.31 sind bezogene Traglasten in Abhängigkeit von der Dicke d dargestellt. Die bezogene Traglast ändert sich bei Zunahme der Querschnittsdicke trotz der damit verbundenen starken Reduzierung der Verformungsfähigkeit nur relativ wenig. Der Grund hierfür ist wie in den vorhergehenden Untersuchungen darin zu suchen, daß die Traglast nur zum Teil aus der Umlagerung der Schnittgrößen resultiert. Exemplarisch sind in Bild 7.2.32 die Umlagerungen für die Dicken 10 cm und 35,5 cm in Abhängigkeit von der Last aufgetragen. Für beide Beispiele zeigt sich ein etwa gleiches Verhalten. Im Bruchzustand beträgt die Umlagerung 15-18 % (für die anderen Querschnittsdicken erhält man ähnliche Linien). Der restliche Teil der Versagenslast resultiert aus der im Stützquerschnitt vorhandenen Überfestigkeit des Stahles.

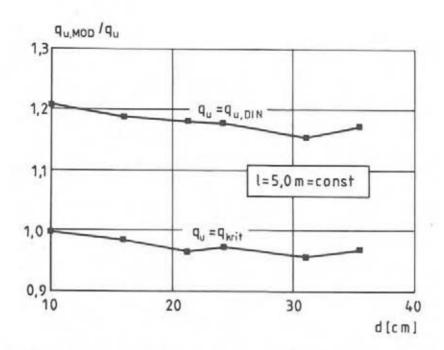


Bild 7.2.31: Rechnerische Traglast in Abhängigkeit von der Bauteildicke bei kostanter Stützweite

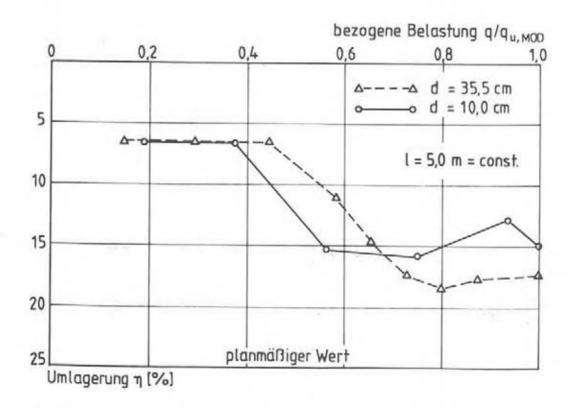


Bild 7.2.32: Verlauf der Momentenumlagerung in Abhängigkeit von der bezogenen Last für d = 10 cm und d = 35,5 cm

Ein ähnliches Verhalten war auch in den Berechnungen für konstante Schlankheit festzustellen (siehe Bild 7.2.33). Die Abminderung der Traglast ist im Vergleich zu den Rechnungen mit konstanter Länge etwas größer. Dies liegt daran, daß bei gleichen Feld- und Stützmomenten mit Anwachsen der Stützweite größere Durchbiegungen auftreten. Aus Verträglichkeitsgründen müssen daher die Verdrehungen über der Stütze ebenfalls ansteigen und die Bruchkrümmung wird früher erreicht.

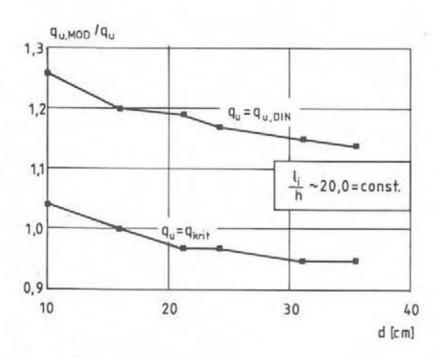


Bild 7.2.33: Rechnerischer Traglast in Abhängigkeit von der Bauteildicke für l₁/h = kostant

Schlußfolgerungen aus der Variation der Bauteilabmessungen:

Durchlaufende Stahlbetonplatten mit planmäßigen Momentenumlagerungen weisen bei einer Variation der Bauteilhöhe und konstanter Stützweite bzw. konstanter Schlankheit ein nur wenig verändertes Tragverhalten auf. Mit Zunahme der Querschnittsdicke nimmt die bezogene Versagenslast geringfügig ab.

7.3 Zusammenfassung der numerischen Untersuchungen

Parameterstudien zur Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen ergaben für elastische Stahldehnungen einen wesentlichen Einfluß von Betonzugfestigkeit und Bewehrungsgrad auf die Höhe der Betonmitwirkung. Im Bereich plastischer Stahlverformungen im Riß sind zusätzlich der Verlauf der Stahlkennlinie oberhalb der Streckgrenze und die Verbundeigenschaften für die Betonmitwirkung von Bedeutung.

In Studien am Gesamtsystem wurde das Trag- und Verformungsverhalten von Durchlaufplatten im Hochbau mit Mattenbewehrung und planmäßiger Momentenumlagerung untersucht.

Die Variation der Betonfestigkeit beeinflußte bei den untersuchten niedrigen Bewehrungsgraden das Bruchmoment und die Bruchkrümmung nur sehr wenig.

Zum Erreichen der für Mattenstähle gewünschten mechanischen Eigenschaften bzw. der geometrischen Abmessungen ist häufig eine starke Kaltverformung des Ausgangsmaterials erforderlich. Dabei kommt es zu einer Anhebung der Stahlstreckgrenze, unter Umständen weit über den Nennwert nach DIN 488 hinaus, das Verhältnis von Zugfestigkeit zu Streckgrenze und die Gleichmaßdehnung nehmen ab.

Um die plastische Verformungsfähigkeit eines Stahlbetontragwerks zu erhöhen, sind jedoch möglichst große Werte für das Verhältnis von R_m/R_e sowie die Gleichmaßdehnung anzustreben. Ob durch Überfestigkeiten des Stahles bzw. der daraus resultierenden höheren Querschnittstragfähigkeit geringere Verhältnisse von R_m/R_e und der Gleichmaßdehnung ausgeglichen werden können, wurde in Rechnungen mit fiktiven Stahlkennlinien untersucht. Die Kennlinien unterschieden sich in der Höhe der Festigkeit, dem Verhältnis Zugfestigkeit zur Streckgrenze und der Dehnfähigkeit. Weitere Berechnungen wurden mit Kennlinien, die den in der Praxis vorhandenen Streubereich der Stähle repräsentieren, durchgeführt.

In den Berechnungen wirkten sich große Verhältnisse R_m/R_e günstiger auf das Tragverhalten aus als hohe Gleichmaßdehnungen. Bei sonst gleichen Stahlkennwerten spielte auch die Form der Arbeitslinie eine Rolle: Ein stetiger Spannungsanstieg von der Streckgrenze zur Zugfestigkeit ist günstiger als ein nahezu ideal elastisch-plastisches Verhalten.

Bei höheren Stahlfestigkeiten werden zum Erreichen einer bestimmten Traglast geringere Dehnfähigkeiten und/oder niedrigere Verhältnisse R_m/R_e benötigt als bei geringen Festigkeiten.

Für die Festlegung einer möglichen Verringerung der Gleichmaßdehnung bei höheren Festigkeiten wären allerdings noch weitere Studien erforderlich. Hierbei sind neben Zwangeinflüssen auch die Belange des Brandschutzes zu beachten. Weiterhin ist zu berücksichtigen, daß gegenüber den Nennwerten deutlich erhöhte Stahlfestigkeiten eine Reihe von zusätzlichen baupraktischen und bewehrungstechnischen Problemen hervorrufen.

Bei einer Variation des Bewehrungsgrades blieb der interessierende Bereich mit Stahlbruch als Versagensursache auf sehr geringe Bewehrungsgrade begrenzt. Die berechneten Versagenslasten ergaben Umlagerungsfaktoren von maximal $\eta=20$ %, wobei Zwangeinflüsse nicht berücksichtigt sind.

Die Veränderung der Bauteildicke von 10 cm auf 35,5 cm bei gleicher Stützweite sowie das Konstanthalten der Schlankheit mit veränderlicher Dicke wirkten sich nur wenig auf das Tragverhalten aus.

Bei der Bemessung nicht berücksichtigter Zwang reduzierte die für Momentenumlagerungen zur Verfügung stehenden Rotationsfähigkeiten und verminderten dadurch die Traglasten zum Teil erheblich. Bei Vergrößerung des Verhältnisses R_m/R_e nahm der Zwangeinfluß deutlicher ab, als bei Annahme höherer Dehnfähigkeiten.

Als Fazit der Parameterstudien lassen sich folgende Aussagen treffen:

Bei Einsatz der untersuchten Mattenstähle und den im Hochbau üblichen Bewehrungsgraden werden Traglasten für planmäßige Momentenumlagerungen um mehr als 15 - 20 % nicht erreicht, wenn das derzeit vorhandene Sicherheitsniveau beibehalten werden soll.

Wird von einem Mindestwert für das Verhältnis R_m/R_e von 1,05 sowie von einer Gleichmaßdehnung von $A_G \ge 2,5$ % ausgegangen, so sind ohne Nachweis der Verformungen zulässige Umlagerungen zur Abdeckung ungünstiger Fälle sowie zur Berücksichtigung geringer Zwangverformungen auf die bisher nach DIN 1045 zulässigen 15 % zu beschränken.

8 VEREINFACHTE AUFSTELLUNG VON MOMENTEN-KRÜMMUNGS-BEZIEHUNGEN

8.1 Allgemeines

Die in Abschnitt 4 beschriebene Vorgehensweise bei der Aufstellung mittlerer M-x-Beziehungen setzt einerseits eine genaue Kenntnis der vorliegenden Materialeigenschaften und andererseits die Verfügbarkeit entsprechender Rechenprogramme voraus.

Sind die genauen Materialdaten nicht bekannt, so lassen die streuenden Materialkennwerte ein hohes Maß an Übereinstimmung zwischen Annahme und tatsächlichem Verhalten nicht erwarten. Es erscheint daher sinnvoll, für eine allgemeine Anwendung vereinfachte Beziehungen aufzustellen, mit der Möglichkeit, genauere Materialkenntnisse entsprechend zu berücksichtigen.

Den größten Aufwand bei der Erstellung der M- x_m -Beziehung erfordern die Berechnungen zur Rißbildung bzw. zur Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen. Dieser Aufwand läßt sich vermeiden, wenn man die Betonmitwirkung in fiktiven Stahlkennlinien erfaßt.

Die Berechnung des Momenten-Krümmungs-Zusammenhanges im Riβquerschnitt ist auch bei Beachtung der nichtlinearen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen von Stahl und Beton relativ einfach. Die Durchführung des in Anhang A1 beschriebenen iterativen Rechenvorganges erfordert nur sehr geringe Rechenkapazitäten. Es ist zu beachten, daß für die Berechnung der M-x-Linie im Riβquerschnitt zunächst die "nackte" Stahlkennlinie zugrunde zu legen ist, da die sofortige Annahme einer mittleren Stahlkennlinie zu falschen Ergebnissen für die Druckzonenhöhe führt. Ist der M-x-Verlauf für den Riβquerschnitt bekannt, so kann aus einer o-εm-Linie mit den Beziehungen nach Abschnitt 4.2 die M-xm-Linie aufgestellt werden.

Der folgende Abschnitt behandelt die vereinfachte Berücksichtigung der Betonmitwirkung in der Stahlkennlinie.

8.2 Berücksichtigung der Betonmitwirkung in der Stahlkennlinie

Für reine Zugbeanspruchung wurden mittlere Spannungs-Dehnungs-Linien für Betonstahl BSt 500 S in Abschnitt 7.1 angegeben und der Einfluβ verschiedener Größen diskutiert.

Der in den dort angegebenen Bildern als Scharparameter angewandte geometrische Bewehrungsgrad μ erweist sich für eine Anwendung bei Biegebeanspruchung nicht als sinnvoll, da hier häufig Unklarheit über die Größe der Betonfläche, auf die die Bewehrung zu beziehen ist, besteht.

Übereinstimmung zwischen den Betrachtungen von reinem Zug und Biegung besteht, wenn als Scharparameter die Erstrißstahlspannung Osri eingeführt wird. Für Normalkraftbeanspruchung ergibt sich diese Spannung nach Gleichung [8-1]. Für Biegung wird die Berechnung der Erstrißstahlspannung im folgenden Abschnitt 8.3 erläutert.

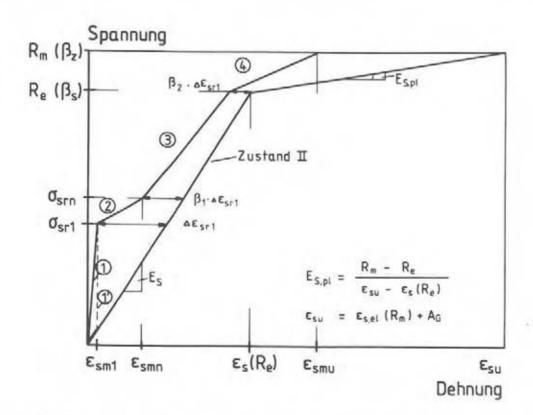


Bild 8.1: Vereinfachte Beziehung zur Berücksichtigung der Betonmitwirkung in der Stahlkennlinie

Bei bekannter Erstrißstahlspannung kann aus den in Abschnitt 7.1 angegebenen Diagrammen eine $o_s-\epsilon_{s\,m}$ -Linie direkt entnommen werden (Zwischenwerte sind linear zu interpolieren). Die hier angegebene, weiter vereinfachte Beziehung ermöglicht eine analytische Beschreibung des Zusammenhanges zwischen Stahlspannungen und mittleren Stahldehnungen.

Wie in Bild 8.1 gezeigt, wird für die mittlere o- ϵ -Linie des Stahles ein polygonaler Verlauf mit folgenden charakteristischen Spannungswerten angenommen:

- Erstrißstahlspannung $o_{sri} = f(\beta_{bz,5x}, \mu)$
- Spannung bei abgeschlossenem Erstrißbild $O_{8rn} = f(\beta_{8z,95x,\mu})$
- Streckgrenze des Stahles Re
- Zugfestigkeit des Stahles Rm

Für den Zugstab berechnet sich die Erstrißstahlspannung aus dem 5 %-Fraktilwert der Betonzugfestigkeit und dem geometrischen Bewehrungsgrad zu:

$$O_{8r1} = \frac{\beta_{bz,5x}}{\mu} [1+(n-1)\mu] \approx \frac{\beta_{bz,5x}}{\mu}$$
 [8-1]

Die mittlere Dehnung bei Auftreten des ersten Risses kann mit hinreichender Genauigkeit zu $\epsilon_{8\,\text{mi}} \approx 0,0001$, entsprechend einem unteren Wert der Dehnfähigkeit des zugbeanspruchten Betons, angenommen werden. Damit ist der 1. Ast in Bild 8.1 festgelegt.

Es ist zu bemerken, daß der Zugstab als von Anfang an gerissen betrachtet wird. Dies bedeutet, daß auch dann, wenn am realen Bauteil noch keine Risse vorhanden sind, die Mitwirkung des Betons auf Zug in der mittleren Stahlkennlinie erfaßt wird. Dadurch ergibt sich ein linearer Anstieg von Linie 1 in Bild 8.1. Eine ebenso mögliche Betrachtungsweise, die für den ungerissenen Zugstab den Beton- und Stahlanteil getrennt behandelt, führt auf die gestrichelt eingetragene Linie 1'. Die sich für diese Linie bei Erstrißbildung einstellende sprunghafte Änderung der Spannung ist rechentechnisch ungünstig und wird durch die getroffene Annahme vermieden.

Bei Erstrißbildung stellt sich im Rißquerschnitt ein Stahldehnungssprung ein. Dieser berechnet sich zu:

$$\Delta \epsilon_{sri} = \frac{O_{sri}}{E_{s}} - 0,0001$$
 [8-2]

Die Stahlspannung bei Erreichen des abgeschlossenen Erstri β bildes beträgt:

$$O_{srn} = \frac{\beta_{bz,95x}}{\mu} [1+(n-1)\mu] \approx \frac{\beta_{bz,95x}}{\mu}$$
 [8-3]

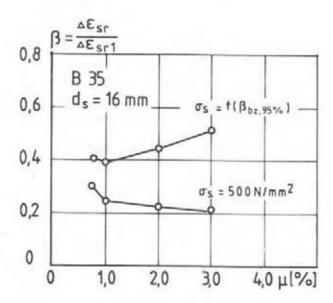


Bild 8.2: Verhältnis β zwischen mittlerer Dehnung und Stahldehnung im Ri β für das abgeschlossene Erstri β bild und bei $\sigma_{8\,r}=$ 500 N/mm²

Der Abzugswert $\Delta \epsilon_{s\,m}$ für die Betonmitwirkung wird für elastische Stahldehnungen oberhalb der Erstrißbildung aus dem Dehnungssprung $\Delta \epsilon_{s\,r\,i}$ ermittelt. In Bild 8.2 ist exemplarisch für Beton B 35 und einen Stabdurchmesser $d_s=16$ mm das in einer genauen Berechnung ermittelte Verhältnis zwischen den Dehnungsdifferenzen beim Auftreten des Erstrisses und beim abgeschlossenen Erstrißbild sowie für $o_s\,r=500$ N/mm² aufgetragen. Aus dem Bild ist zu erkennen, daß für die untersuchten Bewehrungsgrade die Dehnungsdifferenzen bei abgeschlossenem Erstrißbild zwischen 40 % und 50 % des Dehnungssprunges bei Erstrißbildung betragen. Für eine Stahlspannung von $o_s\,r=500$ N/mm² verringert sich das Verhältnis auf 20 - 30 %.

Berücksichtigt man, daß die vorliegenden Berechnungen in der Praxis vorhandene Einflüsse wie Dauerlasten und schwellende Beanspruchung auf die Betonmitwirkung nicht erfassen, so kann mit hinreichender Genauigkeit für die in Bild 8.1 eingeführten β -Werte angenommen werden:

$$\beta_1 = 0.4$$
 und $\beta_2 = 0.2$ [8-4]

Ergibt sich bei hohen Erstrißstahlspannungen durch die getroffenen Annahmen für den 3. Ast in Bild 8.1 eine geringere Neigung als für den Ast 2, so wird der 3. Ast nicht berücksichtigt und der Ast 2 bis zur Streckgrenze fortgeführt. Liegt die Streckgrenze Re unterhalb der berechneten Spannung σ_{srm} wird sinngemäß verfahren. D.h. die Streckgrenze wird gedanklich auf $R_{\text{e}} = \sigma_{\text{srm}}$ angehoben und der Verlauf des 2. Astes ermittelt. Die Gültigkeit des 2. Astes bleibt dann jedoch auf den Spannungsbereich bis zum Erreichen der tatsächlichen Streckgrenze beschränkt.

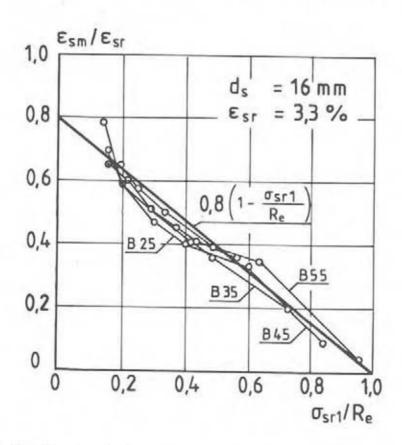


Bild 8.3: Mittlere Dehnungen in Abhängigkeit von der auf die Stahlstreckgrenze bezogenen Erstrißstahlspannung

Zur Festlegung der mittleren Spannungs-Dehnungs-Beziehung oberhalb der Streckgrenze des Stahles wird auf die in Abschnitt 7.1 angestellten Untersuchungen zurückgegriffen. Dort wurde gezeigt, daß in diesem Bereich ein nahezu linearer Zusammenhang zwischen Stahldehnung im Riß und mittlerer Dehnung besteht.

In Bild 8.3 sind die Ergebnisse des Abschnittes 7.1 (siehe Bild 7.1.8) erneut ausgewertet, nunmehr jedoch in Abhängigkeit der auf die Stahlstreckgrenze bezogen Erstrißstahlspannung dargestellt. In dieser Abhängigkeit lassen sich die mittleren Dehnungen durch eine lineare Funktion annähern.

Damit läßt sich der in Bild 8.1 definierte Zusammenhang zwischen Stahlspannung und mittlerer Dehnung wie folgt festgelegen:

1. Ast:

$$\varepsilon_{\text{sm}} = \frac{0,0001}{G_{\text{sr}}} \cdot G_{\text{sr}} \qquad 0 < G_{\text{sr}} \leq G_{\text{sr}} \quad [8-5a]$$

2. Ast:

$$\varepsilon_{sm} = \frac{O_{sr}}{E_{s}} - \left[1 - 0.6 \cdot \frac{O_{sr} - O_{sr1}}{O_{srn} - O_{sr1}}\right] \cdot \Delta \varepsilon_{sr1} \qquad O_{sr1} < O_{sr} \le O_{srn} \quad [8 - 5b]$$

3. Ast:

$$\epsilon_{sm} = \frac{\sigma_{sr}}{E_s} - \left[0, 4-0, 2 \cdot \frac{\sigma_{sr} - \sigma_{srn}}{R_e - \sigma_{srn}}\right] \cdot \Delta \epsilon_{sr1} \qquad \sigma_{srn} < \sigma_{sr} \le R_e \qquad [8-5c]$$

4. Ast:

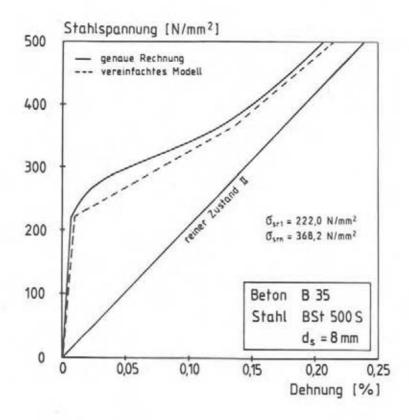
$$\epsilon_{\text{Sm}} = \epsilon_{\text{Sm}} \left(R_{\text{e}} \right) + \beta_{\text{3}} \cdot \left[1 - \frac{O_{\text{Sr1}}}{R_{\text{e}}} \right] \cdot \left[\epsilon_{\text{Sr}} - \frac{R_{\text{e}}}{E_{\text{S}}} \right] \qquad R_{\text{e}} < o_{\text{sr}} \le R_{\text{m}} \qquad [8-5d]$$
elastischer- plastischer Anteil

Für den in Abschnitt 7.1 untersuchten Stahl (Bild 7.1.1) gilt entsprechend Bild 8.3 für den Beiwert β₃ in Gleichung [8-5d]:

$$\beta_3 = 0,8$$
 [8-6]

Für andere Stähle wären gegebenenfalls weitere Berechnungen notwendig. Der in Bild 8.1 im plastischen Dehnungsbereich eingeführte lineare Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Stahles oberhalb der Streckgrenze kann die wirklichen Verhältnisse nur grob vereinfacht wiedergeben. Insbesondere bei stark kaltverformten Stählen wird mit dieser Annahme die Stahldehnung im Riß teilweise deutlich überschätzt. Bei bekannter Stahlkennlinie ist es daher sinnvoll, den Wert $\epsilon_{8\,r}$ in Gleichung [8-5d] für einige Punkte zwischen R_{e} und R_{m} genauer zu ermitteln. Bei unbekanntem Verlauf der Stahlkennlinie kann diese mit der in Abschnitt 2.2 angegebenen Exponentialbeziehung beschrieben werden.

Die Bilder 8.4 bis 8.6 zeigen ausgewählte Vergleiche zwischen der genaueren Berechnung nach Abschnitt 7.1 und den hier getroffenen vereinfachten Annahmen für die Betonmitwirkung. Das vereinfachte Modell liefert für praktische Belange genügend genaue Ergebnisse.



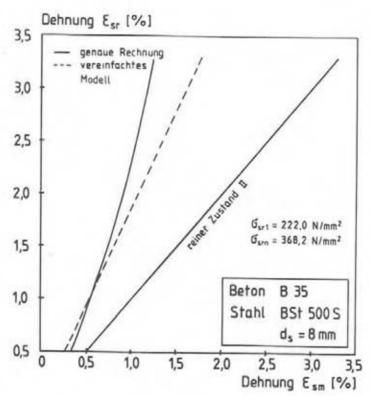
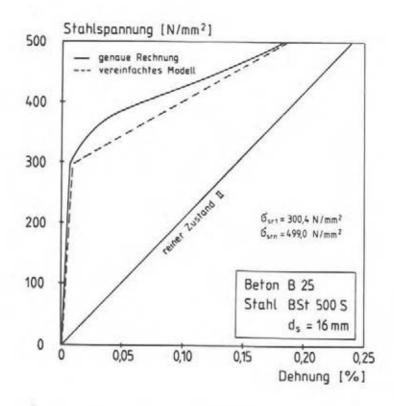


Bild 8.4: Berücksichtigung der Betonmitwirkung in der σ_8 - ϵ_8 m-Linie; Vergleich zwischen genauer Rechnung und vereinfachter Annahme



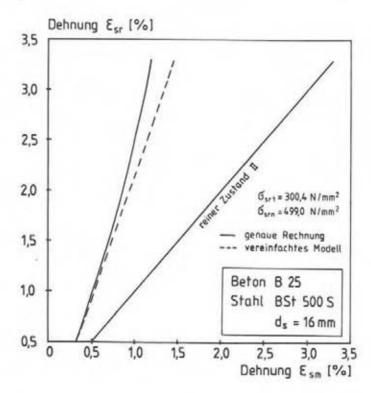
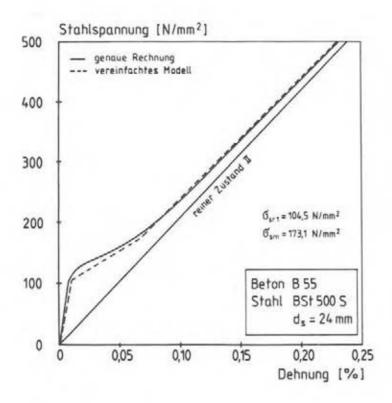


Bild 8.5: Berücksichtigung der Betonmitwirkung in der $\sigma_{s-\epsilon_{s\,m}}-$ Linie; Vergleich zwischen genauer Rechnung und vereinfachter Annahme



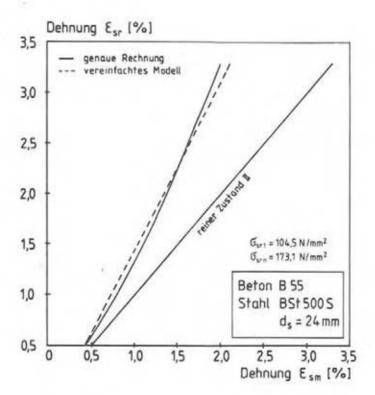


Bild 8.6: Berücksichtigung der Betonmitwirkung in der σ₈-ε_{8 m}-Linie; Vergleich zwischen genauer Rechnung und vereinfachter Annahme

8.3 Vereinfachter M-x-Zusammenhang

Nach Abschnitt 4.2 kann die Krümmung im Riß bzw. die mittlere Krümmung aus der Stahldehnung und dem Abstand der äußersten Stahllage von der Dehnungsnullinie z' nach folgender Beziehung berechnet werden:

$$x_r = \frac{\epsilon_{sr}}{z'}$$
 und $x_m = \frac{\epsilon_{sm}}{z'}$ [8-7]

Steht ein Programm zur Berechnung des M-x-Zusammenhanges für den Rißquerschnitt nicht zur Verfügung, ist eine punktweise Bestimmung der M-x-Linie mit den aus dem Stahl- bzw. Spannbetonbau bekannten iterativen Verfahren (z. B. dem "halbgraphischen Verfahren" von Mörsch) möglich. Dabei wird eine vorgeschätzte Nullinienlage über Gleichgewichtsbetrachtungen am Querschnitt so lange verbessert, bis eine vorgegebene Genauigkeitsschranke eingehalten wird. Es genügt, den Bruchzustand, das Streckgrenzenmoment und wenige Zwischenwerte zu bestimmen. Diese Verfahren sind auch anwendbar, wenn Normalkräfte oder Druckbewehrungen vorliegen.

8.3.1 Erstrißbildung bei Biegung

In Analogie zum Zugstab wird das Auftreten eines Erstrisses angenommen, wenn die Randfaser auf der Zugseite den nach Abschnitt 2.1 berechneten 5 %-Fraktilwert der Biegezugfestigkeit erreicht. Ein abgeschlossenes Erstrißbild liegt bei Überschreiten des 95 %-Fraktile vor. Für einen Variationskoeffizienten der Biegezugfestigkeit von v=15 % berechnen sich die Fraktilwerte zu:

$$\beta_{BZ,5x} = 0.75 \cdot \beta_{BZ,m}$$
 und $\beta_{BZ,95x} = 1.25 \cdot \beta_{BZ,m}$ [8-8]

Bis zum Auftreten eines Risses verhält sich der Stahlbetonquerschnitt nahezu linearelastisch. Für das Ri β moment gilt daher die Beziehung:

$$M_{r,j} = (\beta_{BZ,j} - \frac{N}{A_1}) \cdot W_1$$
 [8-9]

Die Krümmung kurz vor Auftreten des ersten Biegerisses kann vereinfacht angenommen werden zu:

$$x_{mri} = \frac{\epsilon_0 + \epsilon_u}{d} \approx \frac{0,0002}{d}$$
 [8-10]

Oberhalb des Erstrißmomentes läßt sich mit dem punktweise bestimmten M-x-Zusammenhang für den Rißquerschnitt und der mittleren σ - ϵ -Linie nach Abschnitt 8.2 die mittlere Momenten-Krümmungs-Beziehung aufstellen.

Für den Fall reiner Biegebeanspruchung und geringer Bewehrungsgrade wird hier eine weiter vereinfachte Beziehung angegeben.

8.3.2 Berechnung der Geometriegrößen für reine Biegebeanspruchung und niedrige Bewehrungsgrade

Die Größe des inneren Hebelarmes z, der Druckzone x und damit der Abstand der Achse des Stahles von der Dehnungsnullinie z' verändert sich mit dem Querschnittsmoment. Wie groß diese Änderungen sind, soll exemplarisch anhand von z' für einen Querschnitt b/d/h = 30/60/55 cm und unterschiedliche Bewehrungsgrade untersucht werden. Für die gegebene Querschnittsausbildung wurde z' zunächst mit mittleren Festigkeiten für Stahl und Beton aus dem allgemeinen Bemessungsdiagramm nach Heft 220 DAfStb (siehe Grasser (1979)) bestimmt. In einer weiteren Berechnung erfolgte eine "genaue" Bestimmung von z' mit Hilfe des Programmes MKAPPA. In Bild 8.7 ist das Verhältnis der beiden Werte in Abhängigkeit vom bezogenen Querschnittsmoment aufgetragen. Es ist zu erkennen, daß für die untersuchten Bewehrungsgrade z' maximal 8 % vom Bemessungswert abweicht. Für eine vereinfachte Beziehung erscheint es hinreichend genau, die geometrischen Größen z, x, z' für den gesamten Beanspruchungsbereich konstant anzunehmen und der Bemessung (mit mittleren Festigkeiten) zu entnehmen.

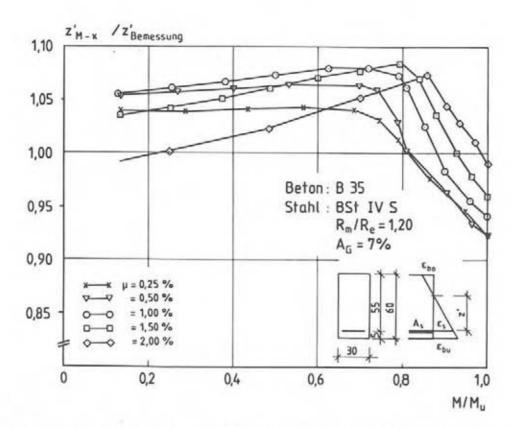


Bild 8.7: Verlauf von z' für unterschiedliche Bewehrungsgrade in Abhängigkeit vom Querschnittsmoment

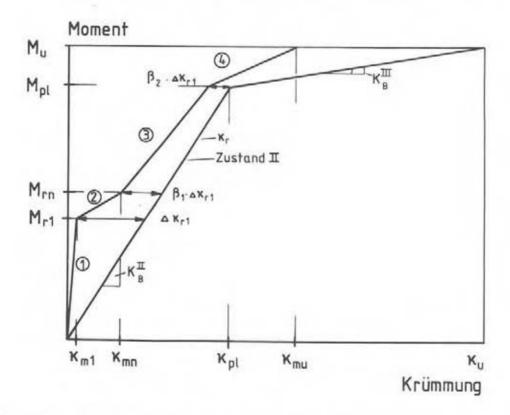


Bild 8.8: Vereinfachte Momenten-Krümmungs-Beziehung

Zusätzlich zur Bemessung sind mit Hilfe der oben genannten iterativen Verfahren noch das Bruchmoment und die zugehörige Bruch-krümmung zu ermitteln. Nach Gleichung [8-7] ergibt sich aufgrund der Annahme eines konstanten Wertes für z' eine vollständige Dualität zwischen der Spannungs-Dehnungs-Beziehung nach Abschnitt 8.2 und dem Momenten-Krümmungs-Zusammenhang. Für den in Bild 8.8 gezeigten M-xm-Verlauf gilt daher analog zum σ-ε_{s m}-Zusammenhang nach Gleichung [8-5]:

1. Ast:

$$x_{m} = \frac{0.0002}{M_{ri} \cdot d} \cdot M \qquad 0 < M \le M_{ri} \qquad [8-11a]$$

2. Ast:

$$x_{m} = x_{r} - \left[1 - 0, 6 \cdot \frac{M - M_{r1}}{M_{rn} - M_{r1}}\right] \cdot \Delta x_{r1} \qquad M_{r1} < M \le M_{rn} \qquad [8-11b]$$

3. Ast:

$$x_m = x_r - \left[0, 4-0, 2 \cdot \frac{M - M_{rn}}{M_{pl} - M_{rn}}\right] \cdot \Delta x_{rl} \qquad M_{rn} < M \le M_{pl} \qquad [8-11c]$$

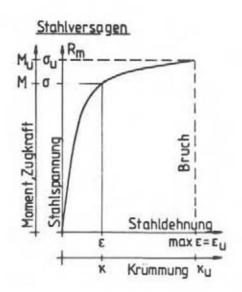
4. Ast:

$$x_m = x_{m,p1} + \beta_3 \cdot \left[1 - \frac{M_{r1}}{M_{p1}}\right] \cdot \left[x_r - x_{p1}\right] \qquad M_{p1} < M \le M_u$$
 [8-11d]

Für den Beiwert β_3 und den Einfluß des Stahlkennlinienverlaufes im plastischen Verformungsbereich gelten die Ausführungen des Abschnittes 8.2 entsprechend.

Eine vereinfachte Aufstellung des Momenten-Krümmungs-Zusammenhanges für den Riβquerschnitt ist auch mit dem von Langer (1987) vorgeschlagenen Verfahren möglich. Aufgrund der Ähnlichkeit zwischen Stahlkennlinie und M-x-Beziehung läßt sich, wie in Bild 8.9 gezeigt, der M-x-Zusammenhang aus der Stahlkennlinie ableiten. Für beliebige Biegemomente kann damit die Krümmung im Riβ ermittelt und den Beziehungen nach Gleichung [8-11] zugrunde gelegt werden.

Mit diesen Annahmen ist die Aufstellung einer mittleren Momenten-Krümmungs-Beziehung mit verhältnismäβig wenig Aufwand möglich.



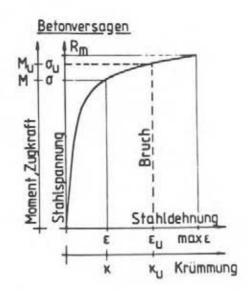


Bild 8.9: Zusammenhang zwischen $\sigma-\epsilon$ -Linie des Stahles und der M-x-Beziehung im Rißquerschnitt (nach Langer (1987))

9 ZUSAMMENFASSUNG UND OFFENE FRAGEN

Die vorliegende Arbeit stellt ein Rechenmodell vor, welches die Analyse des nichtlinearen Trag- und Verformungsverhaltens von Stahlbetonstabtragwerken unter Last- und Zwangeinwirkung bis zum Bruch der Bewehrung oder dem Versagen der Betondruckzone mit hinreichender Genauigkeit ermöglicht.

Das Modell beruht auf der Methode der finiten Elemente. Die Abbildung eines gegebenen Systems erfolgt mit Hilfe von Balkenelementen, denen als Steifigkeitsbeziehung ein vorab ermitteltes
"integriertes Materialgesetz" in Form von mittleren MomentenKrümmungs-Beziehungen zugrunde liegt. Dadurch konnte der Aufwand
sowohl bei der Aufbereitung der Daten als auch bei der Durchführung der nichtlinearen Berechnungen gegenüber Verfahren, die
Scheiben- oder Schichtenelemente einsetzen, erheblich reduziert
werden. Die geringe Anzahl von ca. 15 - 25 Elementen pro Feld
erlaubt die Berechnung von gesamten Tragwerken und die Durchführung umfangreicher Parameterstudien.

Das aufgestellte Materialgesetz geht vom Momenten-Krümmungs-Zusammenhang im Rißquerschnitt aus. Dieser wird unter Berücksichtigung der nichtlinearen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen von Stahl und Beton sowie der Annahme des Ebenbleibens der Querschnitte berechnet. Um zum mittleren Materialverhalten zu gelangen, ist die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen zu berücksichtigen.

Hierzu wurde eine gegenüber bisherigen Ansätzen erweiterte Beziehung zur Berechnug des beanspruchungsabhängigen mittleren Riβabstandes formuliert. Diese erfaβt neben den Einflüssen des Verbundes auch die Streuung der Betonzugfestigkeit und die häufig riβauslösende Wirkung einer Querbewehrung. Das Entstehen von Rissen ist theoretisch bis zum Erreichen des Bruchzustandes möglich.

Bei bekanntem Rißabstand läßt sich mit Verbundberechnungen die Betonmitwirkung bestimmen. Aus den berechneten mittleren Stahldehnungen und dem Abstand der Zugbewehrung von der Dehnungsnullinie ergibt sich die mittlere Krümmung. Aufgrund der ausgeprägt nichtlinearen Zusammenhänge ist die Aufstellung der $M-x_m$ -Linie nur punktweise möglich.

Sowohl die einzelnen Komponenten des Materialgesetzes als auch das Gesamtmodell wurden durch zahlreiche Nachrechnungen von Versuchen abgesichert. Die angestellten Vergleiche erbrachten eine sehr gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen. Voraussetzung für die Genauigkeit der Berechnungen ist allerdings die Kenntnis der Materialeigenschaften von Stahl und Beton.

Mit dem Rechenmodell ist die Möglichkeit gegeben, das Verhalten von Stahlbetontragwerken bei Beanspruchung bis zum Bruchzustand rechnerisch zu simulieren. In beliebigen Laststufen sind Schnittund Verformungsgrößen bestimmbar und es kann anhand der vorab ermittelten Steifigkeitsbeziehungen auf den Dehnungszustand und auf Riβabstände bzw. -breiten geschlossen werden. Damit sind alle zur Beurteilung eines Tragwerks erforderlichen Zustandsgrößen bekannt.

Einschränkend muß erwähnt werden, daß die Vergleiche vorwiegend zu Versuchen mit geringen und mittleren Bewehrungsgraden erfolgten. Eine entsprechende Absicherung für hohe Bewehrungsprozentsätze steht derzeit noch aus. Da das vorliegende Modell den Einfluß aus Querkraft nur vereinfacht über die Schubsteifigkeiten im Zustand I und Zustand II erfaßt, die Auswirkung des "Versatzmaßes" jedoch nicht berücksichtigt, ist für höhere Bewehrungsgrade mit einer weniger guten Übereinstimmung zu rechnen.

Allerdings liefert die im Modell eingeführte Momentenausrundung über Innenauflagern gegenüber Berechnungen mit der üblichen Annahme einer Schneidenlagerung wesentlich bessere Ergebnisse. Damit konnten auch Plattenbalkenversuche mit hohem Bewehrungsgrad mit guter Genauigkeit nachgerechnet werden.

Momenten-Krümmungs-Beziehungen im Rißquerschnitt wurden von Langer (1987) ausführlich untersucht. Die in der vorliegenden Arbeit angestellten Parameterstudien zum Materialverhalten beschränkten sich daher auf die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen. Es zeigte sich, daß diese für plastische Stahlverformungen deutlich größer sein kann, als im elastischen Stahldehnungsbereich. Wesentlichste Einflußgröße für die Betonmitwirkung bei elastischen Stahldehnungen ist die Erstrißstahlspannung, die wiederum von der Betonzugfestigkeit und dem Bewehrungsgrad abhängt. Oberhalb der Stahlstreckgrenze sind zusätzlich die Verbundeigenschaften und der Verlauf der Stahlkennlinie für das mittlere Dehnungsverhalten maßgebend.

Anhand ausgewählter Fragestellungen wurde das Tragverhalten von einachsig gespannten, gering bewehrten Platten bei planmäßigen Momentenumlagerungen untersucht. Neben reiner Lastbeanspruchung wurde auch der Einfluß einer bei der Bemessung nicht berücksichtigen Zwangeinwirkung behandelt.

Aus den Ergebnissen ist zu schließen, daß im allgemeinen Hochbau die Möglichkeit zur Momentenumlagerung sehr begrenzt ist. Der Grund dafür sind die geringen plastischen Verformungsfähigkeiten, die einerseits aus den niedrigen Bewehrungsgraden und andererseits aus den bei Betonstahlmatten häufig geringen Verhältnissen von Zugfestigkeit zu Streckgrenze sowie den niedrigen Dehnfähigkeiten resultieren.

Daß die der Bemessung zugrunde liegenden Traglasten auch für größere planmäßige Umlagerungen noch erreicht wurden, lag vorwiegend an den gegenüber den Rechenannahmen nach DIN 1045 wesentlich höheren Stahlfestigkeiten. Berücksichtigt man den zusätzlichen Einfluß von Zwang, sind für die untersuchten Stähle Umlagerungen von mehr als bisher nach DIN 1045 mit 15 % zugelassen, kaum möglich.

Prinzipiell besteht die Möglichkeit, einen Mangel an Dehnfähigkeit durch höhere Stahlfestigkeiten auszugleichen. Dies gilt mit gewissen Einschränkungen auch für die Aufnahme von Zwangeinwirkungen. Vor Einführung einer entsprechenden, von den Stahlherstellern gewünschten Regelung sind allerdings eine Reihe von zusätzlich aufgeworfenen Problemen zu behandeln: Neben den zu beachtenden Belangen des Brandschutzes, die eine gewisse Mindestdehnfähigkeit fordern, wären auch hinsichtlich der Bewehrungstechnik einige zusätzliche Fragen zu klären (höhere Sprödbruchgefahr; größere zu verankernde Stahlkräfte, Anstieg der Schubbeanspruchungen; Ausweitung des Bereiches negativer Momente in das Feld bei Überfestigkeiten im Stützbereich).

Auf einen wesentlichen Aspekt bei der Anwendung nichtlinearer Rechenverfahren konnte im Rahmen dieser Arbeit ebenfalls nicht eingegangen werden: nämlich die Frage nach den veränderten Sicherheitsanforderungen gegenüber einer Bemessung nach der Elastizitätstheorie. Es wäre z.B. zu klären, ob neben dem einzuhaltenden Sicherheitsabstand zwischen Gebrauchslast und Bruchlast auch die zulässigen Verformungen gegenüber einer rechnerischen Bruchverformung begrenzt werden müssen.

Für entsprechende Untersuchungen wurden in Abschnitt 8 vereinfachte Beziehungen zur Formulierung mittlerer Momenten-Krümmungs-Beziehungen auch bei Unkenntnis der genauen Materialeigenschaften angegeben.

Der für die Durchführung von Systemberechnungen benötigte Rechenzeitbedarf lag (bei Einsatz eines Großrechners) im Sekundenbereich. Eine Anwendung des Modells auch in der Praxis ist daher, zumindest für Fragestellungen, die höhere Genauigkeitsanforderungen stellen, denkbar.

10 LITERATUR

Anwendungstechnische Untersuchungen an Betonstahl: Teil 1: Ermittlung des Einflusses der Gleichmaβdehnung von Betonstählen auf das Verhalten von Stahlbetonkonstruktionen. Technische Forschung EGKS Nr. 7210-KD/106 F4.4/77 Verein Deutscher Eisenhüttenleute, Düsseldorf 1984

Bachmann, H.: Zur plastizitätstheoretischen Berechnung statisch unbestimmter Stahlbetonbalken. Dissertation ETH Zürich, 1967

Bausch, S.: Experimentelle und rechnerische Untersuchungen zur Grenzverformungsfähigkeit von Stahlbetonbalken. Bericht Nr. 84-42, Institut für Statik, TU Braunschweig, 1984

Breuer, J.: Ein Beitrag zur nichtlinearen Berechnung von ebenen Stahlbetontragwerken. Dissertation TH Aachen, 1977

CEB/FIP-Mustervorschrift für Tragwerke aus Stahlbeton und Spannbeton. 3. Ausgabe, Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, 1978

DIN 488: Betonstahl - Sorten, Eigenschaften, Kennzeichen. 1984

DIN 1045: Beton- und Stahlbeton, Bemessung und Ausführung. 1978

DIN 1055: Lastannahmen für Bauten - Blatt 3. 1971

Dilger, W.: Veränderlichkeit der Biege- und Schubtragfähigkeit bei Stahlbetontragwerken und ihr Einfluß auf Schnittkraftverteilung und Traglast bei statisch unbestimmter Lagerung. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton H. 179, Berlin: W. Ernst & Sohn 1966

Eibl, J; Curbach, M.; Stempniewski, L.: Mögliche plastische Rotationen bei Platten im Hochbau - Tastversuche und vergleichende Rechnungen. Institut für Massivbau, Universität Karlsruhe, 1986

Eibl, J.; Ivanyi, G.: Studie zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton. Deutscher Ausschuβ für Stahlbeton H. 260, Berlin: W. Ernst & Sohn 1976

Eifler, H.: Verbundverhalten zwischen Beton und geripptem Betonstahl sowie sein Einfluß auf inelastische Verformungen biegebeanspruchter Stahlbetonbalken. Forschungsbericht 96, Bundesanstalt für Materialprüfung, Berlin, 1983

Eligehausen, R.; Kreller, H.: Querschnittsbericht zur Rißbildung im Stahl- und Spannbetonbau. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton H. 393, Berlin: W. Ernst & Sohn 1988

Eligehausen, R.; Kreller, H.; Langer, P.: Arbeitsbericht zum Forschungsvorhaben "Plastische Gelenke" im DFG-Schwerpunktprogramm Stoffgesetze im konstruktiven Ingenieurbau. Institut für Werkstoffe im Bauwesen, Universität Stuttgart, 1986

Eligehausen, R.; Kreller, H.; Langer, P.: Einfluß der Stahlkennlinie auf den möglichen Grad der Schnittkraftumlagerung bei Stahlbetontragwerken, Teil 2: Versuchsbericht. Institut für Werkstoffe im Bauwesen, Universität Stuttgart, 1988

Eligehausen, R.; Kreller, H.; Langer, P.: Verbundverhalten gerippter Bewehrungsstäbe in oberflächennaher Lage. Abschluβbericht zum Forschungsvorhaben "Plastische Gelenke" im DFG-Schwerpunkt-programm "Stoffgesetze im konstruktiven Ingenieurbau". Institut für Werkstoffe im Bauwesen, Universität Stuttgart, 1989

Eligehausen, R.; Popov, E. P.; Bertero, V. V.: Local Bond Stress-Slip Relationship of Deformed Bars Under Generalized Excitations. Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley: Report No. UCB/EERC 83/23 1983

EUROCODE 2: Industrielle Verfahren, Hoch- und Tiefbau; Gemeinsame einheitliche Regeln für Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonbau. (Entwurf), 1984 Goto, Y.: Cracks formed in concrete around deformed tension bars. ACI-Journal (1971), Vol. 68, No. 4, S. 244-251

Grasser, E.: Bemessung von Beton- und Stahlbetonbauteilen, Biegung mit Längskraft, Schub und Torsion. Deutscher Ausschuβ für Stahlbeton H. 220, Berlin: W. Ernst & Sohn 1979

Grasser, E.; Thielen, G.: Hilfsmittel zur Berechnung der Schnittgrößen und Formänderungen von Stahlbetontragwerken. Deutscher Ausschuβ für Stahlbeton H. 240, Berlin: W. Ernst & Sohn 1976

Hartl, G.: Die Arbeitslinie "eingebetteter Stähle" unter Erstund Kurzzeitbelastung. Beton- und Stahlbetonbau (1983), H. 8, S. 221-224

Heilmann, H., G.: Beziehung zwischen Zug- und Druckfestigkeit des Betons. beton (1969), H. 2, S. 68-70

Hillerborg, A.; Modéer, M.; Peterson, P. E.: Analysis of crack formation and crack groth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. Cement and Concrete Research (1976), Vol. 6, S. 773-782

Kammenhuber, J.: Kraftgrößenverfahren der Stabstatik bei nichtlinearem Elastizitätsgesetz. Dissertation TH Aachen, 1961

Kent, D. C.; Park, R.: Flexural Members with Confined Concrete. Journal of the Structural Division, ASCE, Juli 1971, S. 1969-1990

Koch, R.: Verformungsverhalten von Stahlbetonstäben unter Biegung und Längszug im Zustand II auch bei Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen. Heft 69, Schriftenreihe der Amtlichen Forschungs- und Materialprüfanstalt für das Bauwesen, Universität Stuttgart, 1976

Krips, M.: Riβbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton. Dissertation TH Darmstadt, 1984 Langer, P.: Verdrehfähigkeit plastizierter Tragwerksbereiche im Stahlbetonbau. Dissertation Universität Stuttgart, 1987

Leonhardt, F.: Vorlesungen über Massivbau, Vierter Teil. Berlin: Springer-Verlag 1978

Martin, H.; Schießl, P., Kutsch: Einfluß der Form der Spannungs-Dehnungs-Linie von geschweißten Betonstahlmatten auf das Tragverhalten von Stahlbetonkonstruktionen. Institut für Betonstahl und Stahlbeton e. V., München 1980

Mayer, H.: Die Berechnung der Durchbiegung von Stahlbetonbauteilen. Deutscher Ausschuβ für Stahlbeton H. 194, Berlin: W. Ernst & Sohn 1967

Mayer, R.: Auswertung von Versuchen zum Verbundverhalten von gerippten Bewehrungsstäben in oberflächennaher Lage. Diplomarbeit am Institut für Werkstoffe im Bauwesen, Universität Stuttgart, 1987

Meier, H. H.: Berücksichtigung des wirklichkeitsnahen Werkstoffverhaltens beim Standsicherheitsnachweis turmartiger Stahlbetonbauwerke. Dissertation Universität Stuttgart, 1983

Mier, J. G. M. van: Strain-softening of Concrete under Multiaxial Loading Conditions. Dissertation TH Eindhoven, 1984

Müller, K. H.: Last-Verformungsverhalten der umschnürten Betonbiegedruckzone. Diplomarbeit am Institut für Werkstoffe im Bauwesen, Universität Stuttgart, 1985

Mörsch, E.: Der Eisenbetonbau - seine Theorie und Anwendung. Stuttgart: K. Wittwer-Verlag 1922

Mössinger, R.: Zur Bestimmung von wirklichkeitsnahen Momenten-Krümmungs-Beziehungen für den Werkstoff Stahlbeton. Diplomarbeit am Institut für Werkstoffe im Bauwesen, Universität Stuttgart, 1986 Neuner, F. J.: Experimentelle und theoretische Untersuchungen zur Knicksicherung der Längsbewehrungsstäbe in Druckgliedern. Dissertation TU München, 1983

Noakowski, P., Janovic, K.: Vorschlag für ein allgemeingültiges Verbundprüfverfahren. "Aus unseren Forschungsarbeiten", Bericht des Lehrstuhls für Massivbau, TU München, 1978

Noakowski, P.: Verbundorientierte, kontinuierliche Theorie zur Ermittlung der Rißbreite. Beton- und Stahlbetonbau (1985), H. 7, S. 185-190, H. 8, S. 215-221

Park, R.; Paulay, T.: Reinforced Concrete Structures. New York: John Wiley & Sons 1975

Plauk, G.: Ermittlung der Verformungen biegebeanspruchter Stahlbetonbalken mit der Methode der Finiten Elemente unter besonderer Berücksichtigung des Verbundes zwischen Beton und Stahl. Forschungsbericht 59, Bundesanstalt für Materialprüfung, Berlin, 1979

Plauk, G.; Hees, G.: Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams with Special Regard to Bond Behaviour. IABSE Colloquiom Delft, 1981

Rabich, R.: Beitrag zur Berechnung statisch unbestimmter Tragwerke aus Stahlbeton unter Berücksichtigung der Riβbildung. Aus Theorie und Praxis des Stahlbetonbaues, Berlin: W. Ernst & Sohn 1969, S. 55-62

Rao, P. S.: Die Grundlagen zur Berechnung der bei statisch unbestimmten Stahlbetonkonstruktionen im plastischen Bereich auftretenden Umlagerungen der Schnittkräfte. Deutscher Ausschuβ für Stahlbetonbau H. 177, Berlin: W. Ernst & Sohn 1966

Rasch, C.: Spannungs-Dehnungs-Linien des Betons und Spannungsverteilung in der Biegedruckzone bei konstanter Dehngeschwindigkeit. Deutscher Ausschuβ für Stahlbeton H. 154, Berlin: W. Ernst & Sohn 1962

Rehm, G.; Eligehausen, R.; Mallée, R.: Riβverhalten von Stahlbetonkörpern bei Zugbeanspruchung. Bericht Nr. 76/4, Institut für Werkstoffe im Bauwesen, Universität Stuttgart, 1976

Reiche, H.-P.: Untersuchungen zum Einfluß von Normalkräften auf die mittlere Momenten-Krümmungs-Beziehung von Stahlbetonbauteilen. Diplomarbeit am Institut für Werkstoffe im Bauwesen, Universität Stuttgart, 1988

Rostásy, F. S.; Koch, R.; Leonhardt, F.: Zur Mindestbewehrung für Zwang von Außenwänden aus Stahlleichtbeton. Deutscher Ausschuß für Stahlbetonbau H. 267, Berlin: W. Ernst & Sohn 1976

Rostásy, F.; Henning, W.: Rißbildung in dicken Betonbauteilen infolge Zwang - Bestimmung der wirksamen Betonzugfläche und der erforderlichen Oberflächenbewehrung. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, TU Braunschweig 1983

Roy, H. E. H.; Sozen, M. A.: Ductility of Concrete. Miami: Proceedings of the International Symposium on the Flexural Mechanics of Reinforced Concrete, ASCE-ACI, November 1965, S. 213-224

Ruβwurm, D.: Stahlkennwerte für neue Betonstahlsorten. Prüfstelle für Betonstahl, München, 1987 (nicht veröffentlicht)

Rüsch, H.: Die Ableitung der charakteristischen Werte der Betonzugfestigkeit. beton (1975), H. 2, S. 55-58

Rüsch, H.; Stöckl, S.: Der Einfluß von Bügeln und Druckstäben auf das Verhalten der Biegedruckzone von Stahlbetonbalken. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton H. 140, Berlin: W. Ernst & Sohn 1963 Schaper, G.: Berechnung des zeitabhängigen Verhaltens von Stahlbetonplatten unter Last- und Zwangbeanspruchung im ungerissenen und gerissenen Zustand. Deutscher Ausschuβ für Stahlbetonbau H. 338, Berlin: W. Ernst & Sohn 1982

Schlaich, J.; Schäfer, K.; Woidelko, E. O.: Verhalten von Plattenbalken im Gebrauchs- und Bruchzustand, die nach Traglastverfahren bemessen worden sind. Institut für Massivbau, Universität Stuttgart, 1982

Schober, H.: Ein Modell zur Berechnung des Verbundes und der Risse im Stahl- und Spannbeton. Dissertation Universität Stuttgart, 1984

Schwennicke, A.: Zur Berechnung von Stahlbetonbalken und -scheiben im gerissenen Zustand unter Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen. Berlin: Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau, Heft 3, TU Berlin, 1983

Scott, B. D.; Park, R.; Priestley, M. J. N.: Stress-Strain Relationship for Continued Concrete: Rectangular Sections. Research Report 80-6, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch New Zealand, Februar 1980

Sheikh, S. A.; Uzumeri, S. M.: Strength and Ductility of Tied Concrete Columns. Proceedings, ASCE, Mai 1980, S. 1079-1102

Shina, B. P.; Gerstle, K. H., Tulin L. G.: Response of singly reinforced beams to cyclic loading. Detroit, Michigan: Proceedings ACI Vol. 61 (1964), S. 1021-1038

Soliman, M. T. M.; Yu, C. W.: The Flexural Stress-Strain Relationship of Concrete Confined by Rectangular Transverse Reinforcement. Magazine of Concrete Research, Vol. 19, No. 61 (1967), S. 223-238

Stangenberg, F.: Berechnung von Stahlbetonbauteilen für dynamische Beanspruchung bis zur Tragfähigkeitsgrenze. Dissertation Ruhr-Universität Bochum, 1973

Steidle, P.: Teilweise vorgespannte Stahlbeton-Stabtragwerke unter Last und Zwangbeanspruchung. Dissertation Universität Stuttgart, 1988

Steidle, P.; Schäfer, K.: Trag- und Verformungsfähigkeit von Stützen bei großen Zwangsverschiebungen der Decken. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton H. 376, Berlin: W. Ernst & Sohn 1986

Svensvik, B.: Zum Verformungsverhalten gerissener Stahlbetonbalken unter Einschluß der Mitwirkung des Betons auf Zug in Abhängigkeit von Last und Zeit. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, TU Braunschweig, 1981

Szilard, R.: Finite Berechnungsmethoden der Strukturmechanik; Band 1: Stabwerke. Berlin: W. Ernst & Sohn 1982

Tassios, T., P.: Properties of bond between concrete and steel under load cycles idealizing seismic actions. Rome: CEB-Bulletin Nr. 131, 1979

Viwathanatepa, S.; Popov, E. P.; Bertero, V. V.: Effects of Generalized Loadings on Bond of Reinforcing Bars Embedded in Confined Concrete Blocks. Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, University of California, Berkeley 1976, Report No. UCB/EERC-79/22

Vallenas, J.; Bertero, V. V.; Popov, E. P.: Concrete Confined by Rectangular Hoops and Subjected to Axial Loads. Earthquake Engineering Research Centre, College of Engineering, University of California, Berkeley 1977, Report No. UCB/EERC-77/13

Wegner, R.: Tragverhalten von Stahlbetonplatten mit nichtlinearen Materialgesetzen im gerissenen Zustand, Finite-Elemente-Methode. Dissertation TU Braunschweig, 1974

Anhang A1: PROGRAMM MKAPPA

Das Programm MKAPPA berechnet unter Annahme der Hypothese vom Ebenbleiben der Querschnitte (Bernoulli-Hypothese) und den in Abschnitt 2.1 und 2.2 beschriebenen Modellen für die Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Stahl und Beton den Zusammenhang zwischen Moment und Krümmung im Riβquerschnitt.

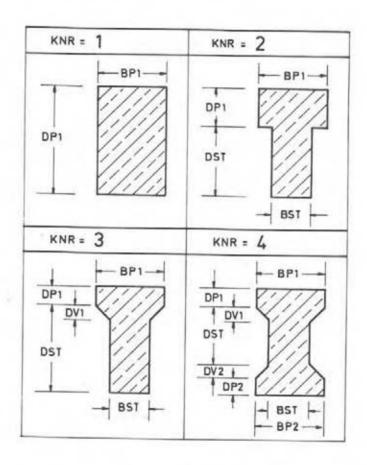


Bild A1.1: Im Programm MKAPPA berücksichtigte Querschnittsausbildungen

Das Programm wurde von Langer (1987) für die Berechnung von Balken mit den in Bild Al.1 dargestellten Querschnittsformen aufgestellt. Vergleichsrechnungen zu Versuchen zeigten, daß mit dem Programm bei bekannten Materialeigenschaften die Bruchmomente und -krümmungen mit sehr guter Genauigkeit berechnet werden können.

In der vorliegenden Arbeit erfolgte eine Erweiterung des Programmes zur Berücksichtigung von Stählen mit unterschiedlicher Kennlinie, von Vorspannung mit geraden Spanngliedern (parallel zur Systemachse) und des Ausknickens der Druckbewehrung.

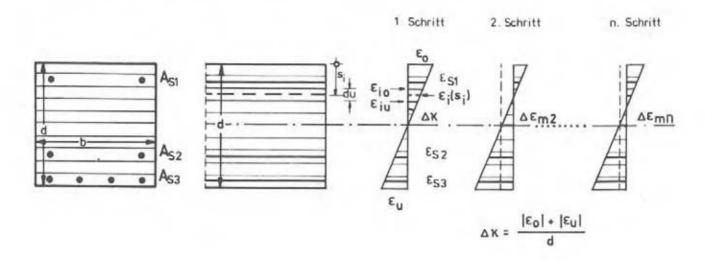


Bild A1.2: Aufteilung des Querschnittes in Schichten und Veränderung des Dehnungszustandes zur Erfüllung des Gleichgewichtes

Zur Berechnung einer M-x-Linie wird ein gegebener Querschnitt zunächst senkrecht zur Beanspruchungsebene in einzelne Betonschichten und Stahllagen aufgeteilt (siehe Bild A1.2). Die Vorgabe einer Krümmung Ax bewirkt eine Dehnung in den definierten Beton- und Stahllagen. Aus diesen Dehnungen und den Rechenannahmen für die Stoffgesetze ergeben sich Spannungen und nach Multiplikation mit der Fläche der einzelnen Schichten zugehörige Kräfte. Eine Summation der Kräfte über den Querschnitt, gegebenenfalls unter Berücksichtigung einer vorhandenen Normalkraft, ergibt im allgemeinen zunächst kein Kräftegleichgewicht. In weiteren Schritten wird daher durch Veränderung der Dehnungen um einen konstanten Wert (siehe Bild A1.2) das Gleichgewicht solange verbessert, bis eine vorgegebene Genauigkeit erfüllt ist. Summe aller Momente um den Drehpunkt A (Bild A1.3) ergibt das wirkende Querschnittsmoment. Bezogen auf die Systemlinie verändert sich das Moment um den Anteil der Normalkraft.

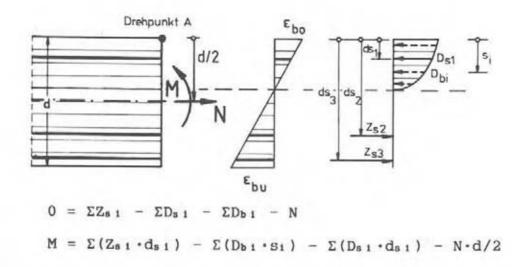


Bild A1.3: Ermittlung des Querschnittsmomentes in MKAPPA

Durch Steigerung der Krümmung und Wiederholung des beschriebenen Rechenvorganges ist eine punktweise Aufstellung der M-x-Linie für den Riβquerschnitt bis zum Erreichen definierter Grenzdehnungen möglich.

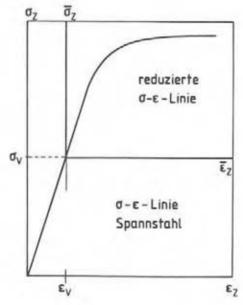


Bild A1.4: σ-ε-Linie des Spannstahles und für die M-x-Berechnung reduzierte Kurve

Zur Berücksichtigung einer Vorspannung sind zwei Rechengänge erforderlich. In einer ersten Berechnung, ohne Ansatz der Spannbewehrung, wird die Krümmung und der Dehnungszustand im Querschnitt aus dem bekannten Vorspannmoment (gegebenenfalls unter Abzug des Eigengewichtsmomentes, wenn gegen das Eigengewicht vor-

gespannt wird) ermittelt. Im zweiten Rechengang erfolgt die eigentliche M-x-Berechnung mit der im ersten Schritt berechneten Vorkrümmung x_v aus Vorspannung. Die Vorspannkraft wird als äußere Normalkraft auf den Querschnitt wirkend angenommen und die Kennlinie der Spannbewehrung um o_v - ϵ_v reduziert (Bild A1.4).

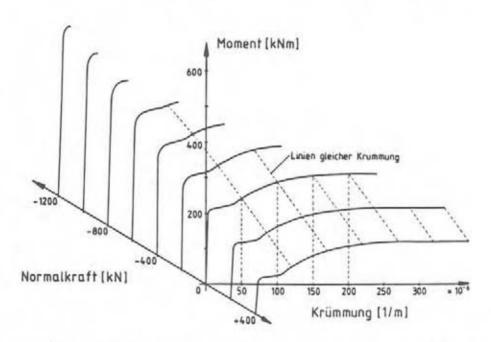


Bild A1.5: N-M-x-Zusammenhang für einen symmetrisch bewehrten Rechteckquerschnitt (μ = 0,9 %, b/d = 30/60 cm)

Längskräfte verändern den Momenten-Krümmungs-Zusammenhang. veränderlichen Längskräften genügt es nicht mehr, eine einzige M-x-Beziehung aufzustellen. Vielmehr muß nunmehr eine ganze Schar von M-x-Linien mit der Längskraft als Scharparameter berechnet werden (siehe Bild A1.5). Dadurch steigt der Aufwand für die Aufstellung der Steifigkeitsbeziehung deutlich an. Im Rahmen einer Diplomarbeit angestellte Untersuchungen (siehe Reiche (1988)) zeigten allerdings, daß auch mit relativ "grober" Längskraftabstufung und einer linearen Interpolation zwischen den M-x-Linien genügend genaue Ergebnisse erzielt werden können. Für Bauteile unter Druckbeanspruchung genügt es, den Bereich mit größerer Ausmitte der Normalkraft (bzw. mit ausgeprägter Biegeriβbildung) mit ca. 5 bis 10 M-x-Linien abzudecken. Bei geringerer Lastausmitte (ohne bzw. mit nur einzelnen Anrissen) gelten vereinfacht die Steifigkeiten des Zustandes I.

Anhang A2: PROGRAMM BOND

Das Programm BOND berechnet an einem "Rißelement" (Bild A2.1) mit vorgegebener Länge und bekannter Stahlkraft an den Elementrändern den Verlauf von Stahl- und Verbundspannungen, Stahldehnungen sowie Relativverschiebungen zwischen Stahl und Beton entlang eines eingebetteten Bewehrungsstabes.

Das Programm wurde von Eligehausen/Popov/Bertero (1983) entwikkelt und für die Anwendung in der vorliegenden Arbeit geringfügig modifiziert. Grundlage ist die Lösung der Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes mit Hilfe des Differenzenverfahrens:

$$\frac{dN_s(x)}{dx} - T(x) = 0$$

mit:
$$N_s(x) = A_s \cdot o_s(x)$$

 $T(x) = U_s \cdot \tau(x,s\{x\})$

T(x) = lokale Verbundkraft

Us = Umfag des Bewehrungsstabes (bei unterschiedlichen Stabdurchmessern Umfang des "Vergleichsstabes")

und den Randwerten:

$$N_{s}(0) = N_{0}$$

 $N_{s}(L) = N_{L}$

Für den Zusammenhang zwischen Stahlspannung und Dehnung bzw. Verbundspannung τ und Schlupf s gelten die unter Abschnitt 2.2 bzw. 2.3 angegebenen Materialgesetze. Die Möglichkeit, entlang eines eingebetteten Bewehrungsstabes unterschiedliche τ -s-Kurven zu definieren (siehe Bild A2.1), erlaubt eine flexible Anpassung der Berechnung an ein zu untersuchendes Verbundproblem. Damit können neben der Stahldehnungsverteilung zwischen zwei Rissen z. B. auch die für die Berechnung des mittleren Rißabstandes benötigten Ein-

leitungslängen oder die für eine bestimmte Stahlkraft erforderliche Verankerungslänge berechnet werden. Eine Berücksichtigung des Einflusses lokaler Querpressungen (z. B. an Auflagern) auf die Verbundspannungungs-Schlupfbeziehung ist möglich.

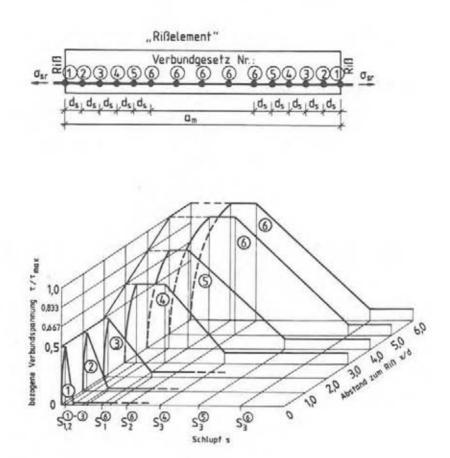


Bild A2.1: Zuordnung der lokalen Verbundgesetz in Abhängigkeit von der Entfernung zum nächsten Riß

Zur Bestimmung von mittleren Stahldehnungen werden die aus der M-x-Berechnung für diskrete Krümmungen bekannten Stahlkräfte an einem Verbundelement mit einer Länge entsprechend dem mittleren Rißabstand wirkend angenommen. Neben den mittleren Dehnungen erhält man aus der Berechnung mit dem Programm BOND auch den Schlupf am Rand des Rißelementes. Da an jedem Riß zwei derartige Rißelemente zusammenwirken, entspricht der Schlupf der halben mittleren Rißbreite in der betrachteten Laststufe.

An Rißelementen mit einer Länge entsprechend dem maximalen oder minimalen Rißabstand lassen sich maximale und minimale Rißbreiten berechnen.

Für die numerische Behandlung der Riβbildung ist die Einleitungslänge le zu ermitteln. Die Randbedingungen lauten in diesem Fall:

 $N_s(L) = N_L$

 $N_s(0) = n \cdot \beta_{bz} \cdot A_s$

s(0) = 0

Unbekannt ist hier zusätzlich die Länge L des Verbundelementes. Eine direkte Erfüllung dieser Randbedingungen ist mit dem Programm BOND in der derzeitigen Fassung wegen der Formulierung der Randbedingungen in den Kraftgrößen nicht möglich. Die Berechnung der Einleitungslänge erfolgt daher iterativ wobei die Elementlänge solange verbessert wird, bis die Randbedingung s(0) = 0 genügend genau erfüllt ist.

Anhang A3: PROGRAMM NILAST

Das Programm NILAST (NIchtLineare Analyse von STahlbetonstabtragwerken) berechnet für ein gegebenes System mit bekannter Lastanordnung den Verlauf der Zustandsgrößen (Schnittgrößen und Verformungen) für Beanspruchungen bis zum Systemversagen. Dabei ist die Berücksichtigung einer beliebigen Lastgeschichte (Last und/ oder Zwang) möglich. Das Rechenverfahren beruht auf der Methode der Finiten Elemente. Vorab ermittelte integrierte Steifigkeitsbeziehungen erübrigen eine Elementierung über den Querschnitt und ermöglichen die Diskretisierung eines Systems mit Balkenelementen. Dadurch wird der bei der Durchführung von nichtlinearen Berechnungen i. a. große numerische Aufwand auf ein Minimum beschränkt und die Analyse selbst größerer Systeme ermöglicht.

Bei der Berechnung von Tragwerken wird prinzipiell zwischen folgenden nichtlinearen Effekten unterschieden:

- Als physikalische Nichtlinearität wird üblicherweise die nichtlineare Beziehung zwischen Dehnung und zugehöriger Spannung eines Werkstoffes bezeichnet. Hier wird unter diesem Begriff, in verallgemeinerter Form, auch der nichtlineare Zusammenhang zwischen Moment und Krümmung eines Stahlbetonbauteiles verstanden.
- Die **geometrische Nichtlinearität** berücksichtigt den Einfluß von großen Verformungen (Theorie 2. Ordnung).

Die Methode der finiten Elemente kann heute als allgemein bekannt vorausgesetzt werden. Ausführliche Beschreibungen findet man u.a. bei Szilard (1982). An dieser Stelle genügt daher eine kurze Darstellung der für das aufgestellte Rechenprogramm getroffenen Festlegungen.

Für die Formulierung der Elementsteifigkeitsmatrix des Balkenelementes gelten die üblichen, in der Literatur beschriebenen Annahmen. Mit der in Bild A3.1 gezeigten Positivdefinition für die Verschiebungsgrößen erhält man die in Bild A3.2 angegebene Steifigkeitsmatrix für den schubsteifen Balken (siehe Severn (1970)).

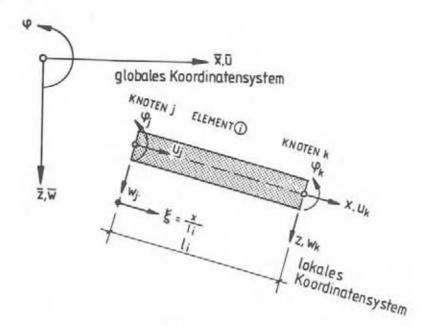


Bild A3.1: Positivdefinition am finiten Balkenelement

	uj	WJ	41	u_k	Wk	Ψk		
	1 K _D	0	0	- K _D	0	0		
		12K _B	6 KB	0	12K ₈	6Кв		
		(1+Ω)1 ³	(1+Q)1 ²	0	(1+Q)1 ³	(1+Q)12		
			(4+Q) KB		6 K _B	(2-Q) K _B		
ζ =			(1+Q)1 ²	0	(1+Q)13	(1+Ω)1 ²		
				K _D 1	0	0		
	sy	mmetri	isch		12K _B	6KB		
1	1		(1+Ω)1°	(1+Q)12				
						(1+Ω)1 ²		

 $\Omega = 12 \cdot K_B / (1^2 \cdot K_s)$

 K_{D} , K_{B} , K_{S} = Dehn-, Biege-, Schubsteifigkeit

Bild A3.2: Steifigkeitsmatrix des schubsteifen Balkenelementes

Im Programm NILAST werden die vorab ermittelten Momenten-Krümmungs-Beziehungen den Querschnitten an den Elementknoten zugeordnet. Bei veränderlichem Moment weisen die zu einem Element gehörenden Knoten möglicherweise unterschiedliche Biegesteifigkeiten auf. Die Elementsteifigkeit wird dann als arithmetisches Mittel aus den beiden Knotensteifigkeiten festgelegt.

Die Krümmungen an den Elementknoten ergeben sich aus den Verformungsgrößen zu:

$$x_{j} = \left[-\frac{6}{1^{2}} \cdot (w_{k} - w_{j}) + \frac{2}{1} \cdot (2\varphi_{j} + \varphi_{k})\right] \cdot \frac{K_{Bm}}{K_{Bj}}$$

$$x_k = [+\frac{6}{1^2} \cdot (w_k - w_J) + \frac{2}{1} \cdot (2\psi_k + \psi_J)] \cdot \frac{K_{Bm}}{K_{Bk}}$$

mit: $K_{Bm} = (K_{BJ} + K_{Bk}) \cdot 0.5$

Diese Annahmen gewährleisten einen stetigen Krümmungsübergang zwischen zwei Elementen und beschleunigen die Konvergenz in der Gleichgewichtsiteration.

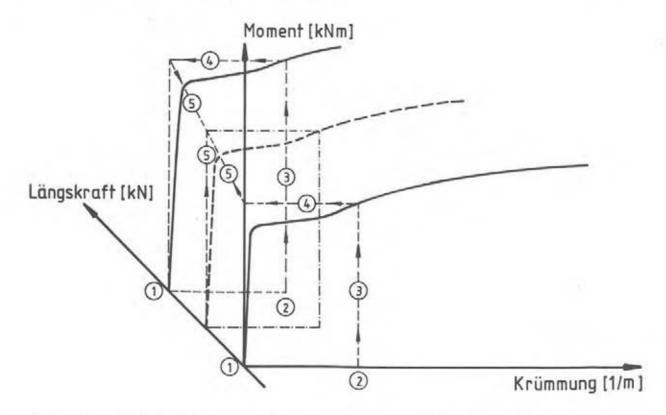


Bild A3.3: Iterationsvorgang zwischen zwei M-x-Linien

Bei bekannter Krümmung kann aus der M-x-Beziehung das zugehörige Querschnittsmoment und die Biegesteifigkeit für den nächsten Iterations- bzw. Lastschritt ermittelt werden (Newton-Raphson-Verfahren). Im allgemeinen Fall, mit Längskraft, muß zwischen verschiedenen M-x-Linien interpoliert werden (siehe Bild A3.3).

Der Ablauf einer Rechnung wurde bereits in Abschnitt 5 allgemein beschrieben. In Bild A3.4 ist der Programmablauf nochmals in einem Grobflußdiagramm dargestellt. Daraus geht hervor, daß für den üblichen Fall mit physikalischer Nichtlinearität das Ergebnis durch eine sog. Gleichgewichtsiteration solange verbessert wird, bis eine vorgegebene Genauigkeitsschranke eingehalten wird.

In Abweichung vom gebräuchlichen Konvergenzkriterium "Norm der Ungleichgewichtskräfte" wird in NILAST der maximale Krümmungszuwachs der bereits vorhandenen Krümmung gegenübergestellt. Damit ist das Konvergenzkriterium anschaulich definiert, kann auf ein tatsächlich erforderliches Genauigkeitsmaß beschränkt und damit die Rechenzeit reduziert werden.

Zur Berücksichtigung der geometrischen Nichtlinearität werden nach einem abgeschlossenen physikalisch nichtlinearen Lastschritt die zusätzlichen Verformungen zu den Koordinaten der Elementknoten addiert und der Lastschritt mehrfach wiederholt. Als Abbruchkriterium wird hier der maximale Verschiebungszuwachs überprüft. Vergleichsrechnungen, die zusätzliche Steifigkeitsanteile aus der sog. "geometrischen" Steifigkeitsmatrix (Längskraftanteile) berücksichtigten, brachten keine Beschleunigung der Konvergenz.

Üblicherweise interessieren für ein gegebenes Tragwerk die in einer bestimmten Laststufe vorhandenen Zustandsgrößen. Der Rechenvorgang erfolgt deshalb "lastgesteuert". Da die genaue Bruchlast vor der Durchführung der Berechnung nicht bekannt ist, müßte zur hinreichend genauen Bestimmung der Versagenslast die Belastung in sehr kleinen Stufen gesteigert werden. Um dies zu vermeiden, wird in NILAST die Last in größeren Stufen solange erhöht, bis an einer Stelle die Bruchkrümmung überschritten wird.

Eine interaktive Abfrage des Programmes ermöglicht es dann, bei Bedarf die Laststeigerung im aktuellen Lastschritt zu verringern.

Ein "verformungsgesteuerter" Ablauf der Berechnung ist möglich, indem an der Stelle, an der eine Einzellast wirkt, ein Auflager angeordnet und eine stufenweise Auflagerverschiebung eingeprägt wird. Die Auflagerkraft entspricht dann der zur Erzeugung der Verformung erforderlichen Last (andere Lasten bleiben bei diesem Vorgehen allerdings konstant).

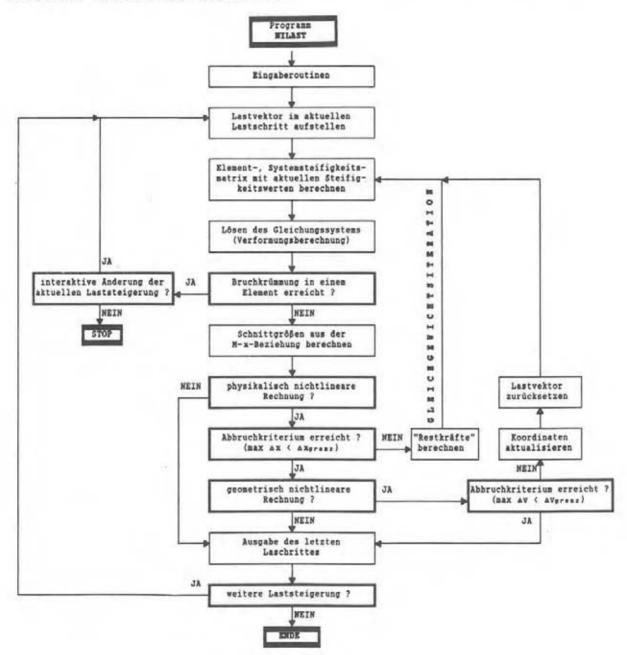


Bild A3.4: Grobflußdiagramm für das Programm NILAST

Zwei getroffene Annahmen tragen, wie die Vergleichsberechnungen zu Versuchen zeigten, wesentlich zur Genauigkeitssteigerung der Rechenergebnisse bei:

a) Verteilung von Einzellasten

Für Einzellasten wird entsprechend Bild A3.5 eine Ausbreitung unter 45° bis zur Systemachse, gegebenenfalls unter Berücksichtigung der Breite einer Lastplatte, angenommen. Diese Annahme führt besonders bei Trägern mit nur einer Einzellast im Feld zu wesentlich besseren Ergebnissen für die Verformungen.

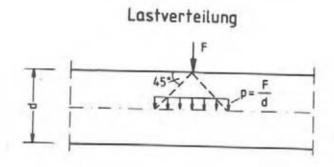


Bild A3.5: Angenommene Lastausbreitung für Einzellasten

b) "Momentenausrundung" über Innenauflagern

Über nicht mit einem Durchlaufträger monolitisch verbundenen Innenauflagern wird, wie in Bild A3.6 gezeigt, eine "Ausrundung" der sich für die Schneidenlagerung ergebenden Momentenspitze vorgenommen. Dies erfolgt dadurch, daß innerhalb der Gleichgewichtsiteration an zwei in den Viertelspunkten des Auflagers angeordneten Knoten bis zu 50 % der Auflagerkraft mit negativem Vorzeichen als äußere Lasten angesetzt werden.

Der Verlauf des Momentes über der Stütze läßt sich genauer mit Hilfe von Scheibenbetrachtungen ermitteln. Die in Bild A3.6 gezeigte, stark vereinfachte Annahme führte jedoch in den Vergleichsrechnungen zu Versuchen zu guten Ergebnissen. Auch wegen der Verwendung von mittleren Momenten-Krümmungs-Beziehungen ist eine Ausrundung von Krümmungsspitzen über einen gewissen Bereich angebracht.

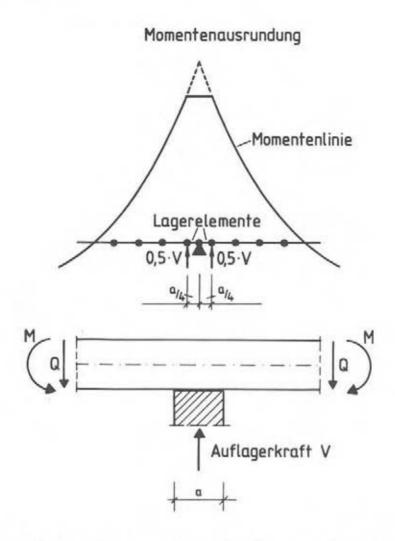


Bild A3.6: "Momentenausrundung" über nicht monolitisch verbundenen Innenauflagern

Anhang A4: Berechnungsbeispiel

1 Aufgabenstellung

Als Rechenbeispiel wird der Gebrauchs- und Traglastnachweis für einen Zweifeldträger geführt. Das statische System, die Abmessungen, die Belastung und die Baustoffe sind in Bild A4.1 angegeben.

Die Bemessung des Trägers erfolgt für den Lastfall "Teillast in einem Feld". Eine Ermittlung der Momentengrenzlinie ist nicht notwendig. Für den Lastfall Vollast wird von einer Momentenum-lagerung von der Stütze ins Feld ausgegangen.

Zusätzlich soll der Einfluß von möglicherweise auftretenden Verschiebungen der beiden Außenauflager um bis zu 4 cm untersucht werden. Die Zwangbeanspruchung wird bei der Bemessung nicht berücksichtigt.

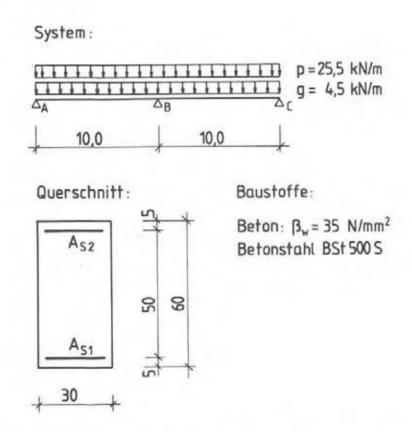


Bild A4.1: Statisches System, Abmessungen, Belastung und Baustoffe für das Rechenbeispiel

2 Schnittgrößen und Bemessung

Die Ermittlung der Bewehrung erfolgt nach DIN 1045 für nach der Elastizitätstheorie berechnete Schnittgrößen. Eine Momentenausrundung über der Stütze wird berücksichtigt. Tabelle A4.1 enthält maßgebende Momente und erforderliche Stahlquerschnitte. Zum Vergleich ist auch die ohne Momentenumlagerung für Vollast und die bei Berücksichtigung der Auflagerverschiebungen um 4 cm über der Stütze benötigte Bewehrungsmenge angegeben. Die für den Lastfall Vollast und Zwang ermittelte Bewehrung wäre nur bei dreilagiger Anordnung im Träger unterzubringen.

Aus den Schnittgrößen für Vollast ergibt sich eine planmäßige Momentenumlagerung von η = 41 %.

Lastfall	Quer- schnitt	maβg. M [kNm]	erf. As [mm²]	gewählt	vorh. As [mm ²]	vorh. µ [%]
Teillast	Feld	275,6	2050	2ø20 + 3ø25	2100	1,27
	Stütze	208,9	1520	2ø20 + 2ø25	1610	0,98
Vollast	Stütze	356,3	2960	6ø25	2950	1,79
+ Zwang	Stütze	518,2	4160	8ø25 + 2ø20	4240	2,57

Tabelle A4.1: Maßgebende Schnittgrößen und Bewehrungsmenge

In Bild A4.2 ist der Momentenverlauf für Teillast im linken Feld aufgetragen. Die Zugkraftdeckungslinie wurde für diesen Momentenverlauf ermittelt und die erforderliche Bewehrung symmetrisch in beiden Feldern angeordnet. Die Momentenlinie für Vollast ist in Bild A4.2 gestrichelt dargestellt. Bild A4.3 zeigt die Bewehrungsanordnung und die für die spätere FE-Berechnung gewählte Elementeinteilung. Aufgrund der unterschiedlichen Bewehrungsmengen in einzelnen Abschnitten sind für den Durchlaufträger drei Momenten-Krümmungs-Beziehungen zu ermitteln.

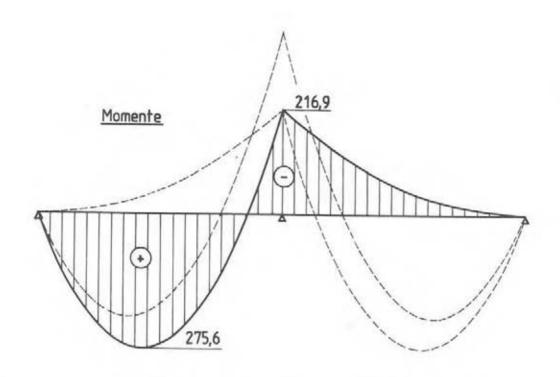


Bild A4.2: Momentenlinie für Teillast im linken Feld

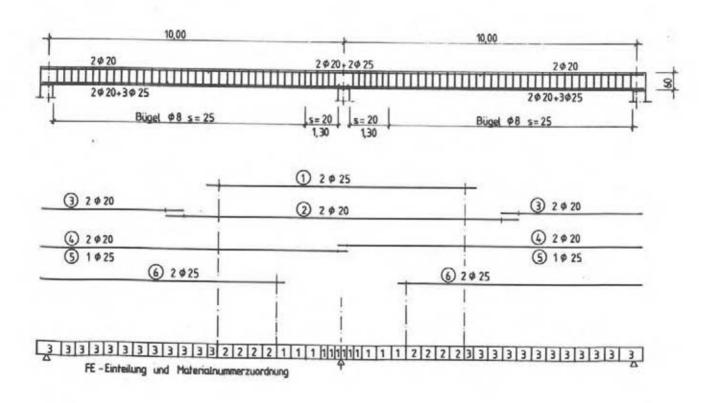
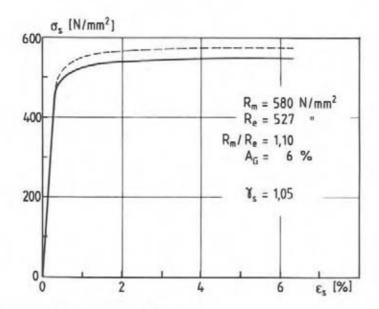


Bild A4.3 Gewählte Bewehrung und Elementeinteilung



a) Stahlkennlinie

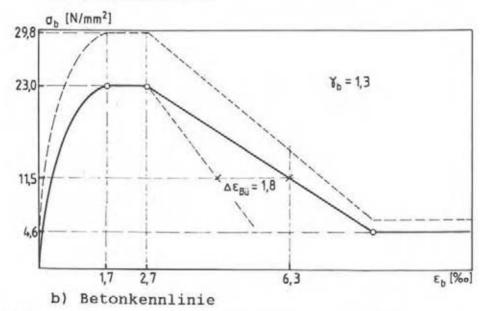


Bild A4.4: Gewählte Spannungs-Dehnungs-Beziehungen

3 Materialannahmen

Die Festlegung der Materialgesetze erfolgte nach Abschnitt 2. Die gewählte Stahlkennlinie entspricht etwa dem 5 %-Fraktilwert des Streubereiches für Betonstahl 500 S. Zur Abdeckung von Unsicherheiten in den Materialannahmen werden für den Traglastnachweis die Festigkeiten für Beton und Stahl entsprechend neueren Vorschlägen für den CEB/FIP-Model-Code (1990) mit den Sicherheitsbeiwerten γ_b = 1,3 und γ_s = 1,05 reduziert. Auf eine Verringerung der Dehnfähigkeiten wird verzichtet, da generell die Tendenz

einer Zunahme der Verformungsfähigkeit mit abnehmender Festigkeit besteht. In Bild A4.4 sind die reduzierten Spannungs-Dehnungs-Linien für Stahl und Beton dargestellt.

4 Mittlere Momenten-Krümmungs-Beziehungen

Auf die Ermittlung des Momenten-Krümmungs-Zusammenhanges im Riβ-querschnitt wird hier nicht eingegangen. In Tabelle A4.2 ist der Rechengang für die Bestimmung der M-xm-Beziehung exemplarisch für den Stützquerschnitt gezeigt. Daraus ist zu erkennen, daß für das vorliegende Beispiel die Erstriβbildung und die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen von untergeordneter Bedeutung sind. Die für das Bruchmoment berechnete mittlere Krümmung liegt nur etwa 10 % niedriger als die Krümmung im Riβ. In der in Bild A4.5 gezeigten graphischen Darstellung lassen sich die beiden Linien für den M-x-Zusammenhang im Riβquerschnitt (gestrichelt) und den mittleren Zusammenhang (durchgezogen) kaum unterscheiden.

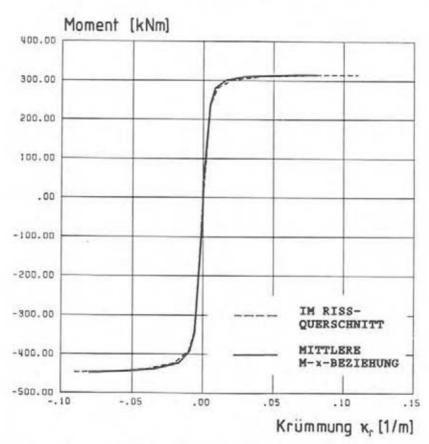


Bild A4.5: M-x-Zusammenhang für den Stützquerschnitt

Bemerkungen	Stütze -	EI:=212 MNm3				1. > Ss # /2												
xn=[.xn!] +(1-[).xi	1/km	.187	1	.272	1	.353	.448	.607	2.790	5.680	9.240	17.000	34.800	54.000	72.300	80.000	,	1
x1 = M/EI:	1/km	.187	1	.226	3	.248	.271	1	1	,		,	,		ï		1	,
.z/= s	1/km	,	1	.411	ı	.458	.509	.607	,	,	i	,	6	i	i	,	,	,
4 53	i	,	i	.160	i	178	.198	.236	1.06	2.16	3.79	7.47	16.0	25.4	34.8	37.6	,	1
N	Е	.389	1		1		:	ı	.385	.384	.410	. 440	.461	.470	474	475	,	,
X# 1 g	1/km	.624	à,	.755	ï	.830	.905	1.038	3.0	6.0	10.0	20.0	40.0	0.09	0.08	0.06	ī	ī
8= = 8=/t	E E	î	1	800	î	400	267	200	150	100		ż					1	15
· 18	HIII	1	1	í	ı	í	t	200	ı	ť	1			,	ı		ť	i
2-0.691	ı	2.00	1	1.83	,	1.66	1.48	1.31	,	1	i	i	i	,	ř.	ì	1	1
1	mm	i	ı	ı	1	122	ï	ı	i	66	i.	66		t	r.	ı.	t	1
n·g»;	N/mma	11.3	12.8	13.7	14.4	15.0	16.4	18.7	t:	371.1	ı	440.0	1	,	ı	1	1	1
Stahlsp. im Riß	N	49.5	56.1	6.65	63.0	65.8	71.8	82.2	235.3	434.6	487.5	520.9	537.5	544.3	548.2	549.4	,	a
(Rig-) Moment	kNm	39.6	6.44	47.9	50.4	52.7	57.4	65.7	187.4	345.1	391.7	423.1	438.5	443.9	446.6	447.1	,	i
β» 2	N/mm ²	1.83	2.13	2.28	2,39	2.50	2.73	3.12	í	ı	e.	i	1	,	т	3.	э	1
u (15%)		0.752	0.852	0.910	0.957	1.000	1.090	1.248	E	,	1	r	1	1	1	1	1	1
_	ı.	00.0	1	0.25	1	0.50	0.75 1	1.00 1	1	1.	1	1	1	1	,	1	,	,
Beton- frakt.	40	5.0	16.3	27.5	38.8	50.0	72.5	95.0	r.	1	ı, Ç		3	1	1	:1	1	ı

Tabelle A4.2: Berechnung der mittleren Krümmungen

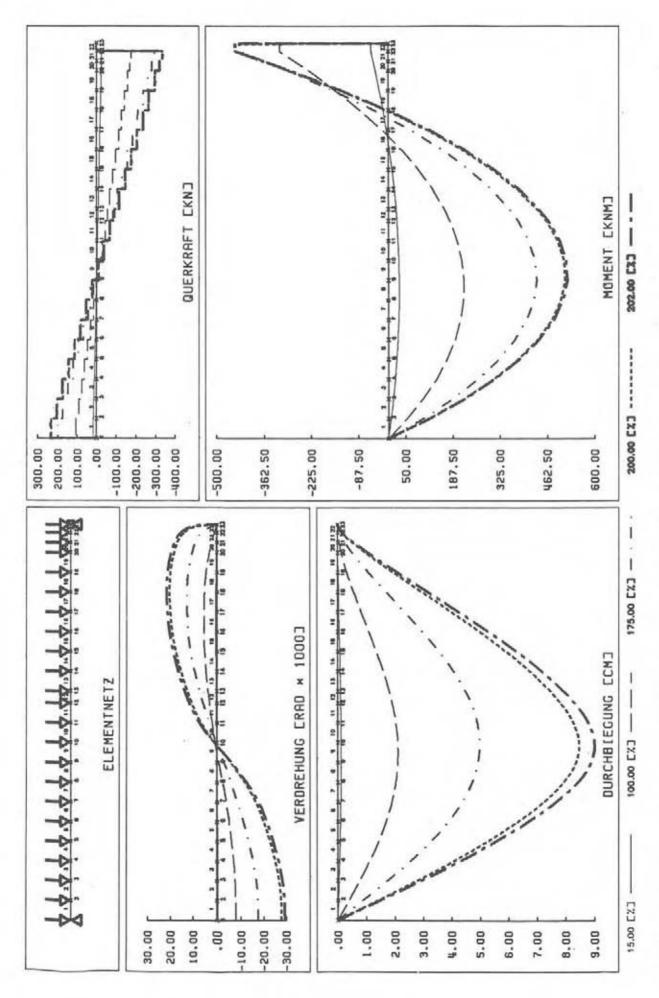


Bild A4.6: Ergebnisse der FE-Berechnung für reine Lastbeanspruchung

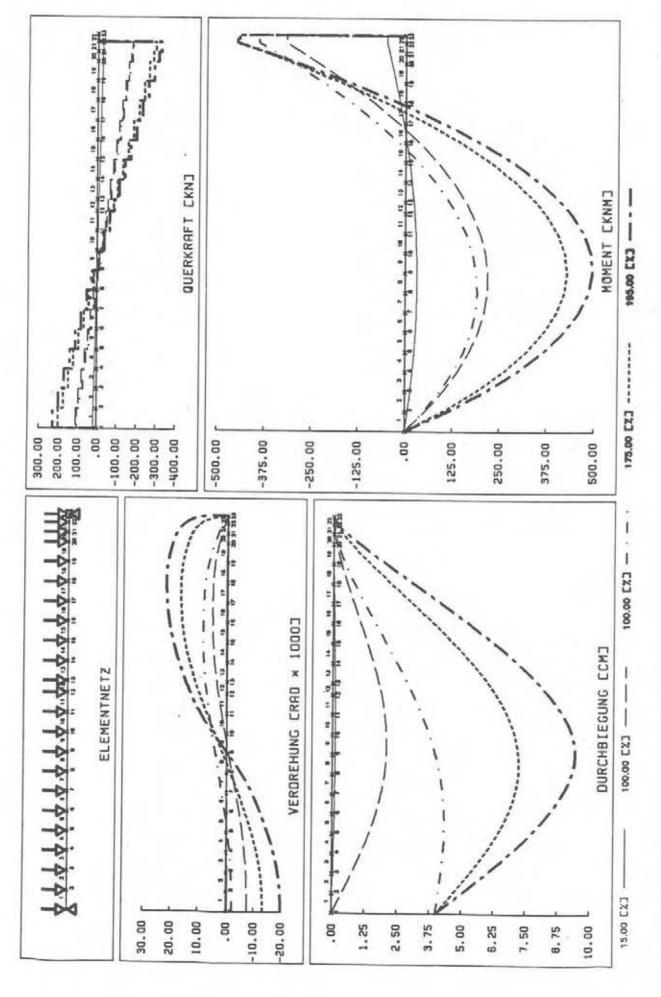


Bild A4.7: Ergebnisse der FE-Berechnung für Last- und Zwangeinwirkung

5 Finite-Element-Berechnung

In den Bildern A4.6 und A4.7 sind in der FE-Berechnung ermittelte Zustandsgrößen für den Lastfall Vollast und ausgewählte Laststufen aufgetragen. Aus Symmetriegründen genügt die Berechnung einer Systemhälfte. Die prozentualen Angaben beziehen sich auf die Gebrauchslast, die bei der Laststufe 100 % erreicht ist.

Bild A4.6 zeigt das Tragverhalten unter reiner Lastbeanspruchung. In Bild A4.7 ist der zusätzliche Einfluß einer unter Gebrauchslast aufgebrachten Verschiebung der Außenauflager um 4 cm dargestellt.

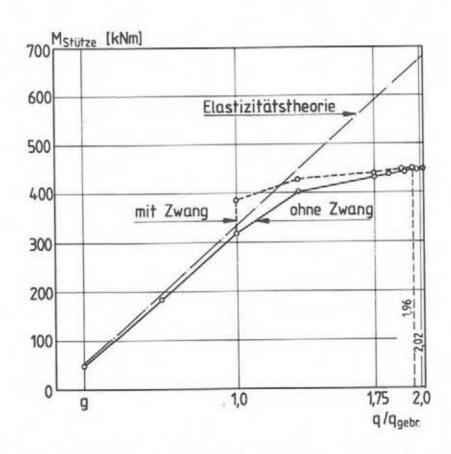


Bild A4.8: Entwicklung des Stützmomentes in Abhängigkeit von der bezogenen Belastung

In Bild A4.8 ist der Verlauf des Stützmomentes in Abhängigkeit von der bezogenen Belastung aufgetragen. Man erkennt, daß sich die Momentenlinie für die reine Lastbeanspruchung erst oberhalb der Gebrauchslast merklich von der linearelastischen Berechnung

entfernt. Die Auflagerverschiebung erhöht das Stützmoment nur wenig. Mit zunehmender Belastung nähern sich die Rechenergebnisse für die Lastfälle mit und ohne Zwangeinwirkung wieder an. Zwang reduziert die Traglast für das gegebene System nur um 3 %. Die rechnerischer Bruchlast entspricht etwa der doppelten Gebrauchslast. Damit ist der Tragfähigkeitsnachweis erbracht.

6 Nachweis von Durchbiegung und Riβbreiten unter Gebrauchslast

Aus Bild A4.6 geht hervor, daß sich unter Gebrauchslast eine Durchbiegung von etwa 2 cm einstellt. Diese Verformung kann durch eine entsprechende Überhöhung der Schalung bei der Herstellung des Trägers vorweggenommen werden.

Für den Nachweis der Rißbreiten wurde aus den maßgebenden Momenten unter Gebrauchslast und der M-x-Beziehung die Stahlspannung im Riß ermittelt und in einer anschließenden Berechnung mit dem Programm BOND für den mittleren bzw. maximalen Riβabstand die Rißbreiten bestimmt. Diese sind in Tabelle A4.3 zusammengestellt.

Lastfall	Quer- schnitt	Stahlsp. im Riß [N/mm²]	Rißab- stand [mm]	Riß- breite [mm]	
Gebr last	Fold	210	125	0.13	
	Feld	218	250	0.23	
	Stütze	. 398	100	0.18	
	Scutze	. 398	200	0.37	
+Zwang	Otôt	404	100	0.36	
	Stütze	484	200	0.64	

Tabelle A4.3: Nachweis der Rißbreiten unter Gebrauchslast

Aus Tabelle A4.3 ist zunächst zu erkennen, daß aufgrund der Momentenumlagerung die Stahlspannung im Stützquerschnitt bereits unter Gebrauchslast deutlich höher liegt, als bisher bei einer Bemessung nach DIN 1045 mit $\sigma_8 \approx 286$ N/mm² vorausgesetzt. Die Streckgrenze des Stahles wird jedoch auch bei zusätzlicher Zwangbeanspruchung nicht überschritten.

Nach neueren Untersuchungen sind Rißbreiten von w < 0.4 mm in Stahlbetonbauwerken als für die Korrosion der Bewehrung unschädlich anzusehen. Dieser Grenzwert wird nach Tabelle A4.3 bei reiner Lastbeanspruchung eingehalten. Bei zusätzlichem Zwang liegen die mittleren Rißbreiten ebenfalls unter w = 0.4 mm, die maximalen Rißbreiten überschreiten den Grenzwert.

Bei der Beurteilung des Zwangeinflusses ist zu berücksichtigen, daß das aufgestellte Materialgesetz nur Kurzzeiteinflüsse erfaßt. Kann davon ausgegangen werden, daß sich die Auflagerverschiebungen über einen längeren Zeitraum hinweg einstellen, ist aufgrund der Kriechverformungen die Beanspruchung geringer, als hier angenommen. Bei dem untersuchten maximalen Rißabstand handelt es sich um einen theoretischen Grenzwert, dessen Auftreten im hoch beanspruchten Stützbereich eher unwahrscheinlich ist. Treten zudem die maximalen Auflagerverschiebungen nur mit geringer Wahrscheinlichkeit auf, so kann die Gebrauchsfähigkeit des Trägers auch bei Zwangeinwirkung als gegeben angesehen werden.